Calcul Intégral

Calcul Intégral

1. L'intégrale définie

1.2 Théorème fondamental du calcul intégral

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Théorème :

Soit f continue sur $[a, b]$, $a < b$.

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Théorème :

Soit f continue sur $[a, b]$, $a < b$.

Il existe $c \in [a, b]$ tel que

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Théorème :

Soit f continue sur $[a, b]$, $a < b$.

Il existe $c \in [a, b]$ tel que

$$\int_a^b f(x)\, dx = (b - a) \cdot f(c)\,.$$

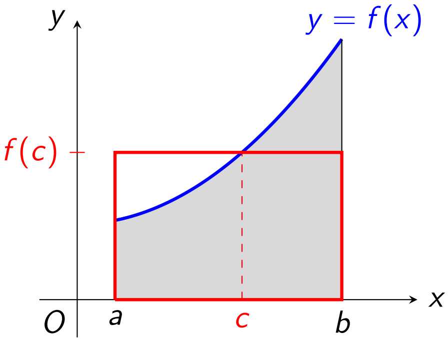
Théorème de la moyenne du calcul intégral

Théorème :

Soit f continue sur $[a\,,\,b]$, $a < b$.

Il existe $c \in [a\,,\,b]$ tel que

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)\cdot f(c)\,.$$



Théorème de la moyenne du calcul intégral

Démonstration :

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Démonstration :

La fonction f étant continue sur l'intervalle fermé $[\,a\,,\,b\,]$,

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Démonstration :

La fonction f étant continue sur l'intervalle fermé $[\,a\,,\,b\,]$, elle atteint son minimum $m = \min_{a \leq x \leq b} f(x)$

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Démonstration :

La fonction f étant continue sur l'intervalle fermé $[\,a\,,\,b\,]$, elle atteint son minimum $m = \min\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$ et son maximum $M = \max\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$.

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Démonstration :

La fonction f étant continue sur l'intervalle fermé $[\,a\,,\,b\,]$, elle atteint son minimum $m = \min\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$ et son maximum $M = \max\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$. Et

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Démonstration :

La fonction f étant continue sur l'intervalle fermé $[\,a\,,\,b\,]$, elle atteint son minimum $m = \min\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$ et son maximum $M = \max\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$. Et

$$m \leq f(x) \leq M\,, \quad \forall\, x \in [\,a\,,\,b\,]$$

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Démonstration :

La fonction f étant continue sur l'intervalle fermé $[\,a\,,\,b\,]$, elle atteint son minimum $m = \min\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$ et son maximum $M = \max\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$. Et

$$m \leq f(x) \leq M\,, \quad \forall\, x \in [\,a\,,\,b\,] \quad \Rightarrow \quad \int_a^b m\,dx \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b M\,dx\,.$$

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Démonstration :

La fonction f étant continue sur l'intervalle fermé $[\,a\,,\,b\,]$, elle atteint son minimum $m = \min\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$ et son maximum $M = \max\limits_{a \leq x \leq b} f(x)$. Et

$$m \leq f(x) \leq M\,, \quad \forall\, x \in [\,a\,,\,b\,] \quad \Rightarrow \quad \int_a^b m\,dx \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b M\,dx\,.$$

Or $\displaystyle \int_a^b k\,dx = k \cdot (b - a)$

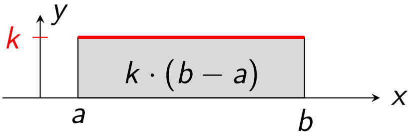
Théorème de la moyenne du calcul intégral

Démonstration :

La fonction f étant continue sur l'intervalle fermé $[a\,,\,b]$, elle atteint son minimum $m = \min\limits_{a \le x \le b} f(x)$ et son maximum $M = \max\limits_{a \le x \le b} f(x)$. Et

$$m \le f(x) \le M\,,\quad \forall\, x \in [a\,,\,b] \quad \Rightarrow \quad \int_a^b m\,dx \le \int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b M\,dx\,.$$

Or $\displaystyle\int_a^b k\,dx = k \cdot (b - a)$



Théorème de la moyenne du calcul intégral

Donc

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Donc

$$m \cdot (b - a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq M \cdot (b - a)$$

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Donc

$$m \cdot (b-a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq M \cdot (b-a)$$

d'où $\quad m \leq \dfrac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a} \leq M\,.$

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Donc

$$m \cdot (b-a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq M \cdot (b-a)$$

d'où $\quad m \leq \dfrac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a} \leq M\,.$

Le quotient $\;Q = \dfrac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a}\;$ est un nombre

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Donc

$$m \cdot (b-a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq M \cdot (b-a)$$

d'où $\quad m \leq \dfrac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a} \leq M\,.$

Le quotient $Q = \dfrac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a}$ est un nombre compris entre le minimum m et le maximum M de f sur $[\,a\,,\,b\,]$.

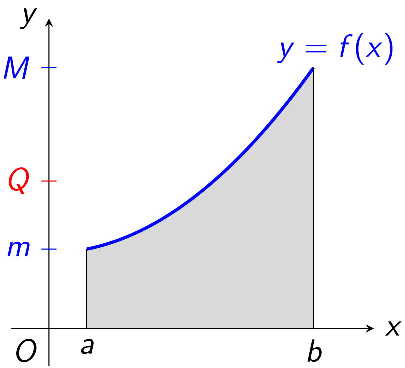
Théorème de la moyenne du calcul intégral

Donc

$$m \cdot (b-a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq M \cdot (b-a)$$

d'où $\quad m \leq \dfrac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a} \leq M\,.$

Le quotient $Q = \dfrac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a}$ est un nombre compris entre le minimum m et le maximum M de f sur $[\,a\,,\,b\,]$.



Théorème de la moyenne du calcul intégral

Or f est continue sur $[a, b]$,

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Or f est continue sur $[a, b]$, donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire,

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Or f est continue sur $[a, b]$, donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe $c \in [a, b]$ tel que $Q = f(c)$.

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Or f est continue sur $[a\,,\,b]$, donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe $c \in [a\,,\,b]$ tel que $Q = f(c)$.

$$Q = f(c) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a} = f(c)$$

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Or f est continue sur $[a, b]$, donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe $c \in [a, b]$ tel que $Q = f(c)$.

$$Q = f(c) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a} = f(c)$$

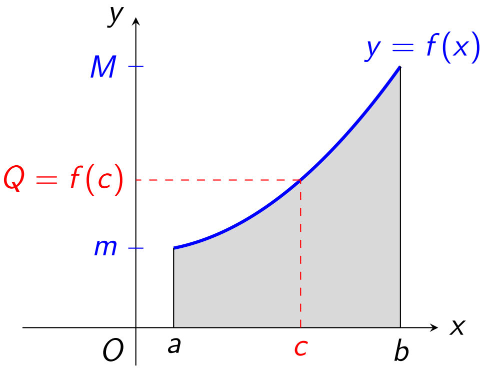
$$\Leftrightarrow \quad \int_a^b f(x)\,dx = (b-a) \cdot f(c). \quad \square$$

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Or f est continue sur $[a, b]$, donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe $c \in [a, b]$ tel que $Q = f(c)$.

$$Q = f(c) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a} = f(c)$$

$$\Leftrightarrow \quad \int_a^b f(x)\,dx = (b-a) \cdot f(c) . \quad \square$$



Théorème de la moyenne du calcul intégral

Voici une autre expression du théorème de la moyenne qui nous sera utile pour la suite.

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Voici une autre expression du théorème de la moyenne qui nous sera utile pour la suite.

En posant $a = x_0\,,\;\; b = x_0 + h$

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Voici une autre expression du théorème de la moyenne qui nous sera utile pour la suite.

En posant $a = x_0$, $b = x_0 + h$ et en supposant f continue sur un voisinage de x_0 contenant $x_0 + h$,

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Voici une autre expression du théorème de la moyenne qui nous sera utile pour la suite.

En posant $a = x_0$, $b = x_0 + h$ et en supposant f continue sur un voisinage de x_0 contenant $x_0 + h$, le théorème de la moyenne affirme que

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Voici une autre expression du théorème de la moyenne qui nous sera utile pour la suite.

En posant $a = x_0$, $b = x_0 + h$ et en supposant f continue sur un voisinage de x_0 contenant $x_0 + h$, le théorème de la moyenne affirme que

$$\exists\, \vartheta \in [0\,,\,1]$$

Théorème de la moyenne du calcul intégral

Voici une autre expression du théorème de la moyenne qui nous sera utile pour la suite.

En posant $a = x_0$, $b = x_0 + h$ et en supposant f continue sur un voisinage de x_0 contenant $x_0 + h$, le théorème de la moyenne affirme que

$$\exists\, \vartheta \in [\,0\,,\,1\,] \quad \text{tel que} \quad \int_{x_0}^{x_0+h} f(x)\,dx = h \cdot f(x_0 + \vartheta\, h)\,.$$

Définition de la fonction-aire

Définition :

Soit f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$.

Définition de la fonction-aire

Définition :

Soit f continue sur $[a, b]$.

On considère la fonction-aire A

associée à f, définie par

Définition de la fonction-aire

Définition :

Soit f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$.

On considère la fonction-aire A associée à f, définie par

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt\,, \quad x \in [\,a\,,\,b\,]\,.$$

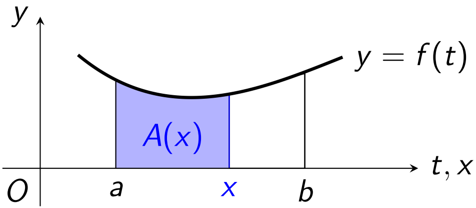
Définition de la fonction-aire

Définition :

Soit f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$.

On considère la fonction-aire A associée à f, définie par

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt\,, \quad x \in [\,a\,,\,b\,].$$



Définition de la fonction-aire

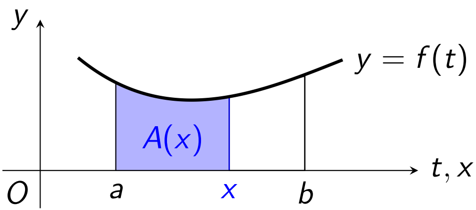
Définition :

Soit f continue sur $[\, a\, ,\, b\,]$.

On considère la fonction-aire A associée à f, définie par

$$A(x) = \int_a^x f(t)\, dt\,, \quad x \in [\, a\, ,\, b\,]\,.$$

Cette fonction $A(x)$



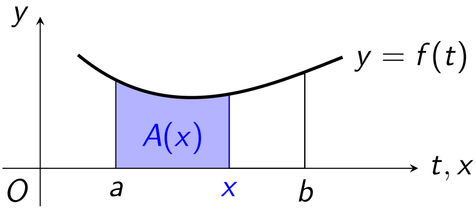
Définition de la fonction-aire

Définition :

Soit f continue sur $[a, b]$.

On considère la fonction-aire A associée à f, définie par

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt\,, \quad x \in [a, b].$$



Cette fonction $A(x)$ représente l'aire analytique

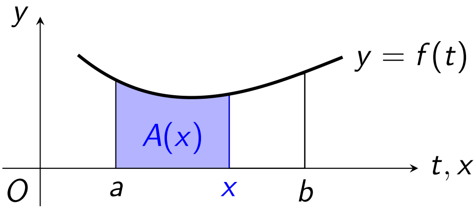
Définition de la fonction-aire

Définition :

Soit f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$.

On considère la fonction-aire A associée à f, définie par

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt\,, \quad x \in [\,a\,,\,b\,].$$



Cette fonction $A(x)$ représente l'aire analytique du domaine situé entre le graphe de f et l'axe des abscisses,

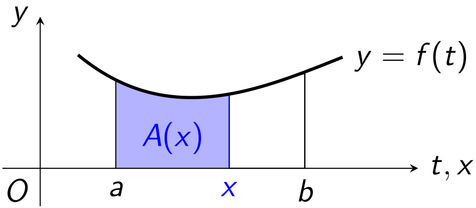
Définition de la fonction-aire

Définition :

Soit f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$.

On considère la fonction-aire A associée à f, définie par

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt\,, \quad x \in [\,a\,,\,b\,]\,.$$



Cette fonction $A(x)$ représente l'aire analytique du domaine situé entre le graphe de f et l'axe des abscisses, entre a et x.

Théorème fondamental du calcul intégral

Théorème :

Théorème fondamental du calcul intégral

Théorème :

Soient f continue sur $[a, b]$

Théorème fondamental du calcul intégral

Théorème :

Soient f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$ et A sa fonction-aire associée.

Théorème fondamental du calcul intégral

Théorème :

Soient f continue sur $[a, b]$ et A sa fonction-aire associée.

Alors A est dérivable sur $[a, b]$

Théorème fondamental du calcul intégral

Théorème :

Soient f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$ et A sa fonction-aire associée.

Alors A est dérivable sur $[\,a\,,\,b\,]$ et $A'(x) = f(x)\,,\ \forall\, x \in [\,a\,,\,b\,]\,.$

Théorème fondamental du calcul intégral

Théorème :

Soient f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$ et A sa fonction-aire associée.

Alors A est dérivable sur $[\,a\,,\,b\,]$ et $A'(x) = f(x)\,,\ \forall\, x \in [\,a\,,\,b\,]$.

En d'autres termes :

Théorème fondamental du calcul intégral

Théorème :

Soient f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$ et A sa fonction-aire associée.

Alors A est dérivable sur $[\,a\,,\,b\,]$ et $A'(x) = f(x)\,,\ \forall\, x \in [\,a\,,\,b\,]\,.$

En d'autres termes :

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x)\,.$$

Théorème fondamental du calcul intégral

Démonstration :

Théorème fondamental du calcul intégral

Démonstration :

Montrons que la limite du rapport de Newton de A en x,

Théorème fondamental du calcul intégral

Démonstration :

Montrons que la limite du rapport de Newton de A en x,

$$\lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

Théorème fondamental du calcul intégral

Démonstration :

Montrons que la limite du rapport de Newton de A en x,

$$\lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h} \text{ existe}$$

Théorème fondamental du calcul intégral

Démonstration :

Montrons que la limite du rapport de Newton de A en x,

$\lim_{h \to 0} \dfrac{A(x+h) - A(x)}{h}$ existe et vaut $f(x)$.

Théorème fondamental du calcul intégral

Démonstration :

Montrons que la limite du rapport de Newton de A en x,

$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{A(x+h) - A(x)}{h}$ existe et vaut $f(x)$.

$A(x+h) - A(x)$

Théorème fondamental du calcul intégral

Démonstration :

Montrons que la limite du rapport de Newton de A en x,

$\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$ existe et vaut $f(x)$.

$$A(x+h) - A(x) = \int_a^{x+h} f(t)\,dt - \int_a^x f(t)\,dt$$

Théorème fondamental du calcul intégral

Démonstration :

Montrons que la limite du rapport de Newton de A en x,

$\lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$ existe et vaut $f(x)$.

$$A(x+h) - A(x) = \int_a^{x+h} f(t)\,dt - \int_a^{x} f(t)\,dt$$

$$= \int_x^{a} f(t)\,dt + \int_a^{x+h} f(t)\,dt$$

Théorème fondamental du calcul intégral

Démonstration :

Montrons que la limite du rapport de Newton de A en x,

$\lim_{h \to 0} \dfrac{A(x+h) - A(x)}{h}$ existe et vaut $f(x)$.

$$A(x+h) - A(x) = \int_a^{x+h} f(t)\,dt - \int_a^{x} f(t)\,dt$$

$$= \int_x^{a} f(t)\,dt + \int_a^{x+h} f(t)\,dt = \int_x^{x+h} f(t)\,dt\,.$$

Théorème fondamental du calcul intégral

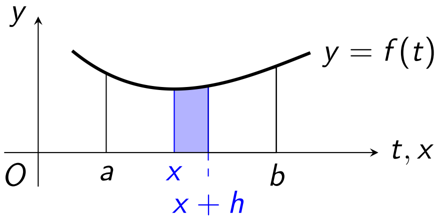
Démonstration :

Montrons que la limite du rapport de Newton de A en x,

$\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{A(x+h)-A(x)}{h}$ existe et vaut $f(x)$.

$$A(x+h)-A(x)=\int_a^{x+h} f(t)\,dt-\int_a^{x} f(t)\,dt$$

$$=\int_x^{a} f(t)\,dt+\int_a^{x+h} f(t)\,dt=\int_x^{x+h} f(t)\,dt\,.$$



Théorème fondamental du calcul intégral

Or f est continue sur $[a, b]$,

Théorème fondamental du calcul intégral

Or f est continue sur $[a, b]$, donc d'après le théorème de la moyenne,

Théorème fondamental du calcul intégral

Or f est continue sur $[\,a\,,\,b\,]$, donc d'après le théorème de la moyenne,

$$\exists\,\vartheta \in [\,0\,,\,1\,] \quad \text{tel que} \quad \int_x^{x+h} f(t)\,dt = h \cdot f(x + \vartheta\,h)\,.$$

Théorème fondamental du calcul intégral

Or f est continue sur $[\,a\,,\,b\,]$, donc d'après le théorème de la moyenne,

$$\exists\,\vartheta \in [\,0\,,\,1\,] \quad \text{tel que} \quad \int_x^{x+h} f(t)\,dt = h \cdot f(x+\vartheta\,h)\,.$$

D'où $\displaystyle \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h)-A(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h \cdot f(x+\vartheta\,h)}{h}$

Théorème fondamental du calcul intégral

Or f est continue sur $[\,a\,,\,b\,]$, donc d'après le théorème de la moyenne,

$$\exists\,\vartheta \in [\,0\,,\,1\,] \quad \text{tel que} \quad \int_x^{x+h} f(t)\,dt = h \cdot f(x + \vartheta\,h)\,.$$

D'où $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h \cdot f(x+\vartheta\,h)}{h} = \lim_{h\to 0} f(x+\vartheta\,h)$

Théorème fondamental du calcul intégral

Or f est continue sur $[\,a\,,\,b\,]$, donc d'après le théorème de la moyenne,

$$\exists\,\vartheta \in [\,0\,,\,1\,] \quad \text{tel que} \quad \int_x^{x+h} f(t)\,dt = h \cdot f(x+\vartheta\,h)\,.$$

D'où $\displaystyle \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h)-A(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h \cdot f(x+\vartheta\,h)}{h} = \lim_{h\to 0} f(x+\vartheta\,h) = f(x)\,,$

car f est continue.

Théorème fondamental du calcul intégral

Or f est continue sur $[\,a\,,\,b\,]$, donc d'après le théorème de la moyenne,

$$\exists\,\vartheta \in [\,0\,,\,1\,] \quad \text{tel que} \quad \int_x^{x+h} f(t)\,dt = h\cdot f(x+\vartheta\,h)\,.$$

D'où $\displaystyle \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h)-A(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h\cdot f(x+\vartheta\,h)}{h} = \lim_{h\to 0} f(x+\vartheta\,h) = f(x)\,,$

car f est continue.

$$A'(x) = \frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x)\,, \quad \forall\,x \in [\,a\,,\,b\,]\,. \qquad \square$$

Primitive

Définition :

Primitive

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

Primitive

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

On appelle primitive de f sur I,

Primitive

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

On appelle primitive de f sur I, une fonction F dérivable sur I

Primitive

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

On appelle primitive de f sur I, une fonction F dérivable sur I telle que

$$F'(x) = f(x), \quad \forall x \in I.$$

Primitive

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

On appelle primitive de f sur I, une fonction F dérivable sur I telle que

$$F'(x) = f(x), \quad \forall x \in I.$$

Exemple :

Primitive

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

On appelle primitive de f sur I, une fonction F dérivable sur I telle que

$$F'(x) = f(x), \quad \forall x \in I.$$

Exemple :

Soit f continue sur $[a, b]$.

Primitive

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

On appelle primitive de f sur I, une fonction F dérivable sur I telle que

$$F'(x) = f(x)\,, \quad \forall\, x \in I\,.$$

Exemple :

Soit f continue sur $[\,a\,,\,b\,]$.

La fonction-aire $A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt$

Primitive

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

On appelle primitive de f sur I, une fonction F dérivable sur I telle que

$$F'(x) = f(x), \quad \forall x \in I.$$

Exemple :

Soit f continue sur $[a, b]$.

La fonction-aire $A(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ est une primitive de f sur $[a, b]$.

Primitive

Autre exemple :

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\;\; D_f = \mathbb{R}\,,$

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\; D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\; D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\ D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$ sont toutes les deux des primitives de f .

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\ D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$ sont toutes les deux des primitives de f .

Est-ce qu'il y en a d'autres ?

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\; D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$ sont toutes les deux des primitives de f.

Est-ce qu'il y en a d'autres ? Le théorème qui suit répond à cette question.

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\ D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$ sont toutes les deux des primitives de f .

Est-ce qu'il y en a d'autres ? Le théorème qui suit répond à cette question.

Théorème :

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\ D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$ sont toutes les deux des primitives de f .

Est-ce qu'il y en a d'autres ? Le théorème qui suit répond à cette question.

Théorème :

Soient f une fonction continue sur I

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\ D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$ sont toutes les deux des primitives de f.

Est-ce qu'il y en a d'autres ? Le théorème qui suit répond à cette question.

Théorème :

Soient f une fonction continue sur I et F une primitive de f sur I.

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\ D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$ sont toutes les deux des primitives de f .

Est-ce qu'il y en a d'autres ? Le théorème qui suit répond à cette question.

Théorème :

Soient f une fonction continue sur I et F une primitive de f sur I .

Toutes les primitives de f sur I

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\ D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$ sont toutes les deux des primitives de f .

Est-ce qu'il y en a d'autres ? Le théorème qui suit répond à cette question.

Théorème :

Soient f une fonction continue sur I et F une primitive de f sur I .

Toutes les primitives de f sur I sont de la forme $F(x) + C$

Primitive

Autre exemple :

Soit $f(x) = 2\,(x+1)\,,\ D_f = \mathbb{R}\,,$

$F(x) = (x+1)^2$ et $G(x) = x^2 + 2x$ sont toutes les deux des primitives de f.

Est-ce qu'il y en a d'autres ? Le théorème qui suit répond à cette question.

Théorème :

Soient f une fonction continue sur I et F une primitive de f sur I.

Toutes les primitives de f sur I sont de la forme $F(x) + C$ où C est une constante arbitraire réelle.

Primitive

Démonstration :

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f,

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f, alors $F + C$ l'est aussi :

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f, alors $F + C$ l'est aussi :

$$(F(x) + C)' = F'(x) + 0 = f(x)\,.$$

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f, alors $F + C$ l'est aussi :

$$(F(x) + C)' = F'(x) + 0 = f(x) \,.$$

- Si F et G sont toutes les deux des primitives de f alors

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f, alors $F + C$ l'est aussi :

$$(F(x) + C)' = F'(x) + 0 = f(x)\,.$$

- Si F et G sont toutes les deux des primitives de f alors

  $F' = f$ et $G' = f$

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f, alors $F + C$ l'est aussi :

$$(F(x) + C)' = F'(x) + 0 = f(x)\,.$$

- Si F et G sont toutes les deux des primitives de f alors

$$F' = f \quad \text{et} \quad G' = f \quad \Rightarrow \quad G' - F' = f - f = 0$$

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f, alors $F + C$ l'est aussi :

$$(F(x) + C)' = F'(x) + 0 = f(x)\,.$$

- Si F et G sont toutes les deux des primitives de f alors

$$F' = f \ \text{ et } \ G' = f \quad \Rightarrow \quad G' - F' = f - f = 0 \quad \Rightarrow \quad (G - F)' = 0$$

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f , alors $F + C$ l'est aussi :

$$(F(x) + C)' = F'(x) + 0 = f(x)\,.$$

- Si F et G sont toutes les deux des primitives de f alors

$$F' = f \text{ et } G' = f \quad \Rightarrow \quad G' - F' = f - f = 0 \quad \Rightarrow \quad (G - F)' = 0$$

$$\Rightarrow \quad \exists\, C \in \mathbb{R} \quad \text{tel que} \quad (G - F) = C\,,$$

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f, alors $F + C$ l'est aussi :

$$(F(x) + C)' = F'(x) + 0 = f(x) .$$

- Si F et G sont toutes les deux des primitives de f alors

$$F' = f \text{ et } G' = f \quad \Rightarrow \quad G' - F' = f - f = 0 \quad \Rightarrow \quad (G - F)' = 0$$

$$\Rightarrow \quad \exists\, C \in \mathbb{R} \quad \text{tel que} \quad (G - F) = C ,$$

(les seules fonctions dérivables sur I, de dérivée nulle, sont les constantes).

Primitive

Démonstration :

- Si F est une primitive de f, alors $F+C$ l'est aussi :

$$(F(x)+C)' = F'(x)+0 = f(x)\,.$$

- Si F et G sont toutes les deux des primitives de f alors

$$F' = f \ \text{ et } \ G' = f \quad \Rightarrow \quad G' - F' = f - f = 0 \quad \Rightarrow \quad (G-F)' = 0$$

$$\Rightarrow \quad \exists\, C \in \mathbb{R} \ \text{ tel que } \ (G-F) = C\,,$$

(les seules fonctions dérivables sur I, de dérivée nulle, sont les constantes).

On en déduit que $G(x) = F(x) + C$. $\square$

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$.

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx\,.$

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$. Alors

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt$$

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx\,.$

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$. Alors

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C\,,$$

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$. Alors

$A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C$, (deux primitives diffèrent d'une constante),

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$. Alors

$A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C$, (deux primitives diffèrent d'une constante) ,

- en $x = a$, on a $A(a) = 0$

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$. Alors

$A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C$, (deux primitives diffèrent d'une constante),

- en $x = a$, on a $A(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; F(a) + C = 0$

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$. Alors

$A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C$, (deux primitives diffèrent d'une constante),

- en $x = a$, on a $A(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; F(a) + C = 0 \;\Leftrightarrow\; C = -F(a)$,

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$. Alors

$A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C$, (deux primitives diffèrent d'une constante) ,

- en $x = a$, on a $A(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; F(a) + C = 0 \;\Leftrightarrow\; C = -F(a)$,
- en $x = b$, on a $A(b) = F(b) + C$

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[a, b]$. Alors

$A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C$, (deux primitives diffèrent d'une constante),

- en $x = a$, on a $A(a) = 0 \Leftrightarrow F(a) + C = 0 \Leftrightarrow C = -F(a)$,
- en $x = b$, on a $A(b) = F(b) + C \Rightarrow \displaystyle\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$.

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$. Alors

$A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C$, (deux primitives diffèrent d'une constante) ,

- en $x = a$, on a $A(a) = 0 \Leftrightarrow F(a) + C = 0 \Leftrightarrow C = -F(a)$,
- en $x = b$, on a $A(b) = F(b) + C \Rightarrow \displaystyle\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$.

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[a, b]$. Alors

$A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C$, (deux primitives diffèrent d'une constante),

- en $x = a$, on a $A(a) = 0 \Leftrightarrow F(a) + C = 0 \Leftrightarrow C = -F(a)$,
- en $x = b$, on a $A(b) = F(b) + C \Rightarrow \displaystyle\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$.

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b$$

Conséquence du théorème fondamental

Calcul de l'intégrale définie $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

Soit F une primitive quelconque de f sur $[\,a\,,\,b\,]$. Alors

$A(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C$, (deux primitives diffèrent d'une constante),

- en $x = a$, on a $A(a) = 0 \Leftrightarrow F(a) + C = 0 \Leftrightarrow C = -F(a)$,
- en $x = b$, on a $A(b) = F(b) + C \Rightarrow \displaystyle\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$.

$\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b$ où F est une primitive quelconque de f.

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx$$

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

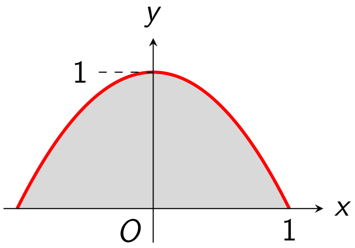
$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{1} f(x)\,dx\,.$$

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{1} f(x)\,dx\,.$$

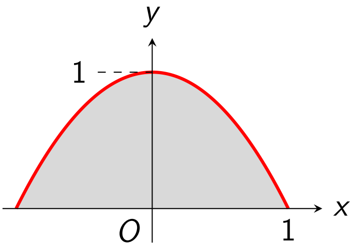


Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{1} f(x)\,dx\,.$$



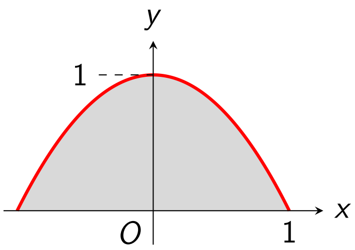
Une primitive de $f(x) = 1 - x^2$ est donnée par

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\, dx = 2 \int_{0}^{1} f(x)\, dx\,.$$

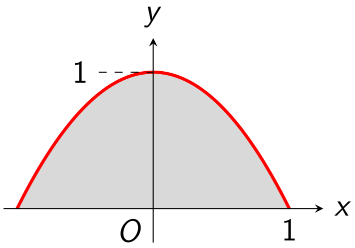


Une primitive de $f(x) = 1 - x^2$ est donnée par $F(x) = x - \frac{x^3}{3}$,

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

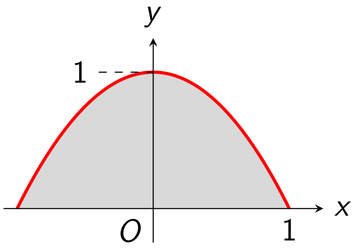


$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{1} f(x)\,dx\,.$$

Une primitive de $f(x) = 1 - x^2$ est donnée par $F(x) = x - \frac{x^3}{3}$, on en déduit le calcul de A :

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :



Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{1} f(x)\,dx\,.$$

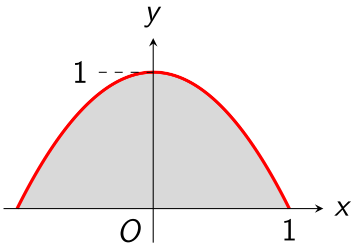
Une primitive de $f(x) = 1 - x^2$ est donnée par $F(x) = x - \frac{x^3}{3}$, on en déduit le calcul de A :

$$A = 2\int_{0}^{1} f(x)\,dx = 2\left[x - \frac{x^3}{3}\right]_0^1$$

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.



$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{1} f(x)\,dx\,.$$

Une primitive de $f(x) = 1 - x^2$ est donnée par $F(x) = x - \frac{x^3}{3}$, on en déduit le calcul de A :

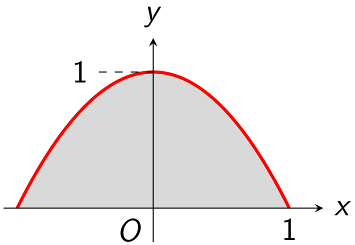
$$A = 2\int_{0}^{1} f(x)\,dx = 2\left[x - \tfrac{x^3}{3}\right]_0^1 = 2\left[\left(1 - \tfrac{1}{3}\right) - 0\right]$$

Exemples

Reprise d'un exemple précédent :

Soient $f(x) = 1 - x^2$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_0^1 f(x)\,dx\,.$$



Une primitive de $f(x) = 1 - x^2$ est donnée par $F(x) = x - \frac{x^3}{3}$, on en déduit le calcul de A :

$$A = 2\int_0^1 f(x)\,dx = 2\left[x - \tfrac{x^3}{3}\right]_0^1 = 2\left[\left(1 - \tfrac{1}{3}\right) - 0\right] = \frac{4}{3}\,.$$

Exemples

Autre exemple :

Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)\,,\ x \in [\,0\,,\,\pi\,]$

Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)\,,\ \ x \in [\,0\,,\,\pi\,]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox .

Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)\,,\; x \in [\,0\,,\,\pi\,]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_0^{\pi} g(x)\,dx$$

Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)\,,\ x \in [\,0\,,\,\pi\,]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox .

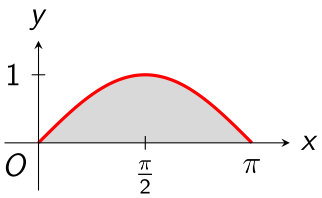
$$A = \int_0^{\pi} g(x)\,dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx\,.$$

Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)$, $x \in [0, \pi]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_0^{\pi} g(x)\,dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx\,.$$

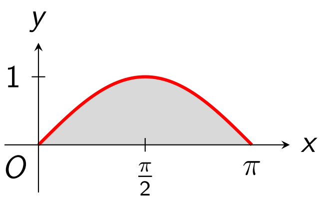


Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)$, $x \in [0, \pi]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_0^{\pi} g(x)\,dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx\,.$$



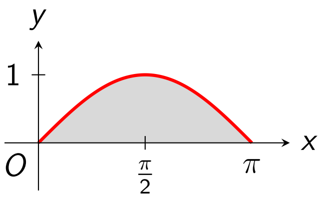
Une primitive de $g(x) = \sin(x)$ est donnée par

Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)$, $x \in [0, \pi]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_0^{\pi} g(x)\,dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx\,.$$

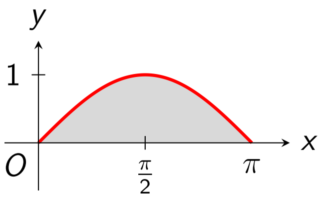


Une primitive de $g(x) = \sin(x)$ est donnée par $G(x) = -\cos(x)$,

Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)$, $x \in [0, \pi]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.



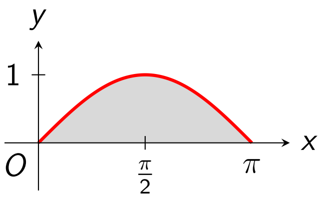
$$A = \int_0^{\pi} g(x)\,dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx\,.$$

Une primitive de $g(x) = \sin(x)$ est donnée par $G(x) = -\cos(x)$, on en déduit le calcul de A :

Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)\,,\ x \in [\,0\,,\,\pi\,]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.



$$A = \int_0^{\pi} g(x)\,dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx\,.$$

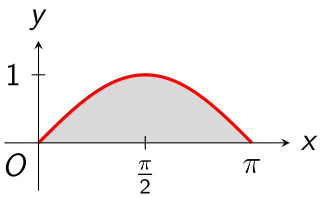
Une primitive de $g(x) = \sin(x)$ est donnée par $G(x) = -\cos(x)\,,$ on en déduit le calcul de A :

$$A = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx = 2\Big[-\cos(x)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)$, $x \in [0, \pi]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_0^{\pi} g(x)\,dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx\,.$$



Une primitive de $g(x) = \sin(x)$ est donnée par $G(x) = -\cos(x)$, on en déduit le calcul de A :

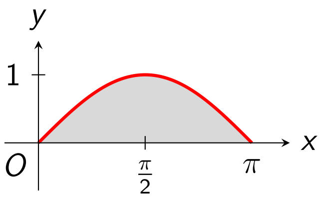
$$A = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx = 2\Big[-\cos(x)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\,[0-(-1)]$$

Exemples

Autre exemple :

Soient $g(x) = \sin(x)$, $x \in [0, \pi]$ et A l'aire du domaine limité par le graphe de f et l'axe Ox.

$$A = \int_0^{\pi} g(x)\,dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx\,.$$



Une primitive de $g(x) = \sin(x)$ est donnée par $G(x) = -\cos(x)$, on en déduit le calcul de A :

$$A = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx = 2\Big[-\cos(x)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\,[0-(-1)] = 2\,.$$

Exemples

Encore un exemple :

Exemples

Encore un exemple :

Calculer la dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

Exemples

Encore un exemple :

Calculer la dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{(t^2)}\,dt$.

Exemples

Encore un exemple :

Calculer la dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{(t^2)}\, dt$.

Remarque :

Exemples

Encore un exemple :

Calculer la dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{(t^2)}\, dt$.

Remarque : Cette fonction, définie par une intégrale,

Exemples

Encore un exemple :

Calculer la dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \int_0^{x^2} e^{(t^2)}\,dt\,.$

Remarque : Cette fonction, définie par une intégrale, n'est pas une fonction-aire,

Exemples

Encore un exemple :

Calculer la dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{(t^2)}\,dt$.

Remarque : Cette fonction, définie par une intégrale, n'est pas une fonction-aire, car la borne supérieure n'est pas égale à x .

Exemples

Encore un exemple :

Calculer la dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{(t^2)}\,dt$.

Remarque : Cette fonction, définie par une intégrale, n'est pas une fonction-aire, car la borne supérieure n'est pas égale à x.

D'autre part,

Exemples

Encore un exemple :

Calculer la dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{(t^2)}\, dt$.

Remarque : Cette fonction, définie par une intégrale, n'est pas une fonction-aire, car la borne supérieure n'est pas égale à x.

D'autre part, on ne sait pas trouver une primitive de $e^{(t^2)}$.

Exemples

Encore un exemple :

Calculer la dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{(t^2)}\,dt$.

Remarque : Cette fonction, définie par une intégrale, n'est pas une fonction-aire, car la borne supérieure n'est pas égale à x .

D'autre part, on ne sait pas trouver une primitive de $e^{(t^2)}$.

Alors $\cdots$?

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$,

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue,

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental,

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2}$

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]'$

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]' = [G(x^2)]' - [G(0)]'$

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]' = [G(x^2)]' - [G(0)]' = [G(x^2)]' - 0$,

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]' = [G(x^2)]' - [G(0)]' = [G(x^2)]' - 0$,

car $G(0)$ est une constante.

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]' = [G(x^2)]' - [G(0)]' = [G(x^2)]' - 0$,

car $G(0)$ est une constante.

On dérive $G(x^2)$ comme une fonction composée,

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]' = [G(x^2)]' - [G(0)]' = [G(x^2)]' - 0$,

car $G(0)$ est une constante.

On dérive $G(x^2)$ comme une fonction composée, en utilisant le fait que $G' = g$:

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]' = [G(x^2)]' - [G(0)]' = [G(x^2)]' - 0$,

car $G(0)$ est une constante.

On dérive $G(x^2)$ comme une fonction composée, en utilisant le fait que $G' = g$:

$$F'(x) = [G(x^2)]'$$

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]' = [G(x^2)]' - [G(0)]' = [G(x^2)]' - 0$,

car $G(0)$ est une constante.

On dérive $G(x^2)$ comme une fonction composée, en utilisant le fait que $G' = g$:

$$F'(x) = [G(x^2)]' = G'(x^2) \cdot (x^2)'$$

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]' = [G(x^2)]' - [G(0)]' = [G(x^2)]' - 0$,

car $G(0)$ est une constante.

On dérive $G(x^2)$ comme une fonction composée, en utilisant le fait que $G' = g$:

$$F'(x) = [G(x^2)]' = G'(x^2) \cdot (x^2)' = 2x \cdot g(x^2)$$

Suite et fin de l'exemple

Notons $g(t) = e^{(t^2)}$, c'est une fonction continue, elle admet donc une primitive $G(t)$.

D'après le théorème fondamental, on a : $F(x) = G(t)\Big|_0^{x^2} = G(x^2) - G(0)$.

Donc $F'(x) = [G(x^2) - G(0)]' = [G(x^2)]' - [G(0)]' = [G(x^2)]' - 0$,

car $G(0)$ est une constante.

On dérive $G(x^2)$ comme une fonction composée, en utilisant le fait que $G' = g$:

$$F'(x) = [G(x^2)]' = G'(x^2) \cdot (x^2)' = 2x \cdot g(x^2) = 2x \cdot e^{(x^4)}.$$