Chapitre 6. Arcs paramétrés

Chapitre 6. Arcs paramétrés

3. Etude complète d'un arc paramétré

Le Limaçon de Pascal

Dans le plan muni d'un repère ortho-
normé,

Le Limaçon de Pascal

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle γ de centre O et de rayon 1,

Le Limaçon de Pascal

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle γ de centre O et de rayon 1, le point $A(2,0)$

Le Limaçon de Pascal

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle γ de centre O et de rayon 1, le point $A(2,0)$ et un point P de γ.

Le Limaçon de Pascal

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle γ de centre O et de rayon 1, le point $A(2,0)$ et un point P de γ.

Soit M la projection orthogonale de A

Le Limaçon de Pascal

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle γ de centre O et de rayon 1, le point $A(2,0)$ et un point P de γ.

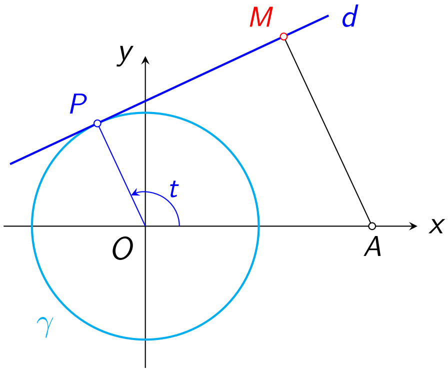
Soit M la projection orthogonale de A sur la tangente d à γ en P.

Le Limaçon de Pascal

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle γ de centre O et de rayon 1, le point $A(2,0)$ et un point P de γ.

Soit M la projection orthogonale de A sur la tangente d à γ en P.

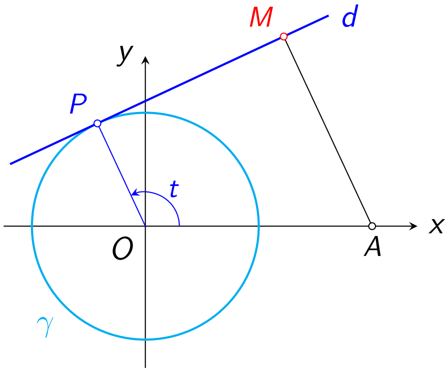
Le lieu du point M



Le Limaçon de Pascal

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle γ de centre O et de rayon 1, le point $A(2,0)$ et un point P de γ.

Soit M la projection orthogonale de A sur la tangente d à γ en P.

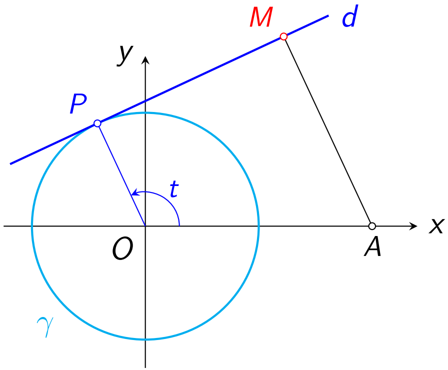


Le lieu du point M lorsque P décrit le cercle γ

Le Limaçon de Pascal

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle γ de centre O et de rayon 1, le point $A(2,0)$ et un point P de γ.

Soit M la projection orthogonale de A sur la tangente d à γ en P.



Le lieu du point M lorsque P décrit le cercle γ est appelé le Limaçon de Pascal.

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - Choix du paramètre :

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ,

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ, $P(\cos t\,,\, \sin t)$.

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ, $P(\cos t\,, \sin t)$.
  - Equation de la tangente d à γ en P :

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ, $P(\cos t, \sin t)$.
  - Equation de la tangente d à γ en P :
    - Si $X(x, y)$ est un point courant de d,

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ, $P(\cos t\,, \sin t)$.
  - Equation de la tangente d à γ en P :
    - Si $X(x, y)$ est un point courant de d, alors $\overrightarrow{PX} \perp \overrightarrow{OP}$:

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - $\ast$ Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ, $P(\cos t\,,\,\sin t)$.
  - $\ast$ Equation de la tangente d à γ en P :
    - Si $X(x, y)$ est un point courant de d, alors $\overrightarrow{PX} \perp \overrightarrow{OP}$:

      $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PX} = 0$

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ, $P(\cos t, \sin t)$.
  - Equation de la tangente d à γ en P :
    - Si $X(x, y)$ est un point courant de d, alors $\overrightarrow{PX} \perp \overrightarrow{OP}$:

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PX} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x - \cos t \\ y - \sin t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} = 0$$

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ, $P(\cos t\,,\,\sin t)$.
  - Equation de la tangente d à γ en P :
    - Si $X(x,y)$ est un point courant de d, alors $\overrightarrow{PX} \perp \overrightarrow{OP}$:

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PX} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \begin{pmatrix} x-\cos t \\ y-\sin t \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow\quad x\cos t + y\sin t - \left[\cos^2 t + \sin^2 t\right] = 0$$

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - $*$ Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ, $P\,(\cos t\,,\, \sin t)$.
  - $*$ Equation de la tangente d à γ en P :
    - Si $X(x, y)$ est un point courant de d, alors $\overrightarrow{PX} \perp \overrightarrow{OP}$:

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PX} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x - \cos t \\ y - \sin t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x \cos t + y \sin t - \left[\cos^2 t + \sin^2 t\right] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \cos t + y \sin t = 1\,.$$

Le Limaçon de Pascal

- Equations paramétriques du lieu de M
  - $\ast$ Choix du paramètre : la variable t qui permet de décrire la position du point P sur le cercle γ, $P(\cos t\,,\,\sin t)$.
  - $\ast$ Equation de la tangente d à γ en P :
    - ○ Si $X(x,y)$ est un point courant de d, alors $\overrightarrow{PX}\perp\overrightarrow{OP}$:

      $$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PX}=0 \quad\Leftrightarrow\quad \begin{pmatrix} x-\cos t\\ y-\sin t\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\cos t\\ \sin t\end{pmatrix}=0$$

      $$\Leftrightarrow\quad x\,\cos t+y\,\sin t-\left[\cos^2 t+\sin^2 t\right]=0 \quad\Leftrightarrow\quad x\,\cos t+y\,\sin t=1\,.$$
    - ○ Ou par dédoublement de l'équation de γ : $x^2+y^2=1$ en $P(\cos t\,,\,\sin t)$.

Le Limaçon de Pascal

* Equation de la droite (AM) parallèle à (OP) passant par A :

Le Limaçon de Pascal

* Equation de la droite (AM) parallèle à (OP) passant par A :

$$\begin{pmatrix} x-2 \\ y-0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix} = 0$$

Le Limaçon de Pascal

* Equation de la droite (AM) parallèle à (OP) passant par A :

$$\begin{pmatrix} x-2 \\ y-0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \sin t - y \cos t = 2 \sin t \, .$$

Le Limaçon de Pascal

* Equation de la droite (AM) parallèle à (OP) passant par A :

$$\begin{pmatrix} x-2 \\ y-0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \sin t - y \cos t = 2 \sin t\,.$$

* Le point M est l'intersection des deux droites d et (AM).

Le Limaçon de Pascal

* Equation de la droite (AM) parallèle à (OP) passant par A :

$$\begin{pmatrix} x-2 \\ y-0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \sin t - y \cos t = 2 \sin t \,.$$

* Le point M est l'intersection des deux droites d et (AM).

  Ses coordonnées x et y vérifient donc la double contrainte :

Le Limaçon de Pascal

* Equation de la droite (AM) parallèle à (OP) passant par A :

$$\begin{pmatrix} x-2 \\ y-0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \sin t - y \cos t = 2 \sin t\,.$$

* Le point M est l'intersection des deux droites d et (AM).

  Ses coordonnées x et y vérifient donc la double contrainte :

$$\begin{cases} x \cos t + y \sin t = 1 \\ x \sin t - y \cos t = 2 \sin t\,. \end{cases}$$

Le Limaçon de Pascal

* Il ne reste plus qu'à expliciter x et y en fonction de t

Le Limaçon de Pascal

* Il ne reste plus qu'à expliciter x et y en fonction de t

$$\left\{\begin{array}{l} x\cos t + y\sin t = 1 \\ x\sin t - y\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\cos t \\ \cdot\sin t \end{array}\right.$$

Le Limaçon de Pascal

* Il ne reste plus qu'à expliciter x et y en fonction de t

$$\left\{\begin{array}{l} x\cos t + y\sin t = 1 \\ x\sin t - y\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\cos t \\ \cdot\sin t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\cos^2 t + y\sin t\cos t = \cos t \\ x\sin^2 t - y\sin t\cos t = 2\sin^2 t \end{array}\right.$$

Le Limaçon de Pascal

* Il ne reste plus qu'à expliciter x et y en fonction de t

$$\left\{\begin{array}{l} x\,\cos t + y\,\sin t = 1 \\ x\,\sin t - y\,\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\cos t \\ \cdot\sin t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\,\cos^2 t + y\,\sin t\,\cos t = \cos t \\ x\,\sin^2 t - y\,\sin t\,\cos t = 2\sin^2 t \end{array}\right.$$

et par addition :

Le Limaçon de Pascal

* Il ne reste plus qu'à expliciter x et y en fonction de t

$$\left\{\begin{array}{l} x\,\cos t + y\,\sin t = 1 \\ x\,\sin t - y\,\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\cos t \\ \cdot\sin t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\,\cos^2 t + y\,\sin t\,\cos t = \cos t \\ x\,\sin^2 t - y\,\sin t\,\cos t = 2\sin^2 t \end{array}\right.$$

et par addition : $x = \cos t + 2\sin^2 t$.

Le Limaçon de Pascal

* Il ne reste plus qu'à expliciter x et y en fonction de t

$$\left\{\begin{array}{l} x\,\cos t + y\,\sin t = 1 \\ x\,\sin t - y\,\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\cos t \\ \cdot\sin t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\,\cos^2 t + y\,\sin t\,\cos t = \cos t \\ x\,\sin^2 t - y\,\sin t\,\cos t = 2\sin^2 t \end{array}\right.$$

et par addition : $x = \cos t + 2\sin^2 t$.

$$\left\{\begin{array}{l} x\,\cos t + y\,\sin t = 1 \\ x\,\sin t - y\,\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\sin t \\ \cdot\cos t \end{array}\right.$$

Le Limaçon de Pascal

* Il ne reste plus qu'à expliciter x et y en fonction de t

$$\left\{\begin{array}{l} x\ \cos t + y\ \sin t = 1 \\ x\ \sin t - y\ \cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot \cos t \\ \cdot \sin t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\ \cos^2 t + y\ \sin t\ \cos t = \cos t \\ x\ \sin^2 t - y\ \sin t\ \cos t = 2\sin^2 t \end{array}\right.$$

et par addition : $x = \cos t + 2\sin^2 t$.

$$\left\{\begin{array}{l} x\ \cos t + y\ \sin t = 1 \\ x\ \sin t - y\ \cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot \sin t \\ \cdot \cos t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\ \sin t\ \cos t + y\ \sin^2 t = \sin t \\ x\ \sin t\ \cos t - y\ \cos^2 t = \sin 2t \end{array}\right.$$

Le Limaçon de Pascal

* Il ne reste plus qu'à expliciter x et y en fonction de t

$$\left\{\begin{array}{l} x\,\cos t + y\,\sin t = 1 \\ x\,\sin t - y\,\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\cos t \\ \cdot\sin t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\,\cos^2 t + y\,\sin t\,\cos t = \cos t \\ x\,\sin^2 t - y\,\sin t\,\cos t = 2\sin^2 t \end{array}\right.$$

et par addition : $x = \cos t + 2\sin^2 t$.

$$\left\{\begin{array}{l} x\,\cos t + y\,\sin t = 1 \\ x\,\sin t - y\,\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\sin t \\ \cdot\cos t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\,\sin t\,\cos t + y\,\sin^2 t = \sin t \\ x\,\sin t\,\cos t - y\,\cos^2 t = \sin 2t \end{array}\right.$$

et par soustraction :

Le Limaçon de Pascal

* Il ne reste plus qu'à expliciter x et y en fonction de t

$$\left\{\begin{array}{l} x\cos t + y\sin t = 1 \\ x\sin t - y\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\cos t \\ \cdot\sin t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\cos^2 t + y\sin t\cos t = \cos t \\ x\sin^2 t - y\sin t\cos t = 2\sin^2 t \end{array}\right.$$

et par addition : $x = \cos t + 2\sin^2 t$.

$$\left\{\begin{array}{l} x\cos t + y\sin t = 1 \\ x\sin t - y\cos t = 2\sin t \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\sin t \\ \cdot\cos t \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\sin t\cos t + y\sin^2 t = \sin t \\ x\sin t\cos t - y\cos^2 t = \sin 2t \end{array}\right.$$

et par soustraction : $y = \sin t - \sin 2t$.

Le Limaçon de Pascal

- Etude de l'arc paramétré $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos t + 2\sin^2 t \\ y(t) = \sin t - \sin 2t\,, \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}\,.$

Le Limaçon de Pascal

- Etude de l'arc paramétré Γ : $\begin{cases} x(t) = \cos t + 2\sin^2 t \\ y(t) = \sin t - \sin 2t\,, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,.$

  ∗ Définition du domaine d'étude.

Le Limaçon de Pascal

- Etude de l'arc paramétré Γ : $\begin{cases} x(t) = \cos t + 2\sin^2 t \\ y(t) = \sin t - \sin 2t\,, \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}\,.$

  $\ast$ Définition du domaine d'étude.

  La fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ est définie et continue sur $\mathbb{R}$.

Le Limaçon de Pascal

- Etude de l'arc paramétré $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos t + 2\sin^2 t \\ y(t) = \sin t - \sin 2t\,, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,.$

  * Définition du domaine d'étude.

    La fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ est définie et continue sur $\mathbb{R}$.

    Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont 2π-périodiques,

Le Limaçon de Pascal

- Etude de l'arc paramétré Γ : $\begin{cases} x(t) = \cos t + 2\sin^2 t \\ y(t) = \sin t - \sin 2t\,, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,.$

  $*$ Définition du domaine d'étude.

  La fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ est définie et continue sur $\mathbb{R}$.

  Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont 2π-périodiques, on restreint donc le domaine d'étude à l'intervalle $[-\pi\,,\,\pi]$.

Le Limaçon de Pascal

- Etude de l'arc paramétré Γ : $\begin{cases} x(t) = \cos t + 2\sin^2 t \\ y(t) = \sin t - \sin 2t\,, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,.$

  * Définition du domaine d'étude.

    La fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ est définie et continue sur $\mathbb{R}$.

    Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont 2π-périodiques, on restreint donc le domaine d'étude à l'intervalle $[-\pi\,,\,\pi]$.

    De plus $x(t)$ est paire

Le Limaçon de Pascal

- Etude de l'arc paramétré Γ : $\begin{cases} x(t) = \cos t + 2\sin^2 t \\ y(t) = \sin t - \sin 2t\,, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$.

  $\ast$ Définition du domaine d'étude.

  La fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ est définie et continue sur $\mathbb{R}$.

  Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont 2π-périodiques, on restreint donc le domaine d'étude à l'intervalle $[-\pi\,,\,\pi]$.

  De plus $x(t)$ est paire et $y(t)$ est impaire,

Le Limaçon de Pascal

- Etude de l'arc paramétré $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos t + 2\sin^2 t \\ y(t) = \sin t - \sin 2t\,, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,.$

  * Définition du domaine d'étude.

    La fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ est définie et continue sur $\mathbb{R}$.

    Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont 2π-périodiques, on restreint donc le domaine d'étude à l'intervalle $[-\pi\,,\,\pi]$.

    De plus $x(t)$ est paire et $y(t)$ est impaire, l'arc Γ est donc symétrique par rapport à l'axe Ox,

Le Limaçon de Pascal

- Etude de l'arc paramétré Γ : $\begin{cases} x(t) = \cos t + 2\sin^2 t \\ y(t) = \sin t - \sin 2t \,, \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$.

  $\ast$ Définition du domaine d'étude.

  La fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ est définie et continue sur $\mathbb{R}$.

  Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont 2π-périodiques, on restreint donc le domaine d'étude à l'intervalle $[-\pi\,,\,\pi\,]$.

  De plus $x(t)$ est paire et $y(t)$ est impaire, l'arc Γ est donc symétrique par rapport à l'axe Ox, on l'étudie sur l'intervalle $[\,0\,,\,\pi\,]$.

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t \to 0} x(t)$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t \to 0} x(t) = x(0)$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t \to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = x(0) = 1\,,\qquad\qquad \lim\limits_{t\to 0} y(t)$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[0\,,\,\pi]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t \to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\qquad \lim\limits_{t \to 0} y(t) = y(0)$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[0\,,\,\pi]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  ◦ $\lim_{t\to 0} x(t) = x(0) = 1\,,\qquad \lim_{t\to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[0, \pi]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t \to 0} x(t) = x(0) = 1$, $\lim\limits_{t \to 0} y(t) = y(0) = 0$.
  - $\lim\limits_{t \to \pi} x(t)$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\qquad \lim\limits_{t\to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim\limits_{t\to \pi} x(t) = x(\pi)$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\qquad\lim\limits_{t\to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim\limits_{t\to \pi} x(t) = x(\pi) = -1\,,$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[0\,,\,\pi]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\qquad \lim\limits_{t\to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim\limits_{t\to \pi} x(t) = x(\pi) = -1\,,$ $\qquad \lim\limits_{t\to \pi} y(t)$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[0\,,\,\pi]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim_{t \to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\qquad \lim_{t \to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim_{t \to \pi} x(t) = x(\pi) = -1\,,$ $\qquad \lim_{t \to \pi} y(t) = y(\pi)$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[0, \pi]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim_{t \to 0} x(t) = x(0) = 1$, $\lim_{t \to 0} y(t) = y(0) = 0$.
  - $\lim_{t \to \pi} x(t) = x(\pi) = -1$, $\lim_{t \to \pi} y(t) = y(\pi) = 0$.

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim_{t \to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\qquad \lim_{t \to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim_{t \to \pi} x(t) = x(\pi) = -1\,,$ $\qquad \lim_{t \to \pi} y(t) = y(\pi) = 0\,.$

* Dérivée et signe des fonctions coordonnées

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\qquad$ $\lim\limits_{t\to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim\limits_{t\to \pi} x(t) = x(\pi) = -1\,,$ $\qquad$ $\lim\limits_{t\to \pi} y(t) = y(\pi) = 0\,.$

* Dérivée et signe des fonctions coordonnées

  - $\dot{x}(t) = -\sin t + 4\,\sin t\,\cos t$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[0\,,\,\pi]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\lim\limits_{t\to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim\limits_{t\to \pi} x(t) = x(\pi) = -1\,,$ $\lim\limits_{t\to \pi} y(t) = y(\pi) = 0\,.$

* Dérivée et signe des fonctions coordonnées

  - $\dot{x}(t) = -\sin t + 4\,\sin t\,\cos t = \sin t\,[4\,\cos t - 1]\,.$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[0\,,\,\pi]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\qquad \lim\limits_{t\to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim\limits_{t\to \pi} x(t) = x(\pi) = -1\,,$ $\qquad \lim\limits_{t\to \pi} y(t) = y(\pi) = 0\,.$

* Dérivée et signe des fonctions coordonnées

  - $\dot{x}(t) = -\sin t + 4\,\sin t\,\cos t = \sin t\,[4\,\cos t - 1]\,.$
  - $\dot{y}(t) = \cos t - 2\,\cos(2t)$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t \to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\quad$ $\lim\limits_{t \to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim\limits_{t \to \pi} x(t) = x(\pi) = -1\,,$ $\quad$ $\lim\limits_{t \to \pi} y(t) = y(\pi) = 0\,.$

* Dérivée et signe des fonctions coordonnées

  - $\dot{x}(t) = -\sin t + 4\,\sin t\,\cos t = \sin t\,[\,4\,\cos t - 1\,]\,.$
  - $\dot{y}(t) = \cos t - 2\,\cos(2t) = \cos t - 2\,\big[\,2\,\cos^2 t - 1\,\big]$

Le Limaçon de Pascal

* Limites aux points frontières du domaine $[\,0\,,\,\pi\,]$

  Les fonctions coordonnées sont continues :

  - $\lim\limits_{t \to 0} x(t) = x(0) = 1\,,$ $\qquad \lim\limits_{t \to 0} y(t) = y(0) = 0\,.$
  - $\lim\limits_{t \to \pi} x(t) = x(\pi) = -1\,,$ $\qquad \lim\limits_{t \to \pi} y(t) = y(\pi) = 0\,.$

* Dérivée et signe des fonctions coordonnées

  - $\dot{x}(t) = -\sin t + 4 \sin t \cos t = \sin t\,[\,4 \cos t - 1\,]\,.$
  - $\dot{y}(t) = \cos t - 2 \cos(2t) = \cos t - 2\left[\,2 \cos^2 t - 1\,\right] = -4 \cos^2 t + \cos t + 2\,.$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

  $\Leftrightarrow\; \sin t = 0$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

  $\Leftrightarrow\; \sin t = 0 \;\text{ ou }\; \cos t = \frac{1}{4}$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \iff \sin t \left[4 \cos t - 1 \right] = 0$

  $\iff \sin t = 0 \quad \text{ou} \quad \cos t = \frac{1}{4}$

  $\iff t = 0^\circ$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

  $\Leftrightarrow\; \sin t = 0 \;\text{ ou }\; \cos t = \frac{1}{4}$

  $\Leftrightarrow\; t = 0^\circ \;\text{ ou }\; t \approx 75^\circ$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

  $\Leftrightarrow\; \sin t = 0 \;\text{ ou }\; \cos t = \frac{1}{4}$

  $\Leftrightarrow\; t = 0^\circ \;\text{ ou }\; t \approx 75^\circ \;\text{ ou }\; t = 180^\circ$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \iff \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

  $\iff \sin t = 0 \quad \text{ou} \quad \cos t = \frac{1}{4}$

  $\iff t = 0^\circ \quad \text{ou} \quad t \approx 75^\circ \quad \text{ou} \quad t = 180^\circ$

$$\begin{array}{c|ccccc} t & 0 & & \approx 75 & & 180 \\ \hline \dot{x}(t) & 0 & + & 0 & - & 0 \end{array}$$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}\,(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[\,4\,\cos t - 1\,] = 0$

  $\Leftrightarrow\; \sin t = 0 \;\text{ ou }\; \cos t = \frac{1}{4}$

  $\Leftrightarrow\; t = 0^\circ \;\text{ ou }\; t \approx 75^\circ \;\text{ ou }\; t = 180^\circ$

t	0		≈ 75		180
$\dot{x}(t)$	0	$+$	0	$-$	0

- $\dot{y}\,(t) = 0$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \Leftrightarrow \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

  $\Leftrightarrow \sin t = 0 \;\text{ ou }\; \cos t = \frac{1}{4}$

  $\Leftrightarrow t = 0^\circ \;\text{ ou }\; t \approx 75^\circ \;\text{ ou }\; t = 180^\circ$

t	0		≈ 75		180
$\dot{x}(t)$	0	$+$	0	$-$	0

- $\dot{y}(t) = 0 \Leftrightarrow -4\cos^2 t + \cos t + 2 = 0$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

  $\Leftrightarrow\; \sin t = 0 \;\text{ ou }\; \cos t = \frac{1}{4}$

  $\Leftrightarrow\; t = 0^\circ \;\text{ ou }\; t \approx 75^\circ \;\text{ ou }\; t = 180^\circ$

$$\begin{array}{c|ccccc} t & 0 & & \approx 75 & & 180 \\ \hline \dot{x}(t) & 0 & + & 0 & - & 0 \end{array}$$

- $\dot{y}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; -4\cos^2 t + \cos t + 2 = 0 \;\Leftrightarrow\; \cos t = \dfrac{1 \pm \sqrt{33}}{8}.$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \iff \sin t \,[4\cos t - 1] = 0$

  $\iff \sin t = 0 \quad \text{ou} \quad \cos t = \frac{1}{4}$

  $\iff t = 0^\circ \quad \text{ou} \quad t \approx 75^\circ \quad \text{ou} \quad t = 180^\circ$

t	0		≈ 75		180
$\dot{x}(t)$	0	$+$	0	$-$	0

- $\dot{y}(t) = 0 \iff -4\cos^2 t + \cos t + 2 = 0 \iff \cos t = \dfrac{1 \pm \sqrt{33}}{8}.$

  $$t = \arccos\left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)$$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

  $\Leftrightarrow\; \sin t = 0 \;$ ou $\; \cos t = \frac{1}{4}$

  $\Leftrightarrow\; t = 0^\circ \;$ ou $\; t \approx 75^\circ \;$ ou $\; t = 180^\circ$

t	0		≈ 75		180
$\dot{x}(t)$	0	$+$	0	$-$	0

- $\dot{y}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; -4\cos^2 t + \cos t + 2 = 0 \;\Leftrightarrow\; \cos t = \dfrac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$.

  $t = \arccos\left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \approx 32^\circ$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[4\cos t - 1] = 0$

  $\Leftrightarrow\; \sin t = 0 \;\text{ ou }\; \cos t = \frac{1}{4}$

  $\Leftrightarrow\; t = 0° \;\text{ ou }\; t \approx 75° \;\text{ ou }\; t = 180°$

t	0		≈ 75		180
$\dot{x}(t)$	0	$+$	0	$-$	0

- $\dot{y}(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; -4\cos^2 t + \cos t + 2 = 0 \;\Leftrightarrow\; \cos t = \dfrac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$.

  $t = \arccos\left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \approx 32° \quad \text{ou} \quad t = \arccos\left(\frac{1-\sqrt{33}}{8}\right)$

Le Limaçon de Pascal

- $\dot{x}\,(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin t\,[\,4\,\cos t - 1\,] = 0$

  $\Leftrightarrow\;\; \sin t = 0 \;\;\text{ou}\;\; \cos t = \frac{1}{4}$

  $\Leftrightarrow\;\; t = 0^\circ \;\;\text{ou}\;\; t \approx 75^\circ \;\;\text{ou}\;\; t = 180^\circ$

t	0		≈ 75		180
$\dot{x}(t)$	0	$+$	0	$-$	0

- $\dot{y}\,(t) = 0 \;\Leftrightarrow\; -4\,\cos^2 t + \cos t + 2 = 0 \;\Leftrightarrow\; \cos t = \dfrac{1 \pm \sqrt{33}}{8}\,.$

$$t = \arccos\left(\tfrac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \approx 32^\circ \qquad \text{ou} \qquad t = \arccos\left(\tfrac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \approx 126^\circ\,.$$

Le Limaçon de Pascal

Nommons les différentes valeurs remarquables de t dans l'ordre croissant :

Le Limaçon de Pascal

Nommons les différentes valeurs remarquables de t dans l'ordre croissant :

$$t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5 \, ,$$

Le Limaçon de Pascal

Nommons les différentes valeurs remarquables de t dans l'ordre croissant :

$$t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5 \,,$$

avec : $\quad t_1 = 0 \,,$

Le Limaçon de Pascal

Nommons les différentes valeurs remarquables de t dans l'ordre croissant :

$$t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5 \, ,$$

avec : $\quad t_1 = 0 \, , \quad t_2 = \arccos\left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \approx 32^\circ \, ,$

Le Limaçon de Pascal

Nommons les différentes valeurs remarquables de t dans l'ordre croissant :

$$t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5 \,,$$

avec : $\quad t_1 = 0 \,, \quad t_2 = \arccos\left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \approx 32^\circ \,, \quad t_3 = \arccos\left(\frac{1}{4}\right) \approx 75^\circ \,,$

Le Limaçon de Pascal

Nommons les différentes valeurs remarquables de t dans l'ordre croissant :

$$t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5\,,$$

avec : $\quad t_1 = 0\,, \quad t_2 = \arccos\left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \approx 32^\circ\,, \quad t_3 = \arccos\left(\frac{1}{4}\right) \approx 75^\circ\,,$

$$t_4 = \arccos\left(\frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \approx 126^\circ$$

Le Limaçon de Pascal

Nommons les différentes valeurs remarquables de t dans l'ordre croissant :

$$t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5 \,,$$

avec : $\quad t_1 = 0\,, \quad t_2 = \arccos\left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \approx 32^\circ\,, \quad t_3 = \arccos\left(\frac{1}{4}\right) \approx 75^\circ\,,$

$$t_4 = \arccos\left(\frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \approx 126^\circ \quad \text{et} \quad t_5 = \pi\,.$$

Le Limaçon de Pascal

Nommons les différentes valeurs remarquables de t dans l'ordre croissant :

$$t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5\,,$$

avec : $\quad t_1 = 0\,, \quad t_2 = \arccos\left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \approx 32^\circ\,, \quad t_3 = \arccos\left(\frac{1}{4}\right) \approx 75^\circ\,,$

$$t_4 = \arccos\left(\frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \approx 126^\circ \quad \text{et} \quad t_5 = \pi\,.$$

t	0		t_2		t_4		π
$\dot{y}(t)$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	|

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$,

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 :

Le Limaçon de Pascal

- Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_2 :

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

- En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
- En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.
  - En t_3 :

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.
  - En t_3 : $M_3(\sim 2.1\,,\,\sim 0.5)$

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.
  - En t_3 : $M_3(\sim 2.1\,,\,\sim 0.5)$ est un point à tangente verticale.

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.
  - En t_3 : $M_3(\sim 2.1\,,\,\sim 0.5)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_4 :

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.
  - En t_3 : $M_3(\sim 2.1\,,\,\sim 0.5)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_4 : $M_4(\sim 0.7\,,\,\sim 1.75)$

Le Limaçon de Pascal

∗ Points remarquables

Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

- En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
- En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.
- En t_3 : $M_3(\sim 2.1\,,\,\sim 0.5)$ est un point à tangente verticale.
- En t_4 : $M_4(\sim 0.7\,,\,\sim 1.75)$ est un point à tangente horizontale.

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.
  - En t_3 : $M_3(\sim 2.1\,,\,\sim 0.5)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_4 : $M_4(\sim 0.7\,,\,\sim 1.75)$ est un point à tangente horizontale.
  - En t_5 :

Le Limaçon de Pascal

$\ast$ Points remarquables

Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

- En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
- En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.
- En t_3 : $M_3(\sim 2.1\,,\,\sim 0.5)$ est un point à tangente verticale.
- En t_4 : $M_4(\sim 0.7\,,\,\sim 1.75)$ est un point à tangente horizontale.
- En t_5 : $M_5(-1\,,\,0)$

Le Limaçon de Pascal

* Points remarquables

  Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

  - En t_1 : $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_2 : $M_2(\sim 1.4\,,\,\sim -0.37)$ est un point à tangente horizontale.
  - En t_3 : $M_3(\sim 2.1\,,\,\sim 0.5)$ est un point à tangente verticale.
  - En t_4 : $M_4(\sim 0.7\,,\,\sim 1.75)$ est un point à tangente horizontale.
  - En t_5 : $M_5(-1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.

Le Limaçon de Pascal

* Tableau de variation

Le Limaçon de Pascal

* Tableau de variation

t	0		t_2		t_3		t_4		π
$\dot{x}(t)$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0
$x(t)$	1	$\nearrow$	1.4	$\nearrow$	2.1	$\searrow$	0.7	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	-0.3	$\nearrow$	0.5	$\nearrow$	1.7	$\searrow$	0

Le Limaçon de Pascal

* Tableau de variation

t	0		t_2		t_3		t_4		π
$\dot{x}(t)$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0
$x(t)$	1	$\nearrow$	1.4	$\nearrow$	2.1	$\searrow$	0.7	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	-0.3	$\nearrow$	0.5	$\nearrow$	1.7	$\searrow$	0
	M_1 TV								

Le Limaçon de Pascal

- Tableau de variation

t	0		t_2		t_3		t_4		π
$\dot{x}(t)$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0
$x(t)$	1	$\nearrow$	1.4	$\nearrow$	2.1	$\searrow$	0.7	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	-0.3	$\nearrow$	0.5	$\nearrow$	1.7	$\searrow$	0
	M_1 TV		M_2 TH						

Le Limaçon de Pascal

* Tableau de variation

t	0		t_2		t_3		t_4		π
$\dot{x}(t)$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0
$x(t)$	1	$\nearrow$	1.4	$\nearrow$	2.1	$\searrow$	0.7	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	-0.3	$\nearrow$	0.5	$\nearrow$	1.7	$\searrow$	0
	M_1 TV		M_2 TH		M_3 TV				

Le Limaçon de Pascal

* Tableau de variation

t	0		t_2		t_3		t_4		π
$\dot{x}(t)$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0
$x(t)$	1	$\nearrow$	1.4	$\nearrow$	2.1	$\searrow$	0.7	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	-0.3	$\nearrow$	0.5	$\nearrow$	1.7	$\searrow$	0
	M_1 TV		M_2 TH		M_3 TV		M_4 TH		

Le Limaçon de Pascal

* Tableau de variation

t	0		t_2		t_3		t_4		π
$\dot{x}(t)$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0
$x(t)$	1	$\nearrow$	1.4	$\nearrow$	2.1	$\searrow$	0.7	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	-0.3	$\nearrow$	0.5	$\nearrow$	1.7	$\searrow$	0
	M_1 TV		M_2 TH		M_3 TV		M_4 TH		M_5 TV

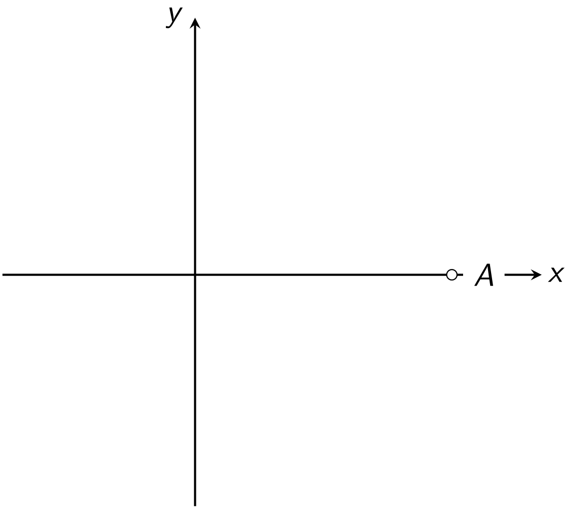
Le Limaçon de Pascal

* Représentation

  du Limaçon de Pascal

Le Limaçon de Pascal

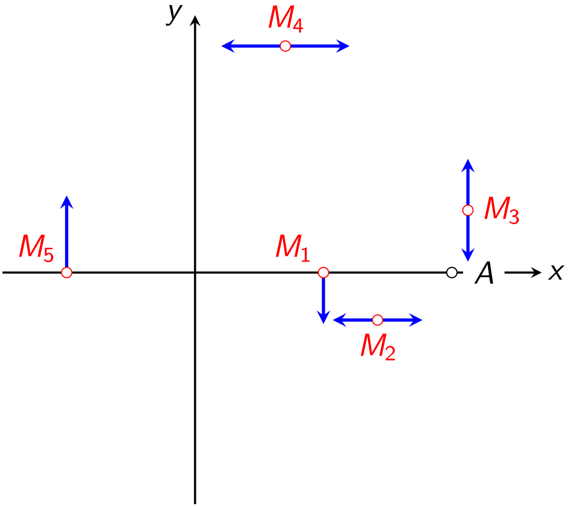
* Représentation
  du Limaçon de Pascal



Le Limaçon de Pascal

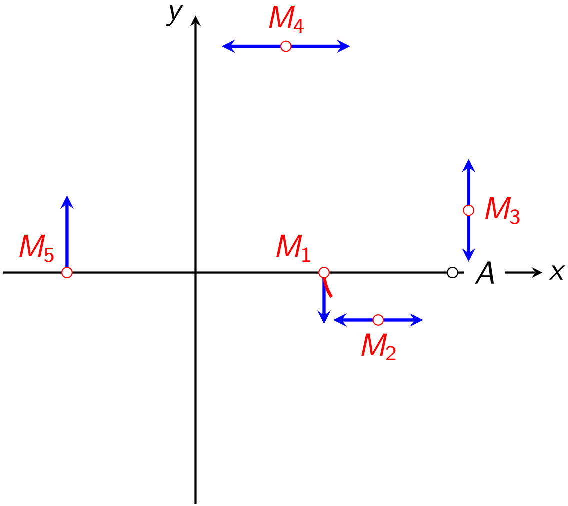
* Représentation

  du Limaçon de Pascal



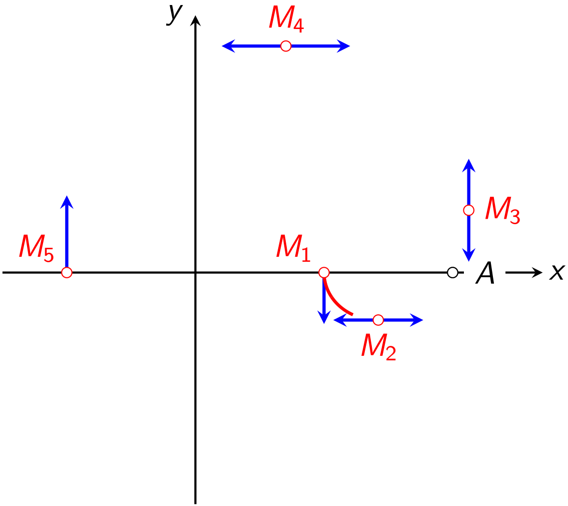
Le Limaçon de Pascal

- Représentation du Limaçon de Pascal



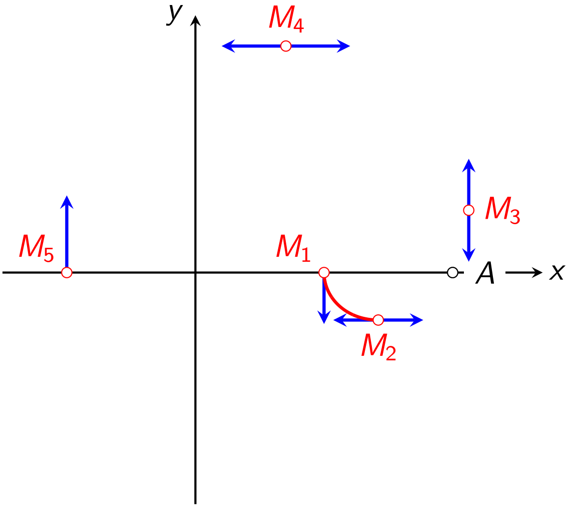
Le Limaçon de Pascal

* Représentation du Limaçon de Pascal



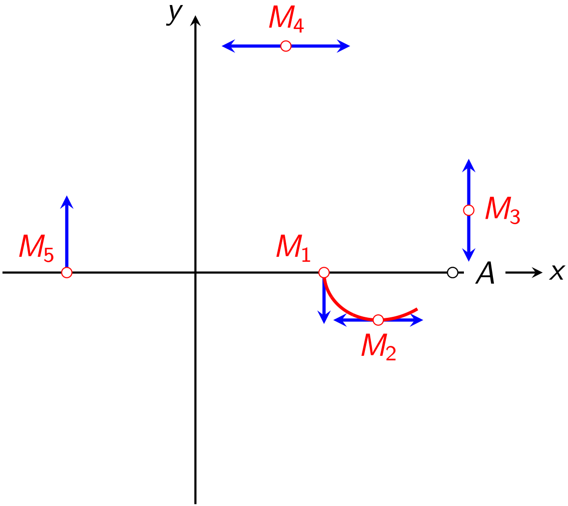
Le Limaçon de Pascal

* Représentation
  du Limaçon de Pascal



Le Limaçon de Pascal

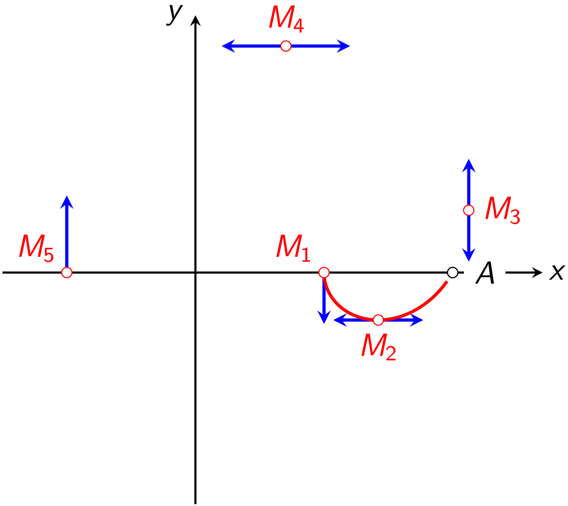
* Représentation du Limaçon de Pascal



Le Limaçon de Pascal

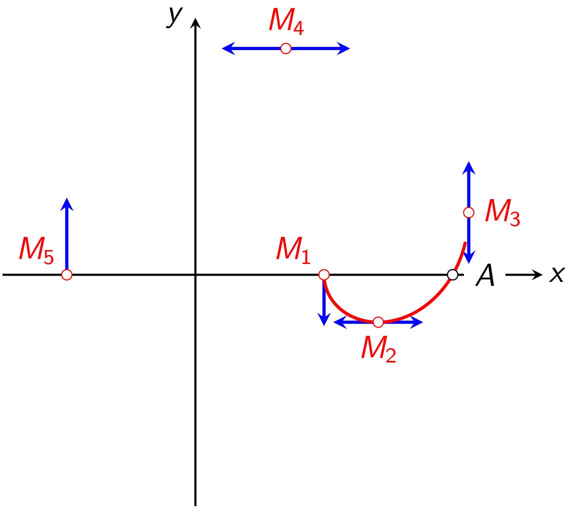
* Représentation

  du Limaçon de Pascal



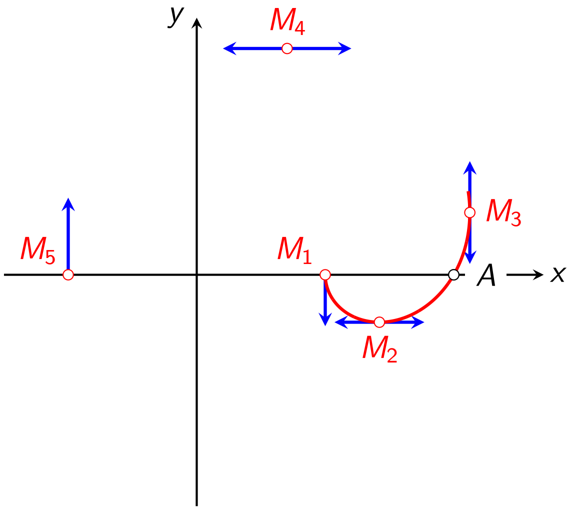
Le Limaçon de Pascal

- Représentation
  du Limaçon de Pascal



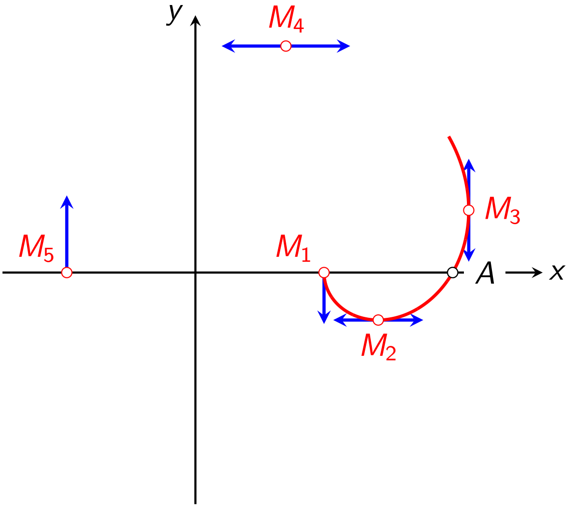
Le Limaçon de Pascal

- Représentation
  du Limaçon de Pascal



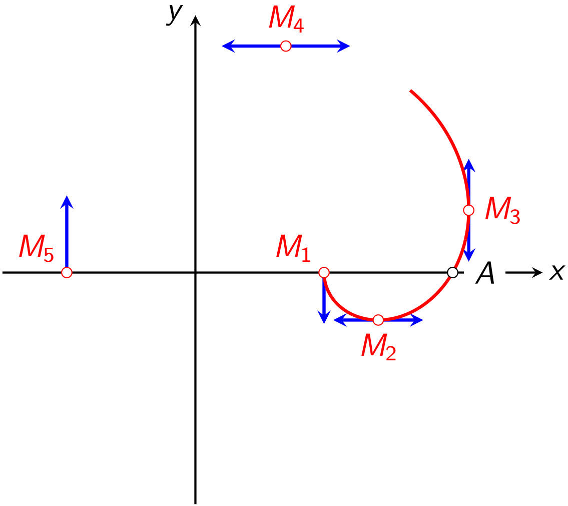
Le Limaçon de Pascal

* Représentation
  du Limaçon de Pascal



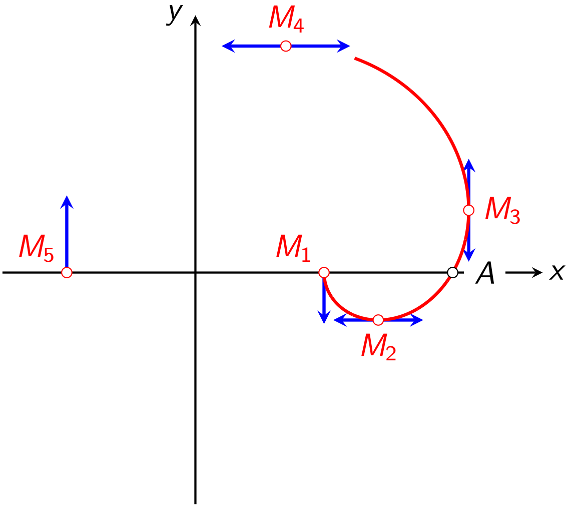
Le Limaçon de Pascal

- Représentation du Limaçon de Pascal



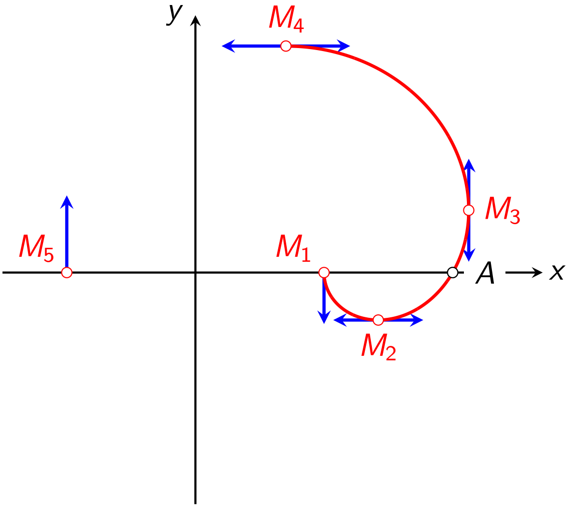
Le Limaçon de Pascal

* Représentation du Limaçon de Pascal



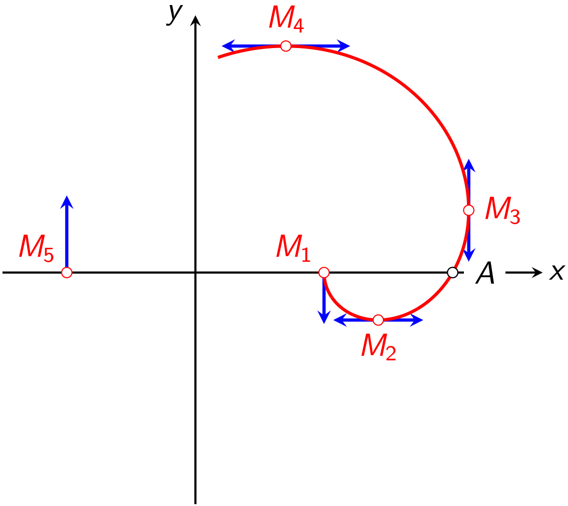
Le Limaçon de Pascal

* Représentation du Limaçon de Pascal



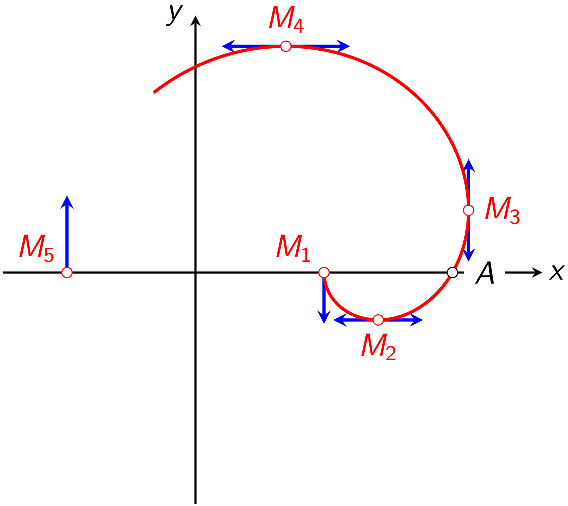
Le Limaçon de Pascal

* Représentation du Limaçon de Pascal



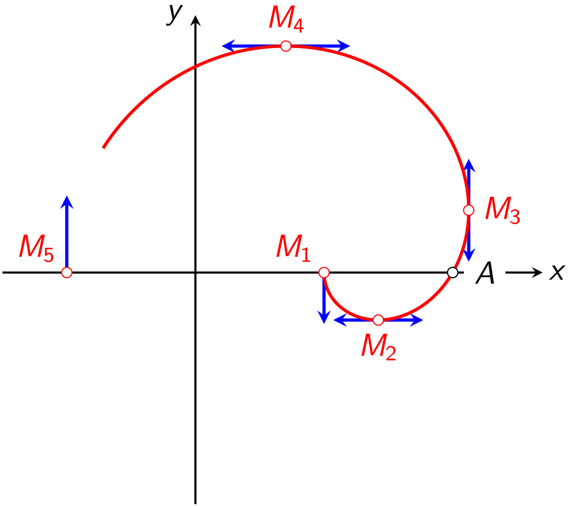
Le Limaçon de Pascal

* Représentation du Limaçon de Pascal



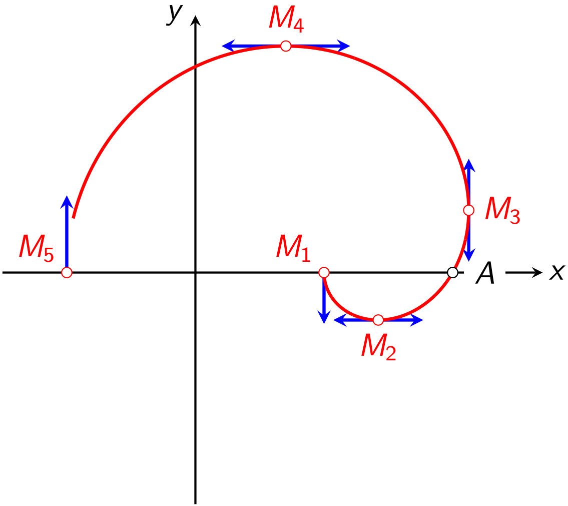
Le Limaçon de Pascal

* Représentation du Limaçon de Pascal



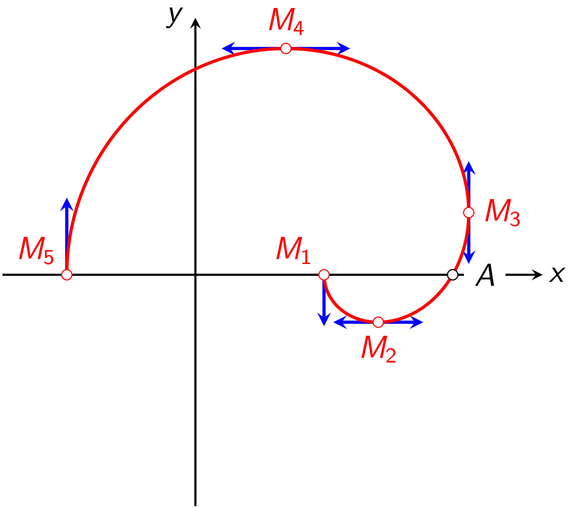
Le Limaçon de Pascal

* Représentation du Limaçon de Pascal



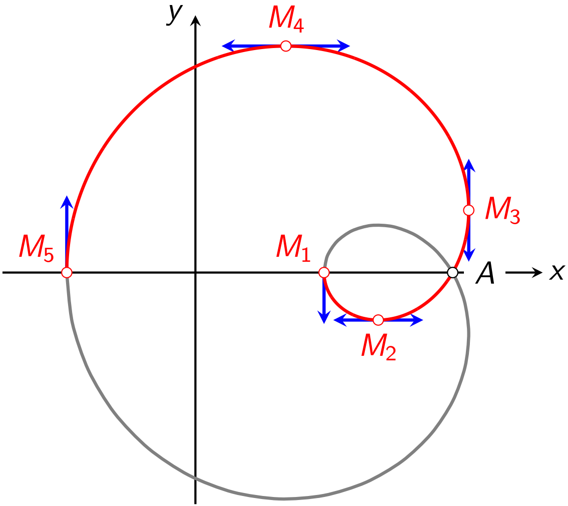
Le Limaçon de Pascal

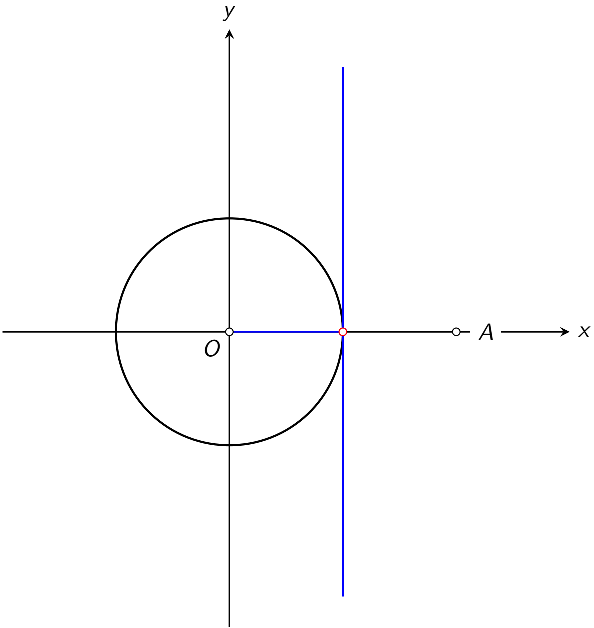
- Représentation
  du Limaçon de Pascal



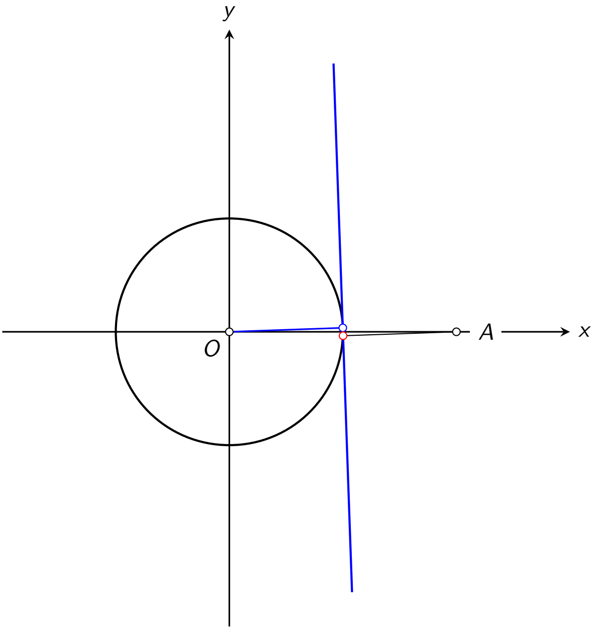
Le Limaçon de Pascal

- Représentation
  du Limaçon de Pascal

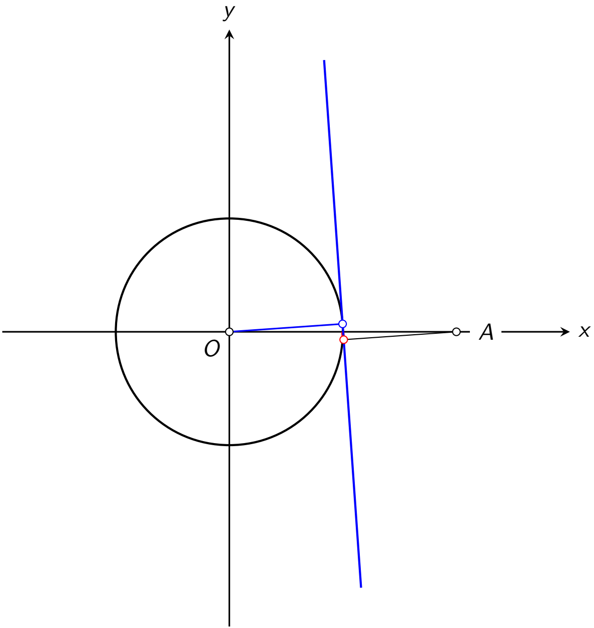


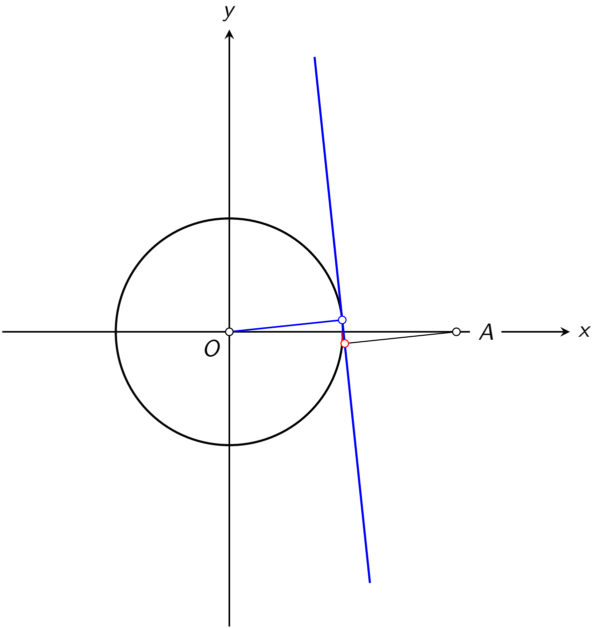


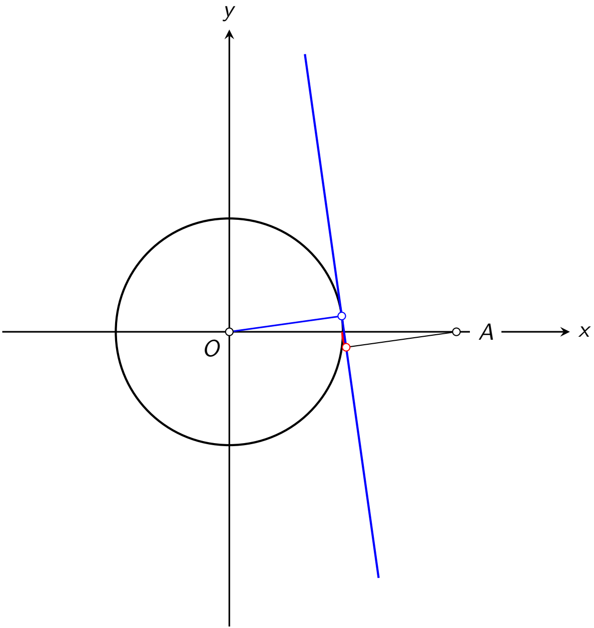
y
O
A
x



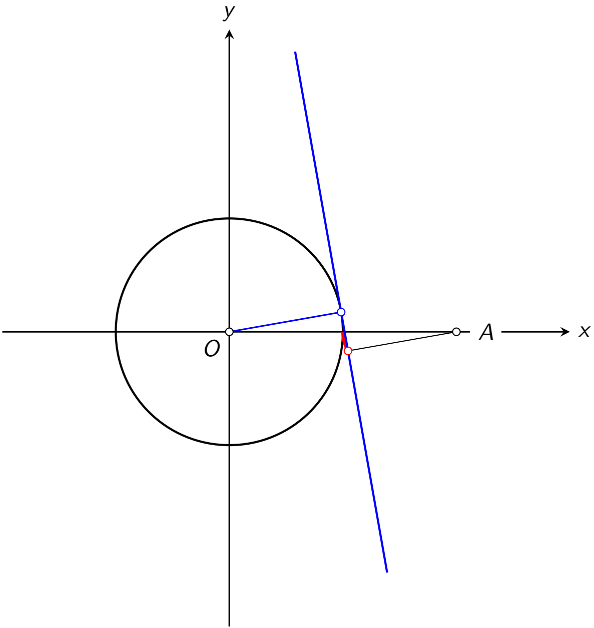
y
O
A
x

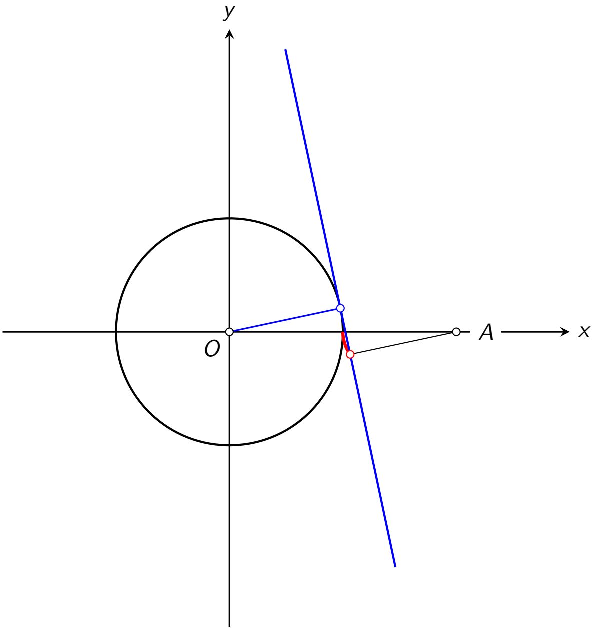

y
O
A
x


y
O
A
x

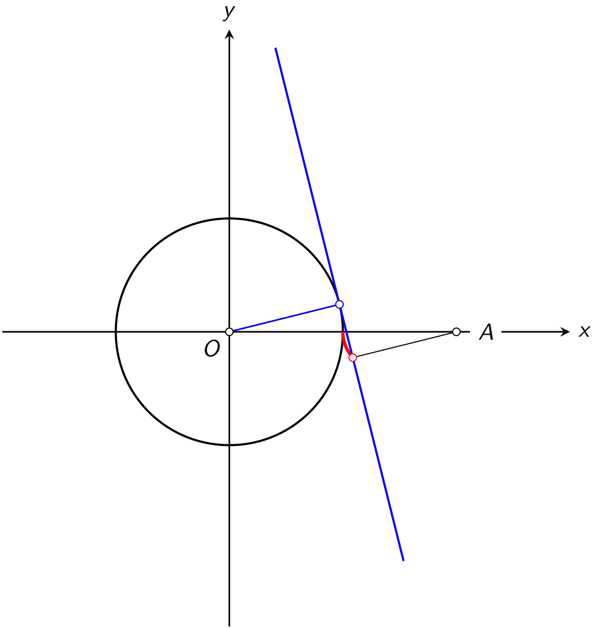


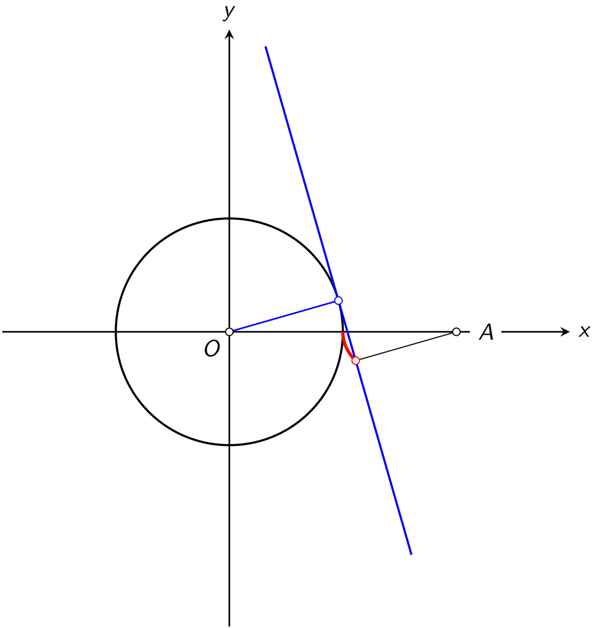
y
x
O
A

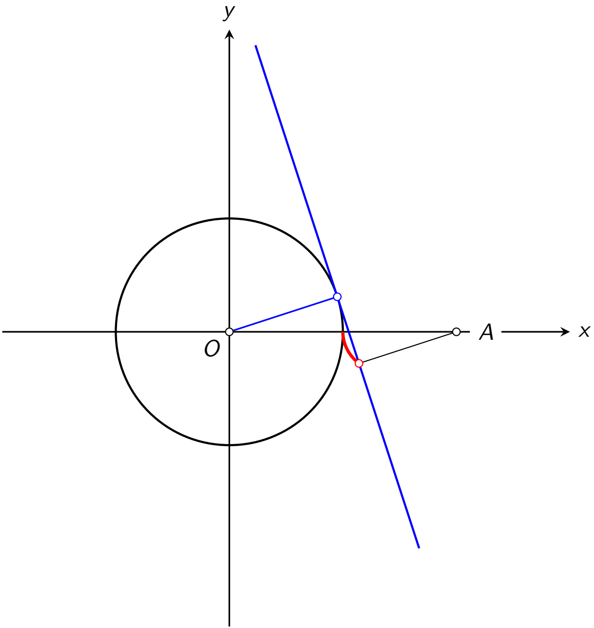

y
A
x
O



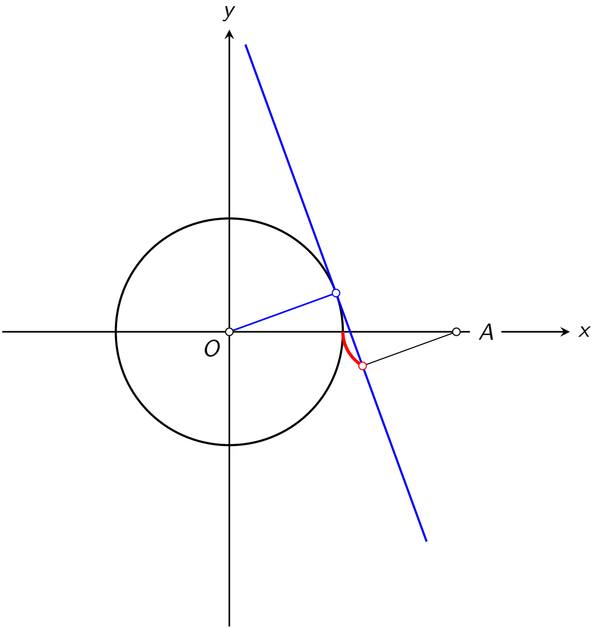
y
x
A
O

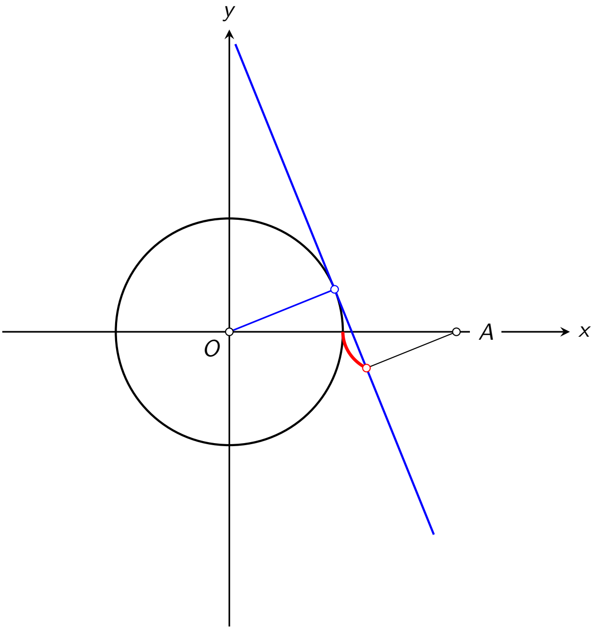

y
O
A
x

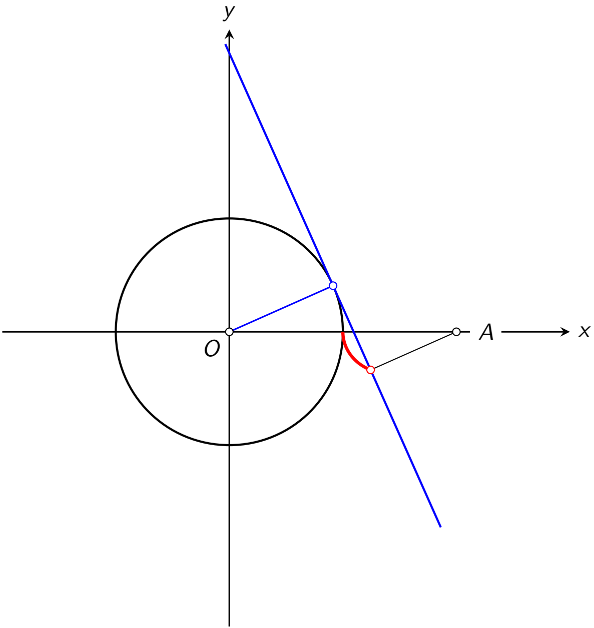

y
O
A
x



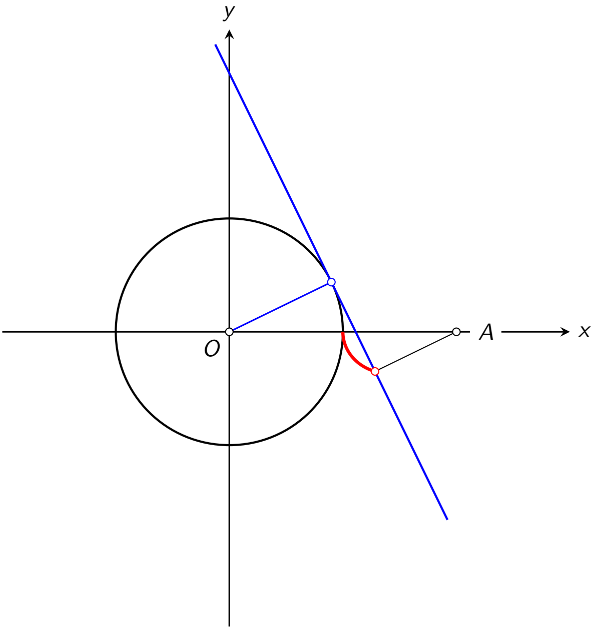
y
O
A
x


y
O
A
x

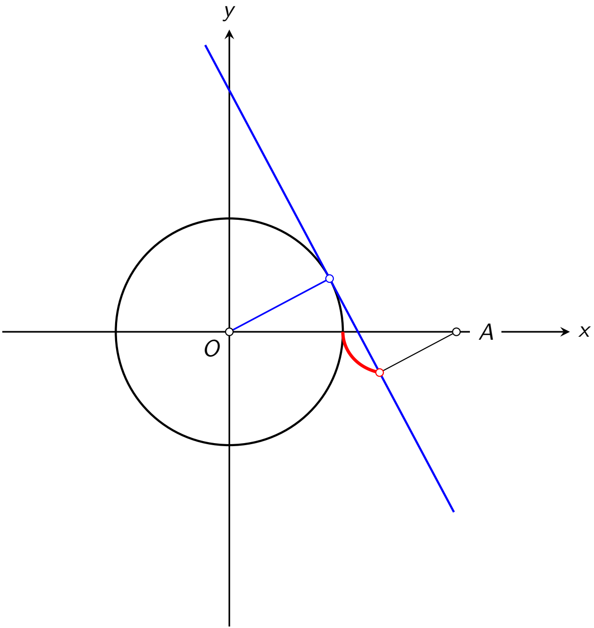

y
O
A
x



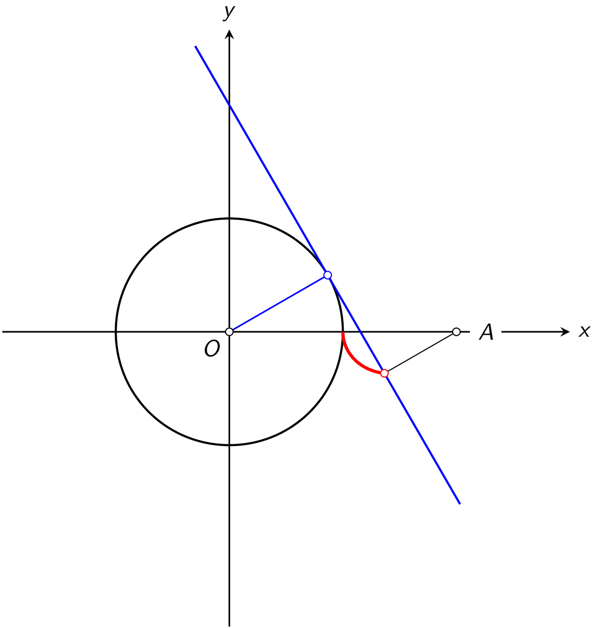
y
A
x
O

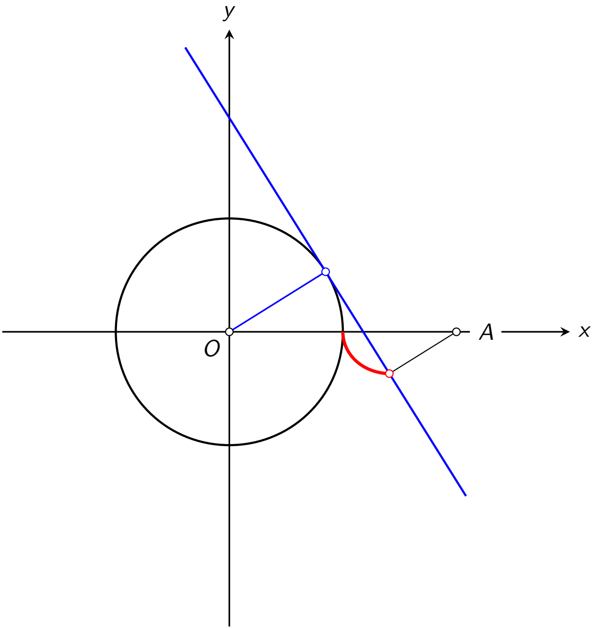


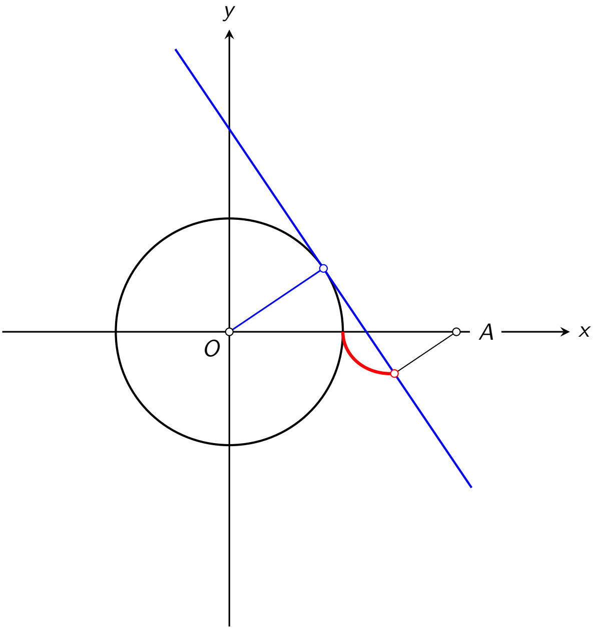
y
O
A
x



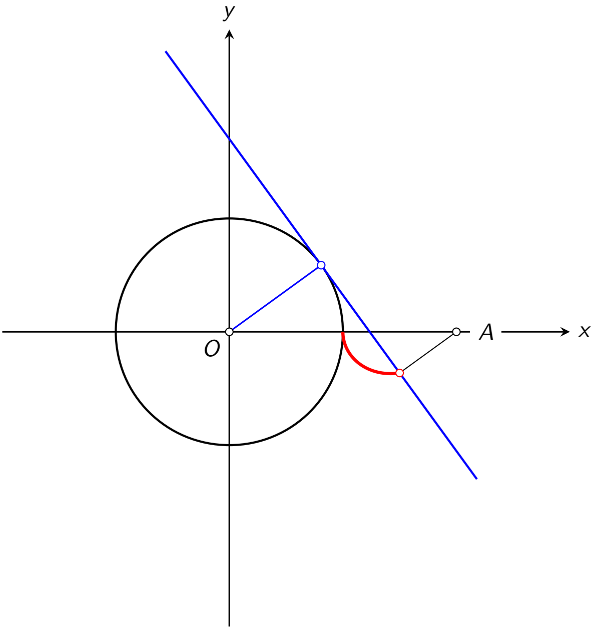
y
x
O
A


y
A
x
O

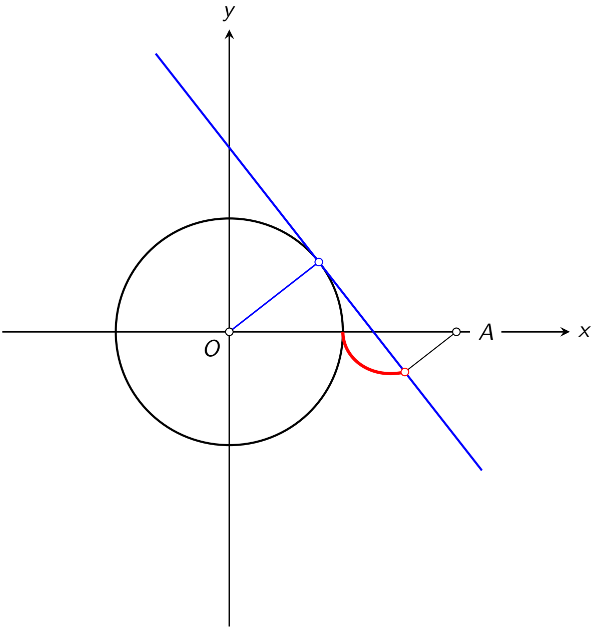

y
O
A
x



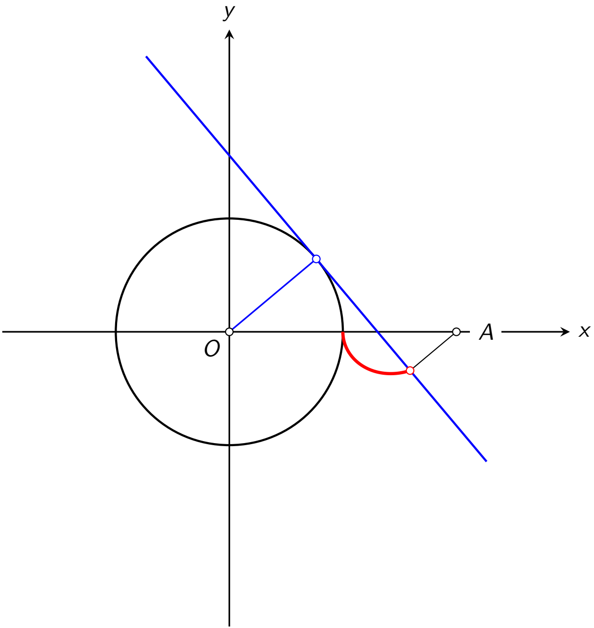
y
x
O
A



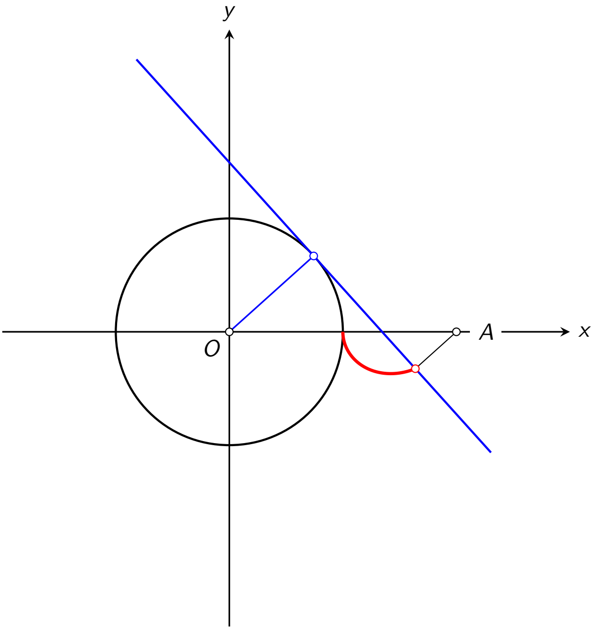
y
O
A
x



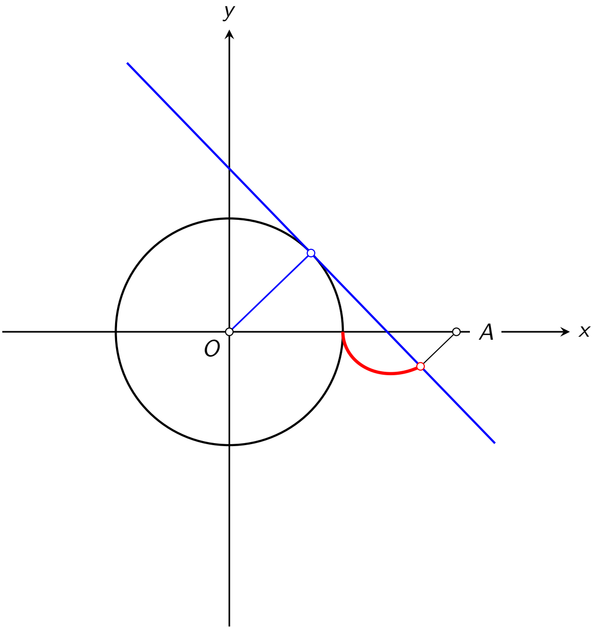
y
A
x
O

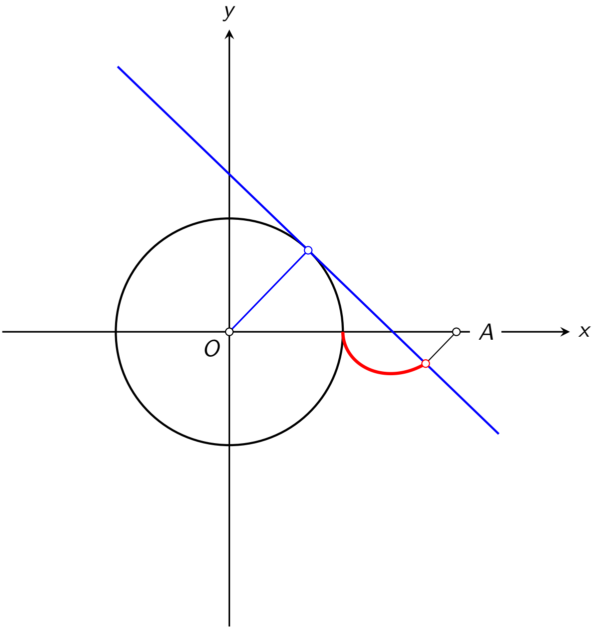


y
x
O
A

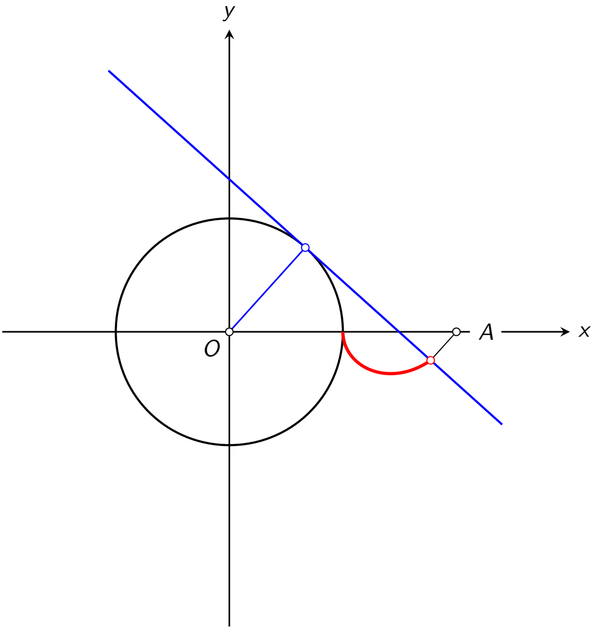


y
x
O
A

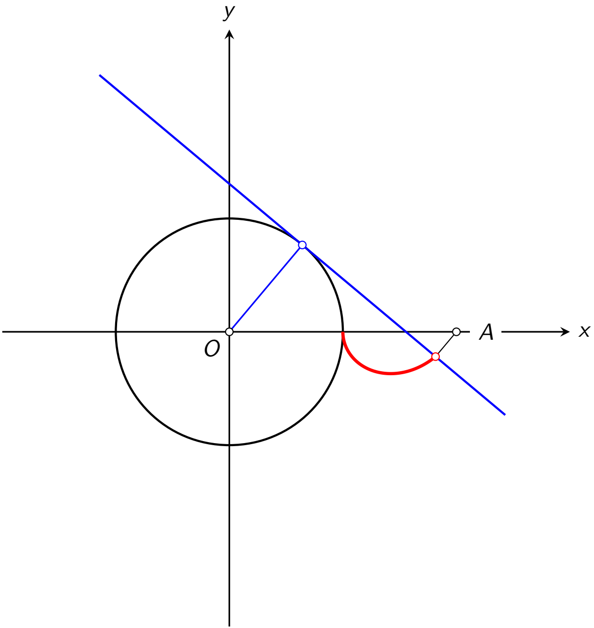

y
x
O
A

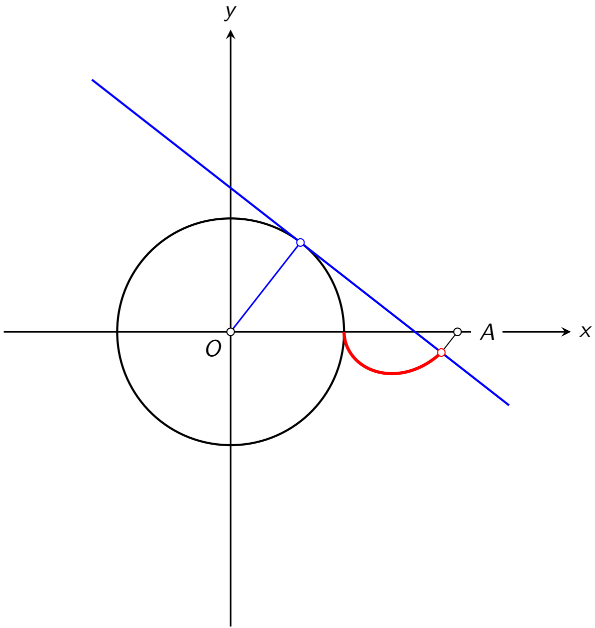


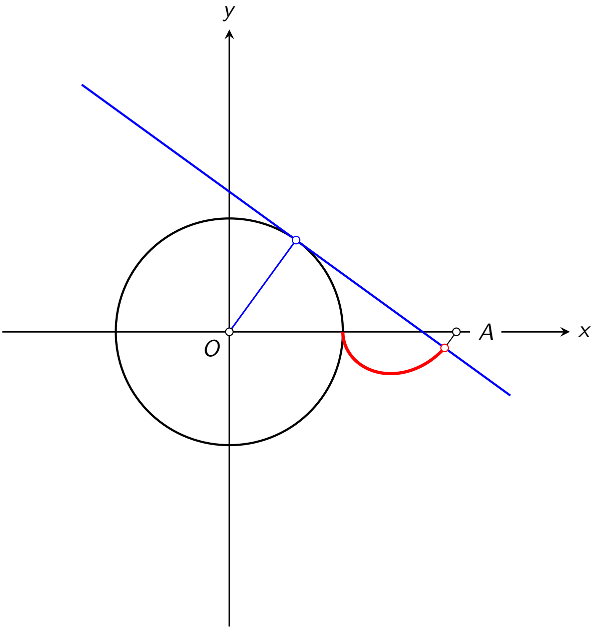
y
O
A
x

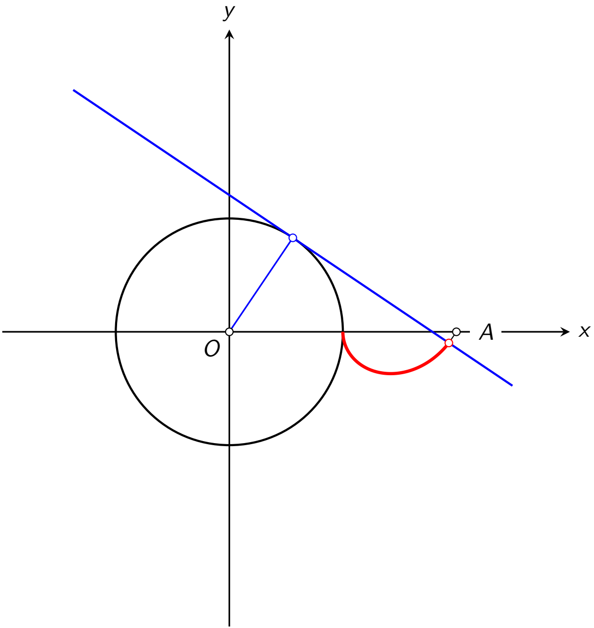


y
x
A
O

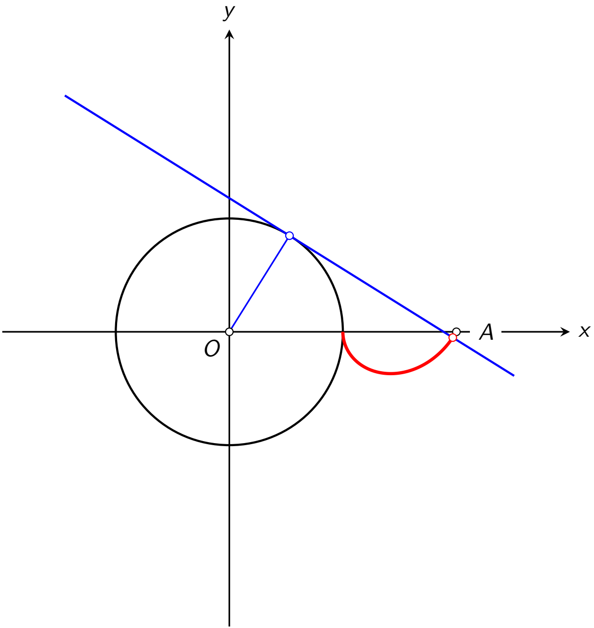

y
x
A
O


y
x
O
A

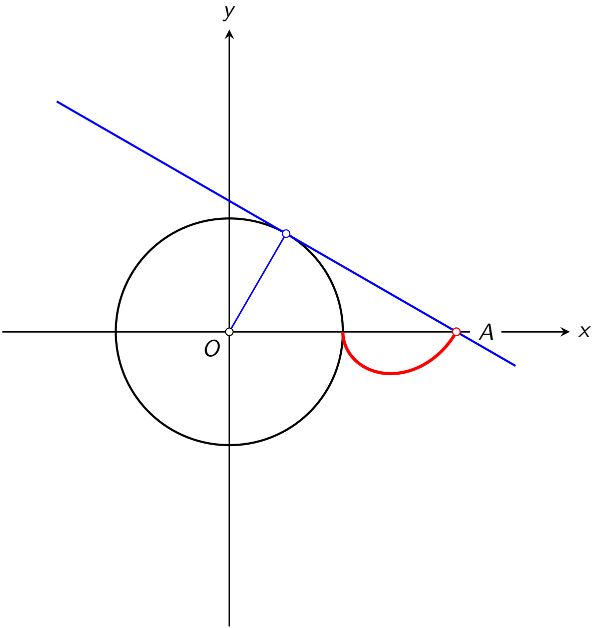

y
A
x
O



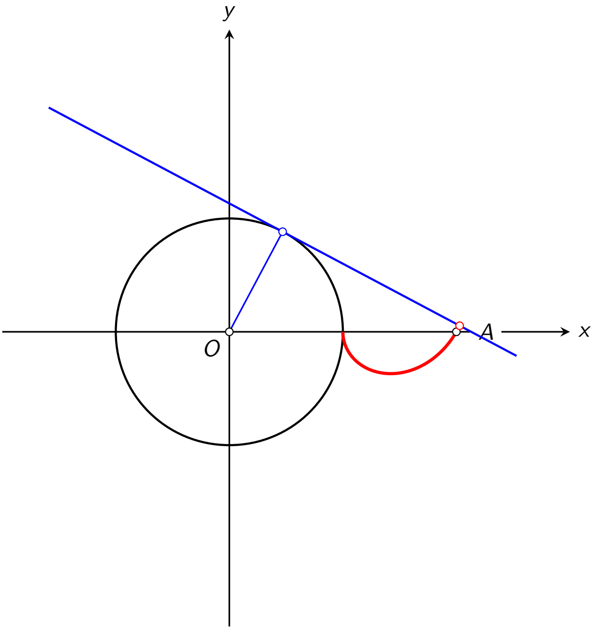
y
x
O
A



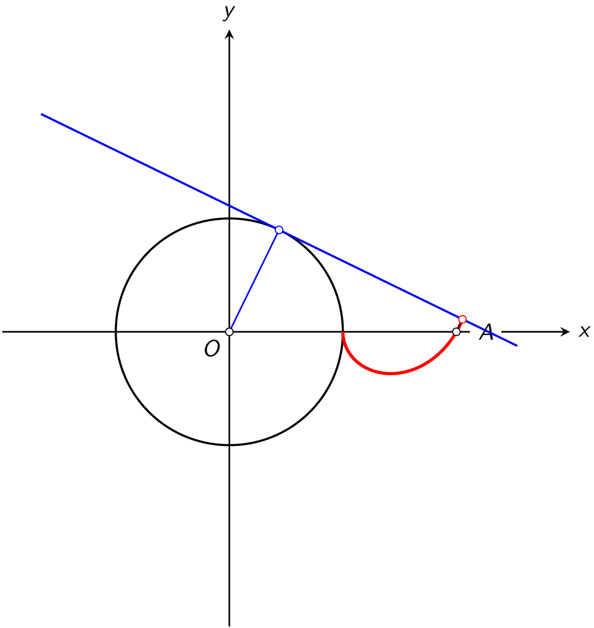
y
x
A
O



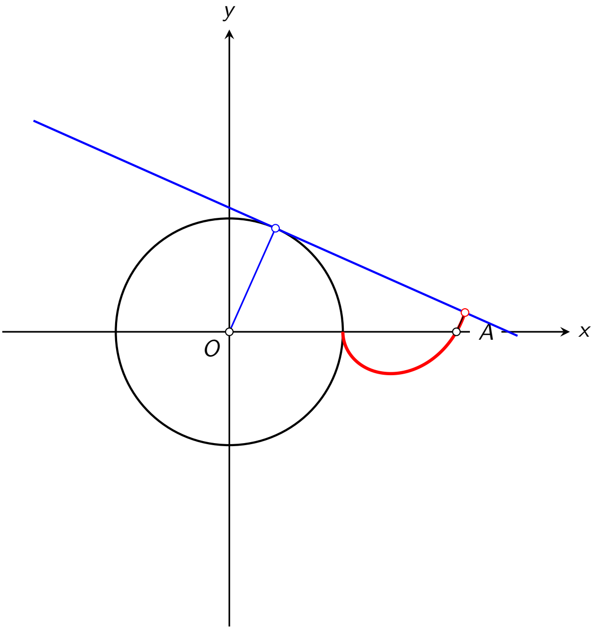
y
x
A
O



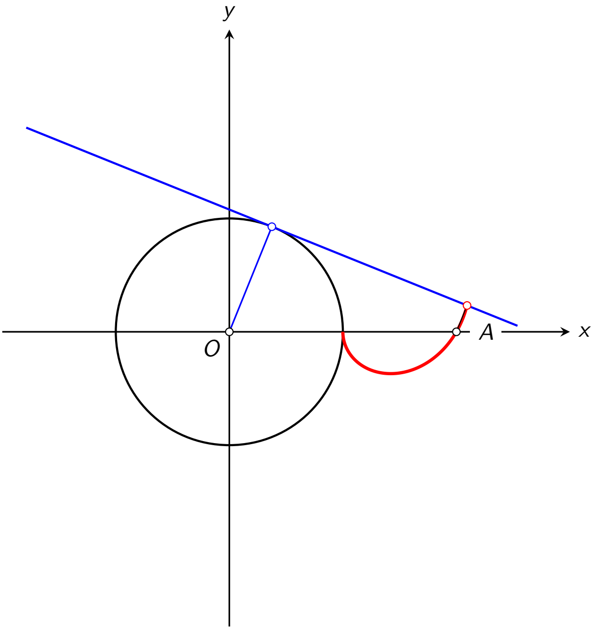
y
x
O
A



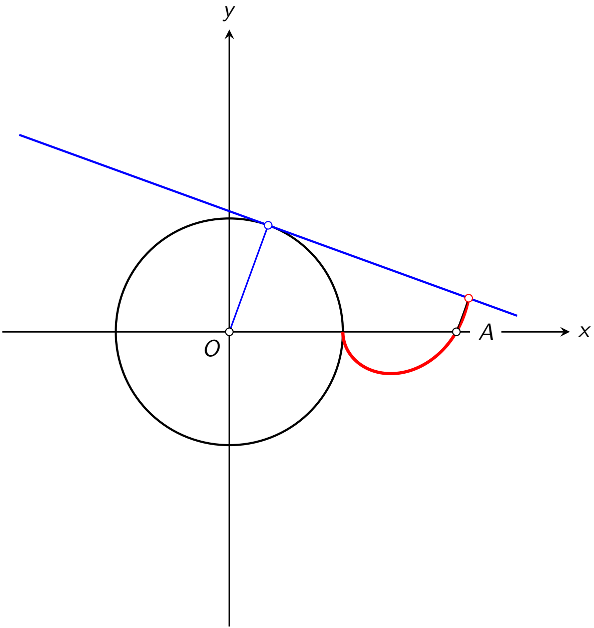
y
x
O
A

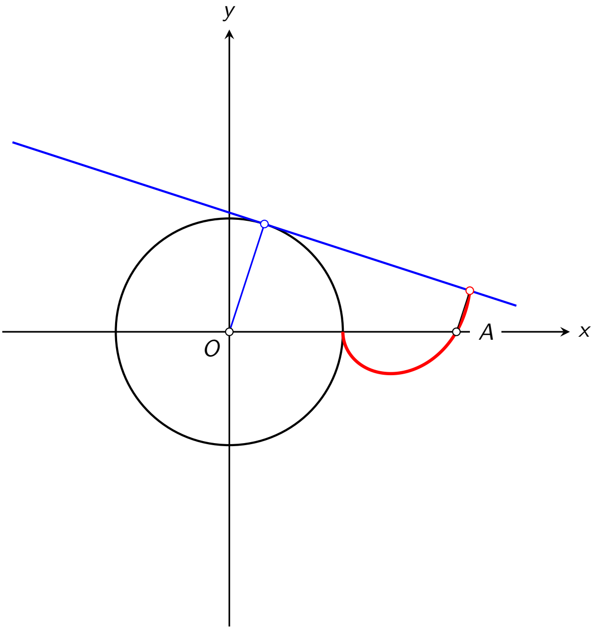


y
x
O
A

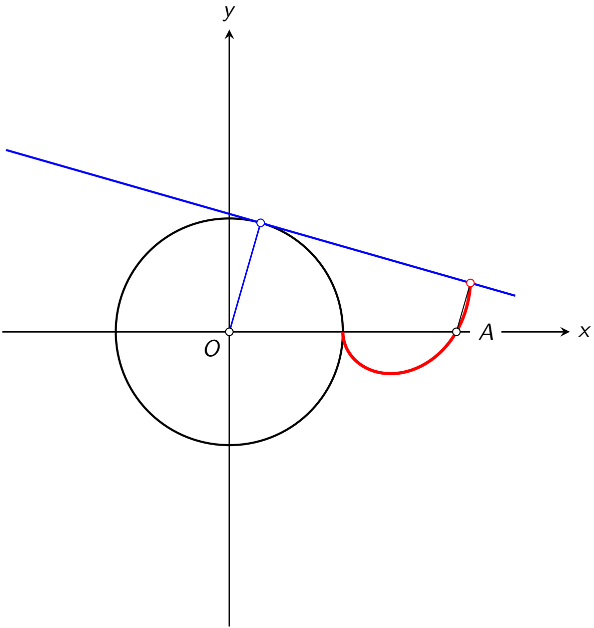


y
x
O
A

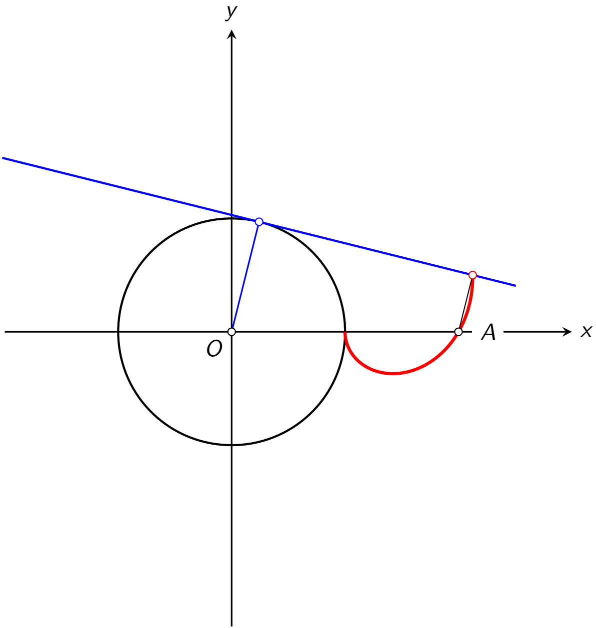

y
x
O
A

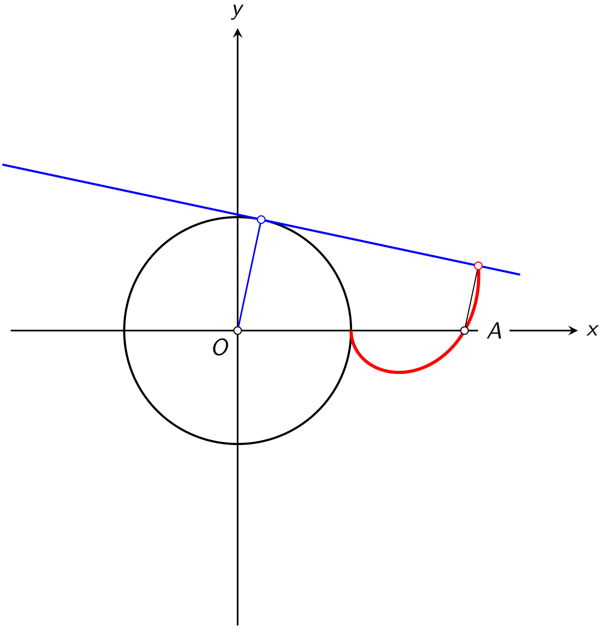


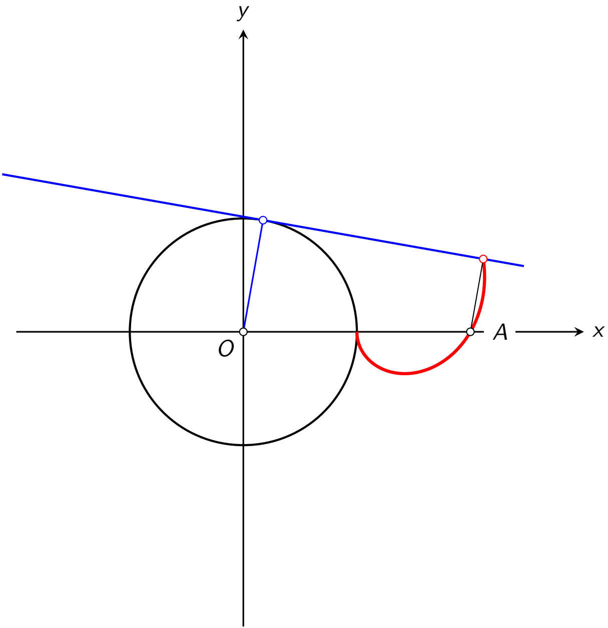
y
x
O
A

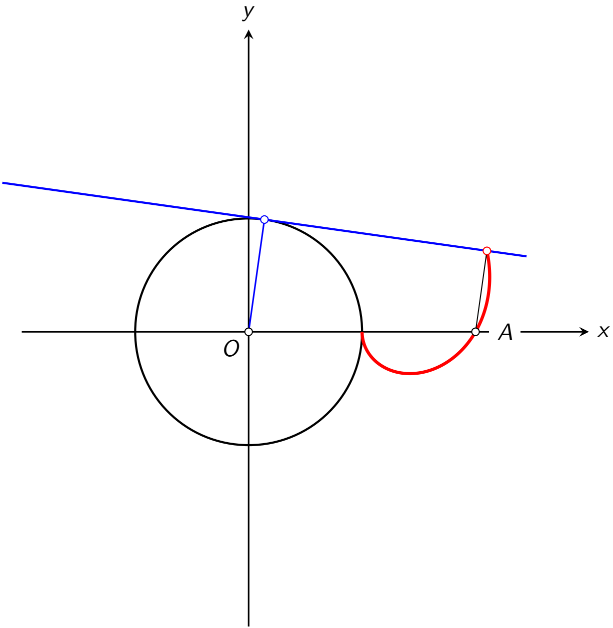


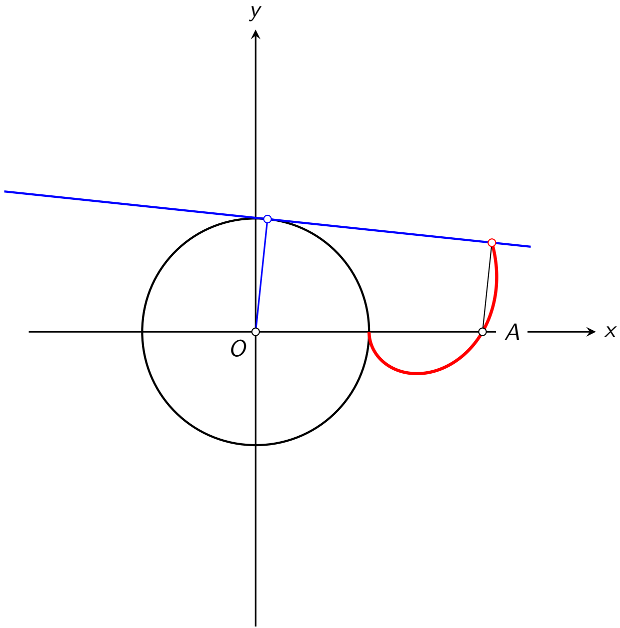
y
x
O
A

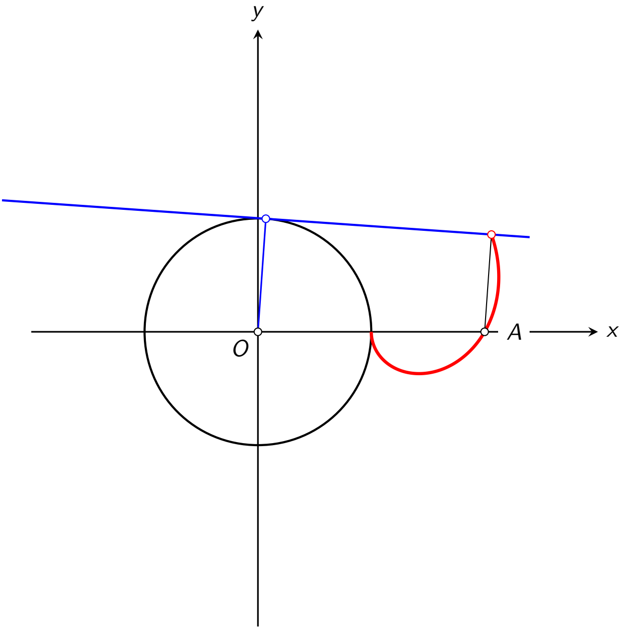

y
x
O
A

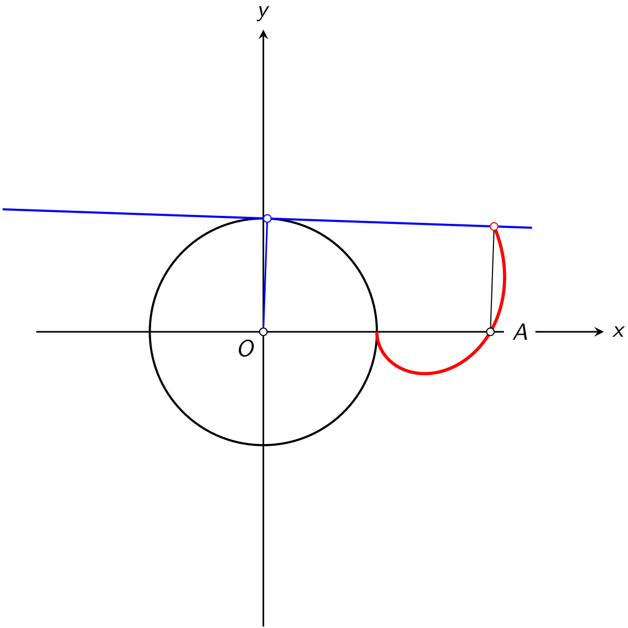

y
x
O
A


y
x
A
O

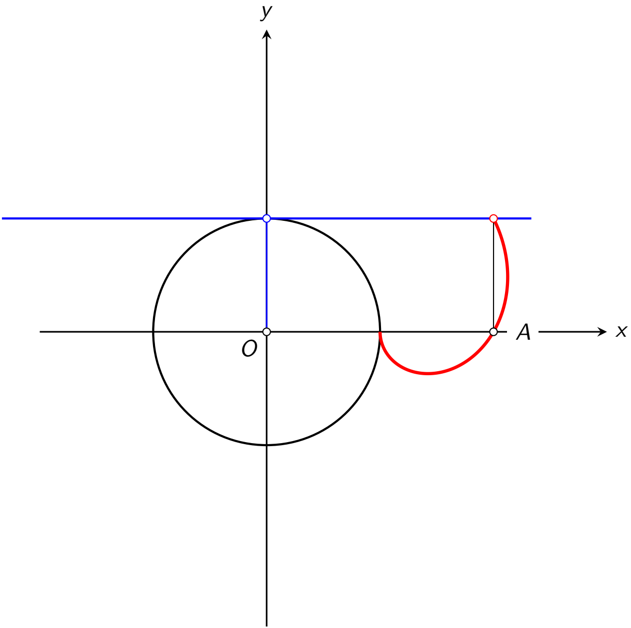

y
x
O
A


y
x
O
A

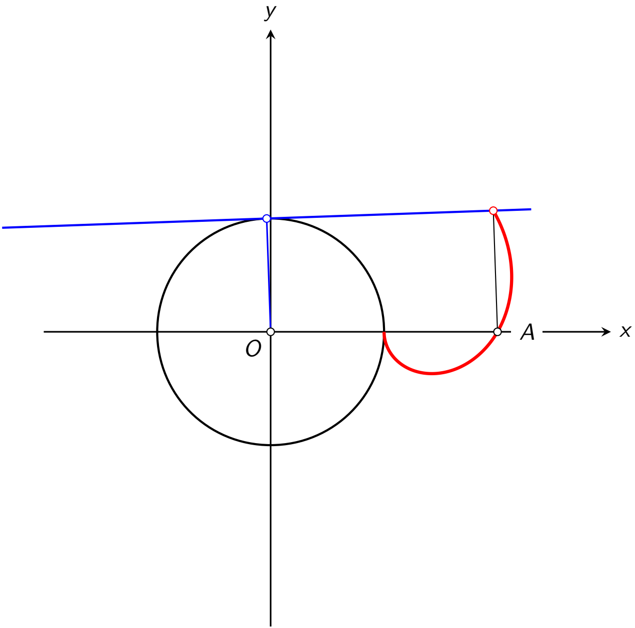

y
A
x
O

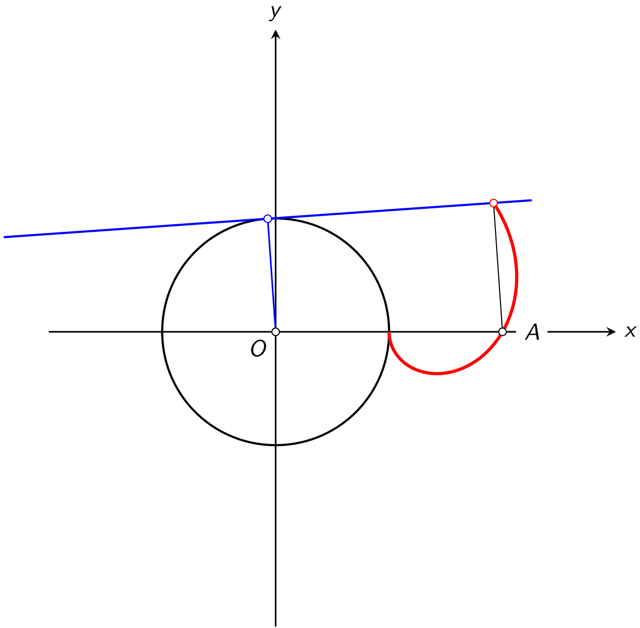


y
O
A
x

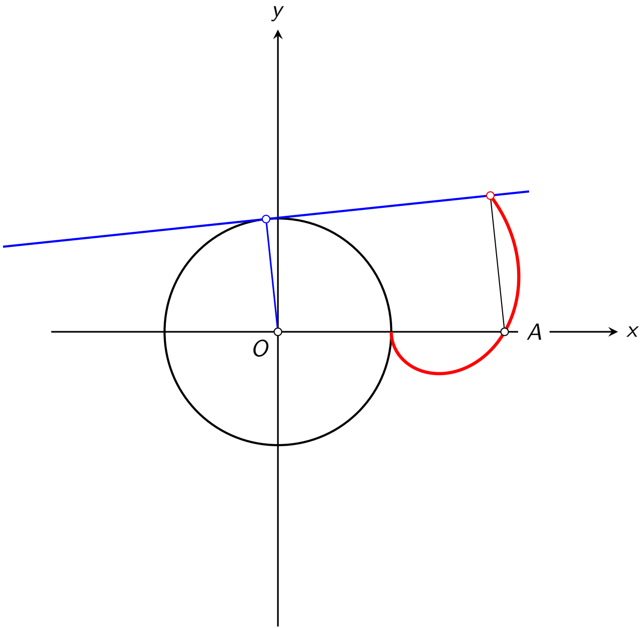


y
O
A
x

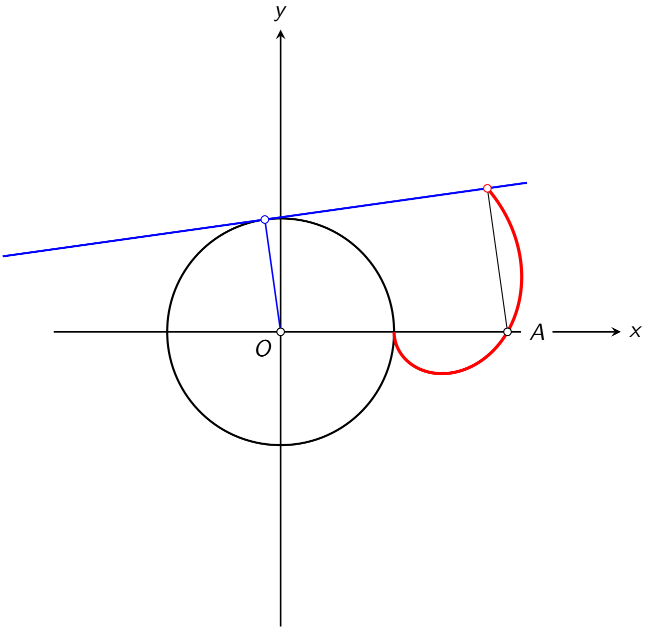

y
O
A
x



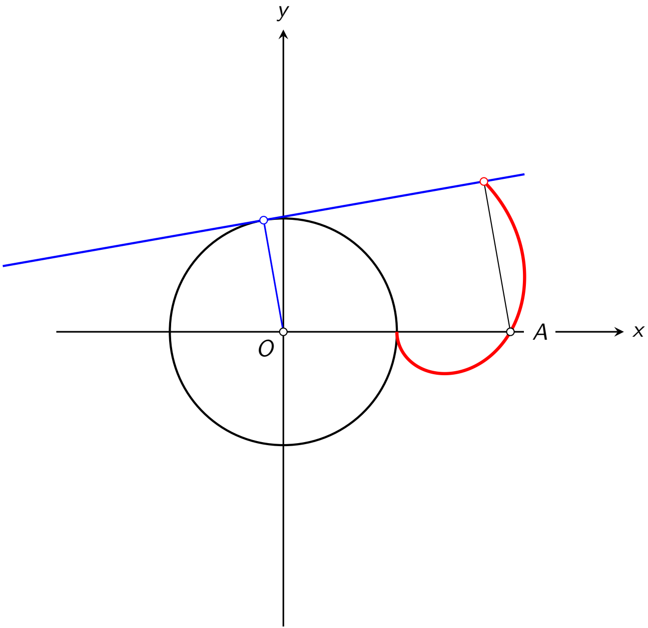
y
x
A
O



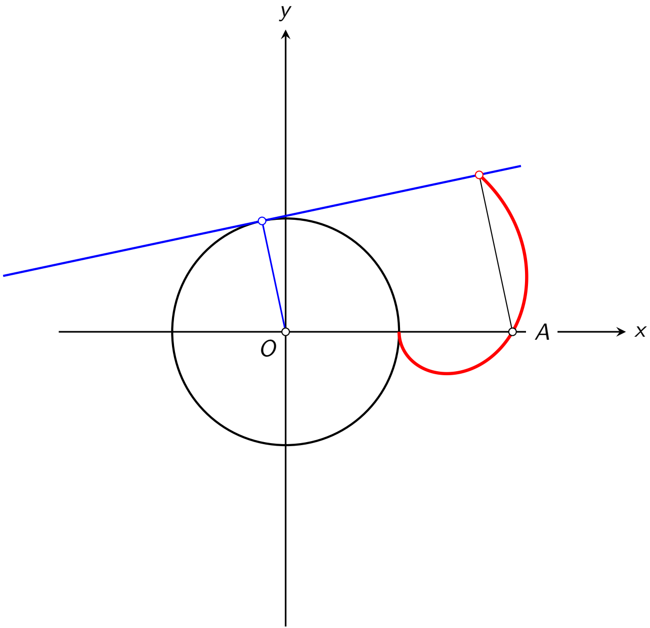
y
A
x
O



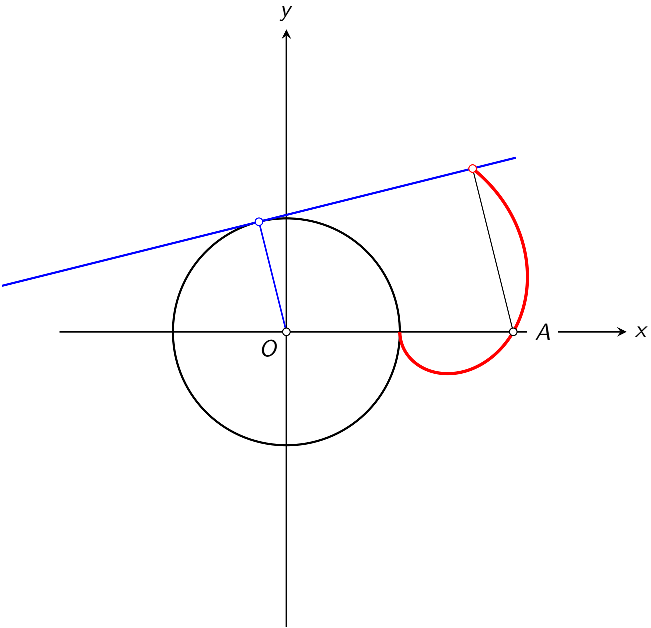
y
x
O
A

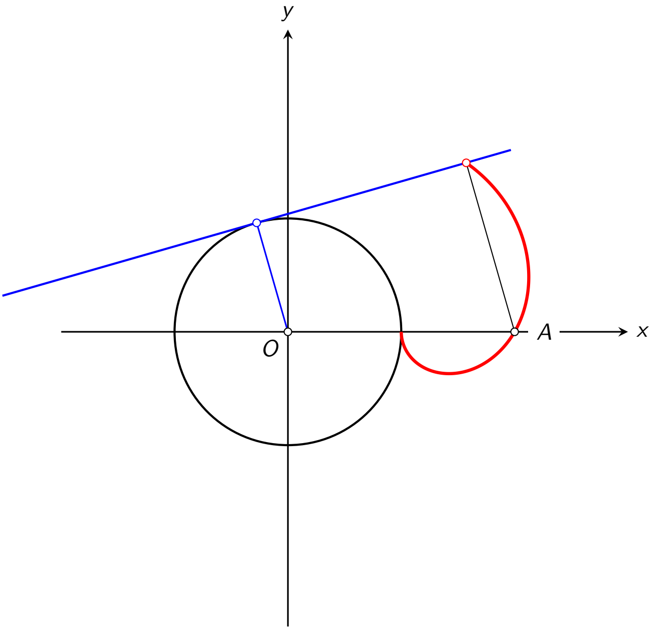


y
x
O
A

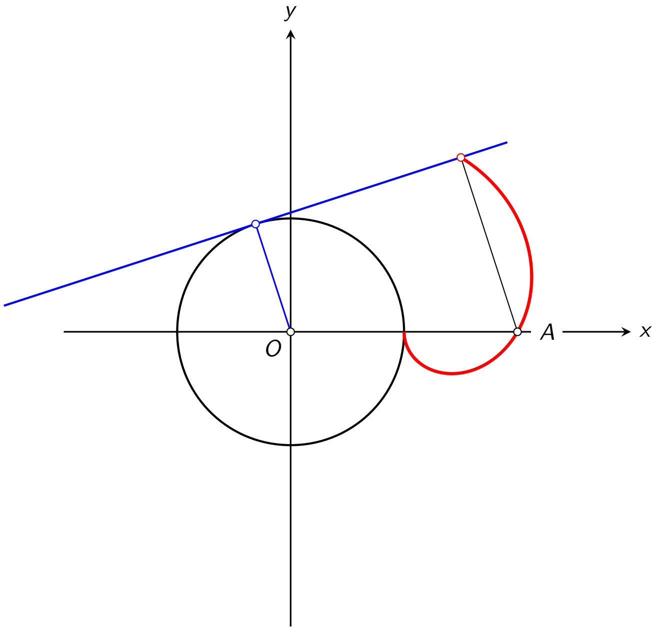


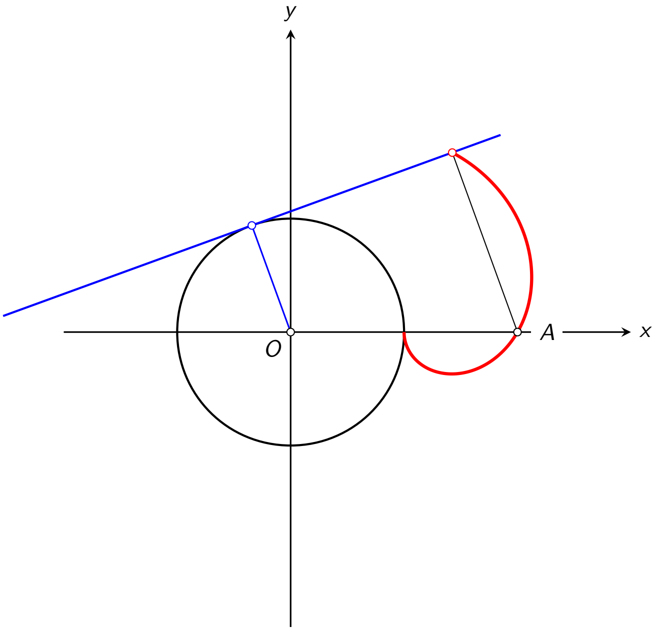
y
x
O
A

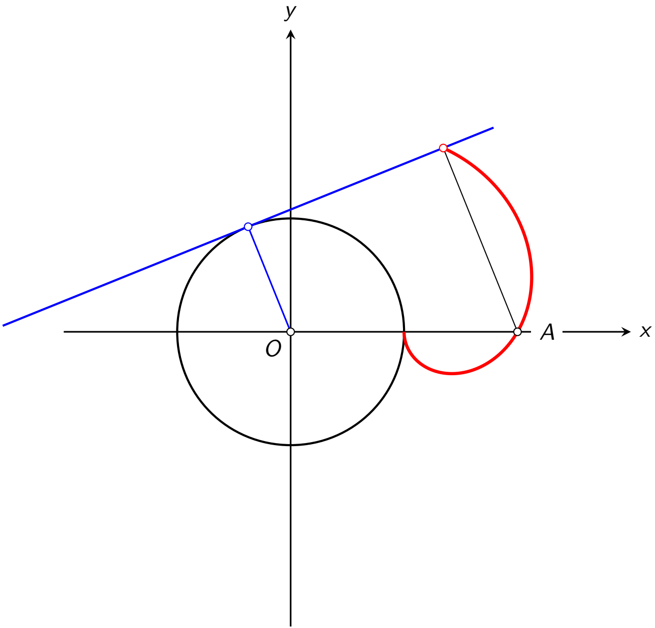

y
A
x
O

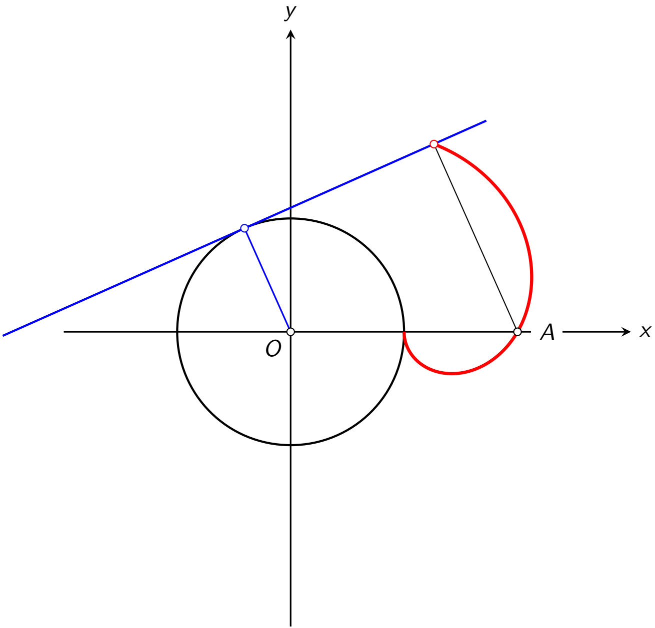


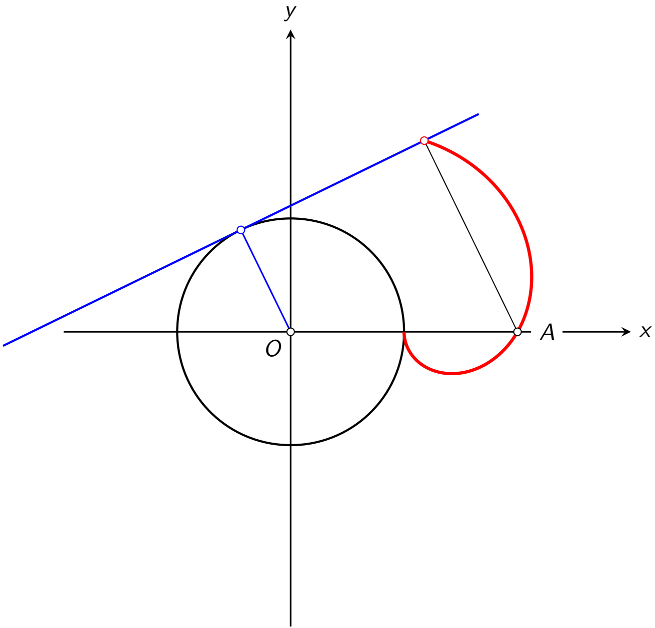
y
O
A
x

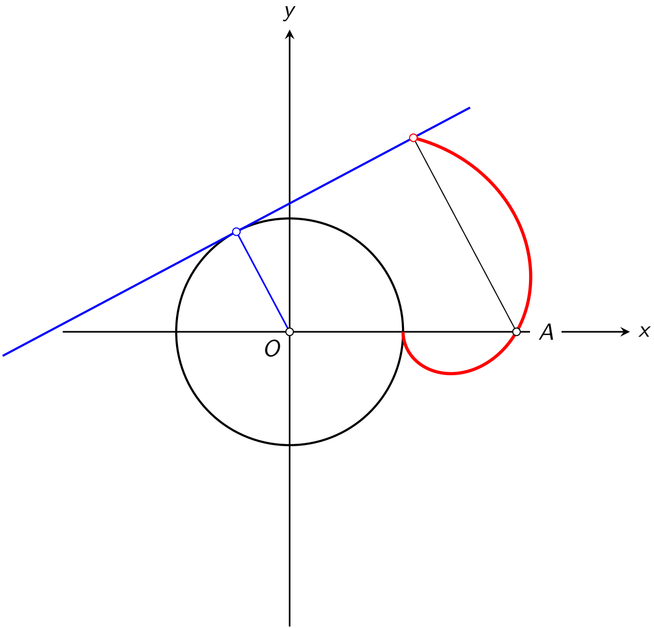

y
A
x
O


y
x
O
A

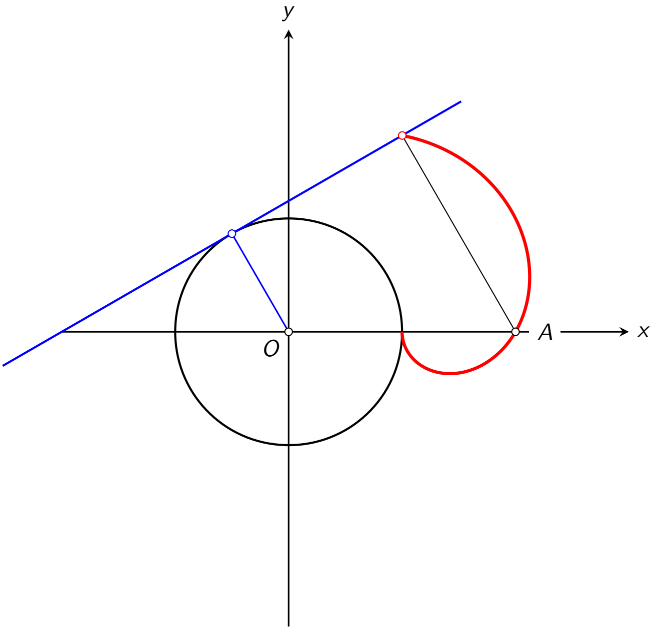

y
x
O
A


y
x
O
A

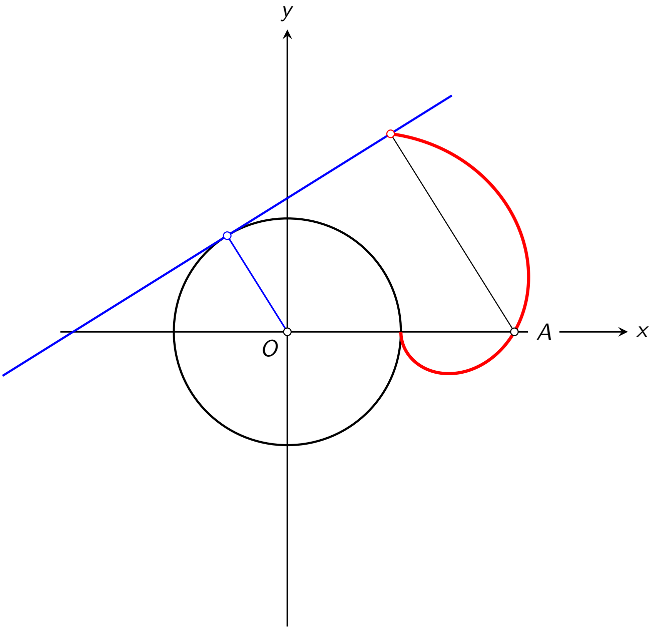

y
x
O
A



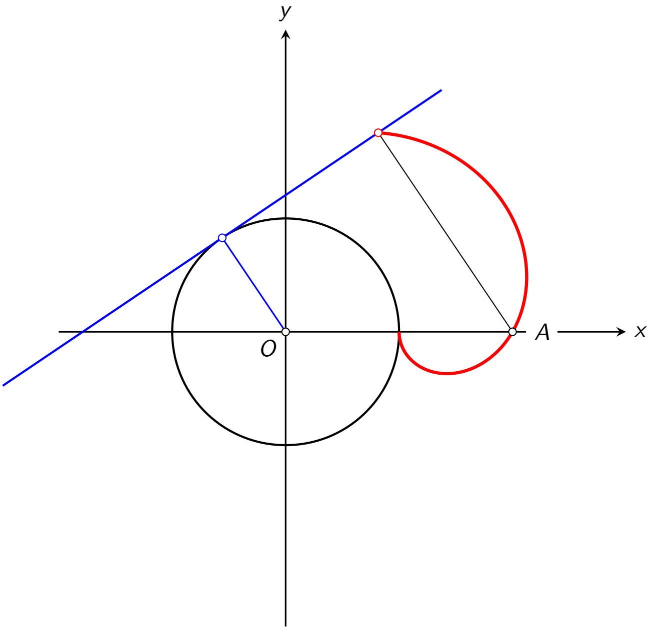
y
x
A
O



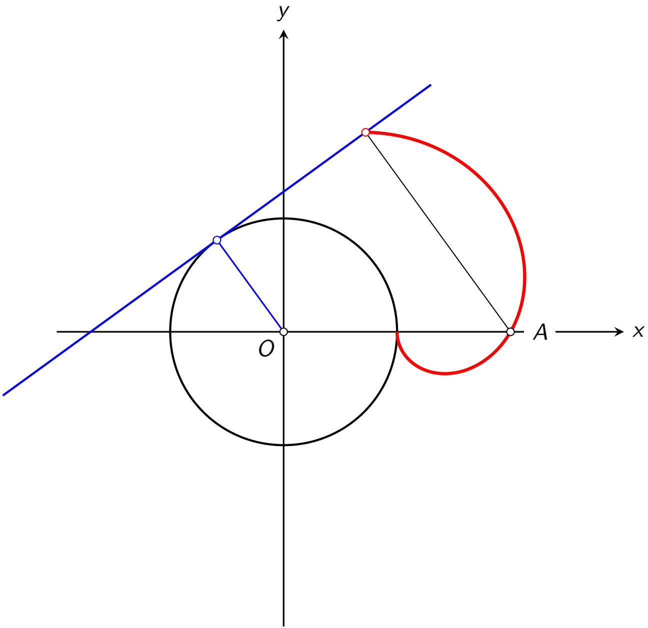
y
A
x
O



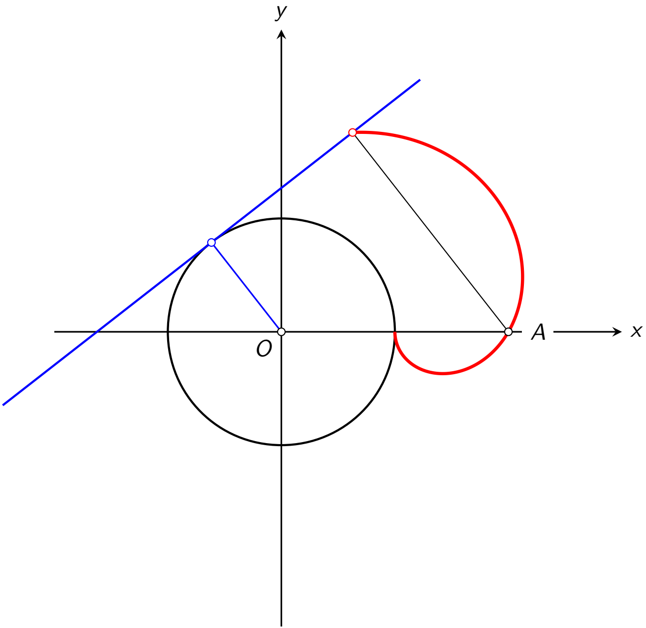
y
x
A
O



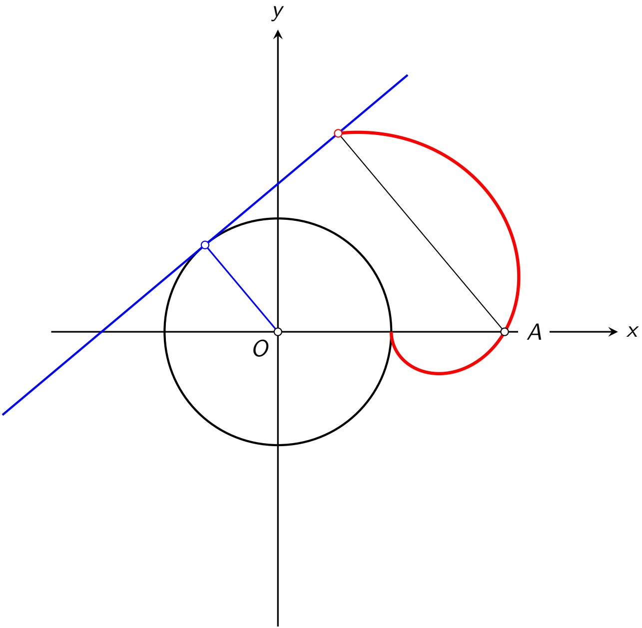
y
x
A
O

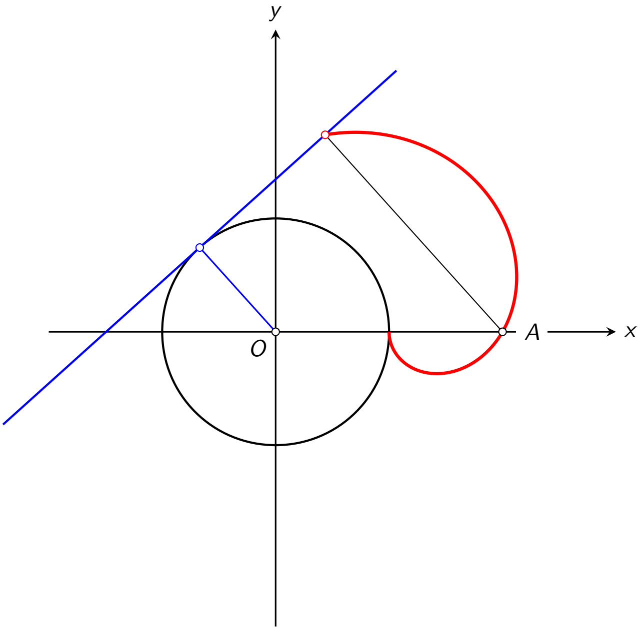


y
x
O
A

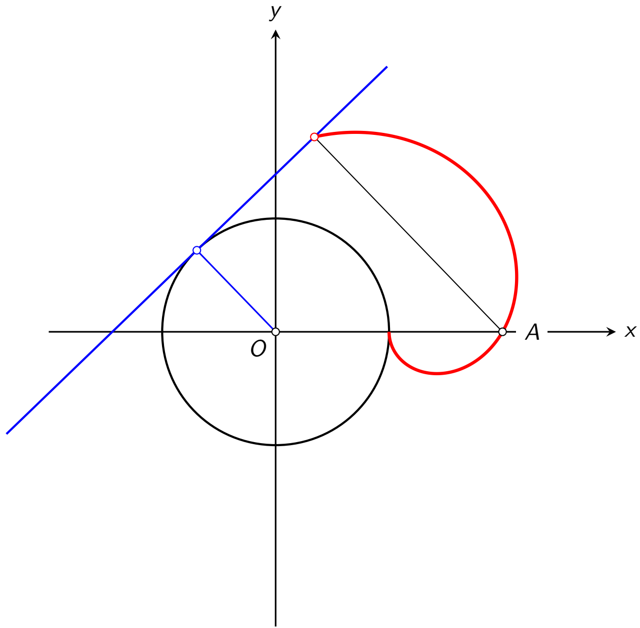


y
x
A
O

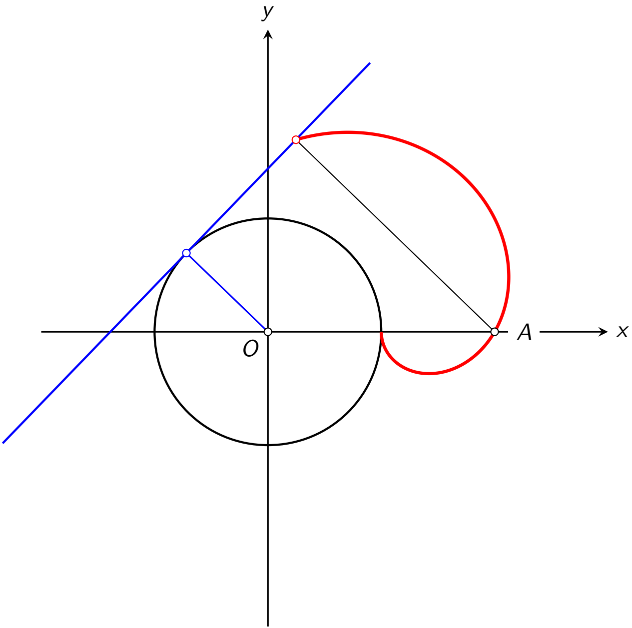

y
A
x
O



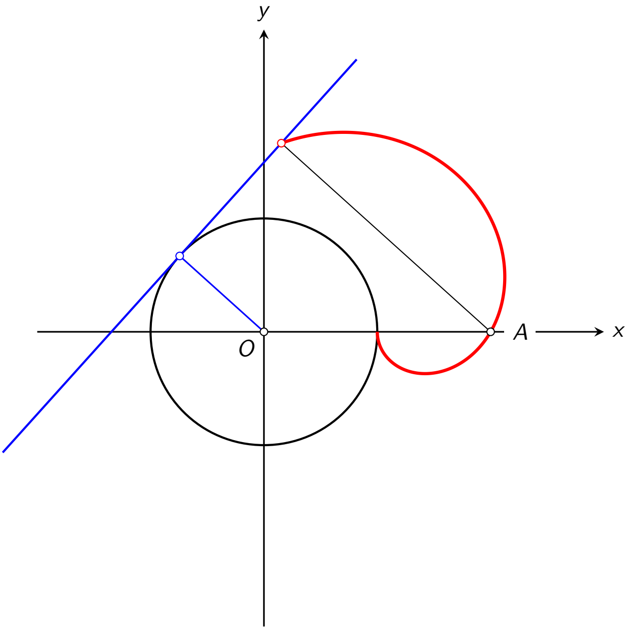
y
A
x
O

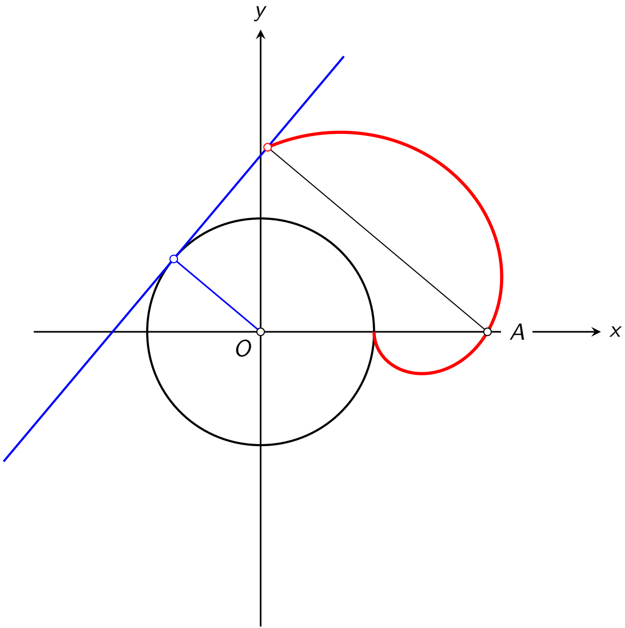


y
x
O
A

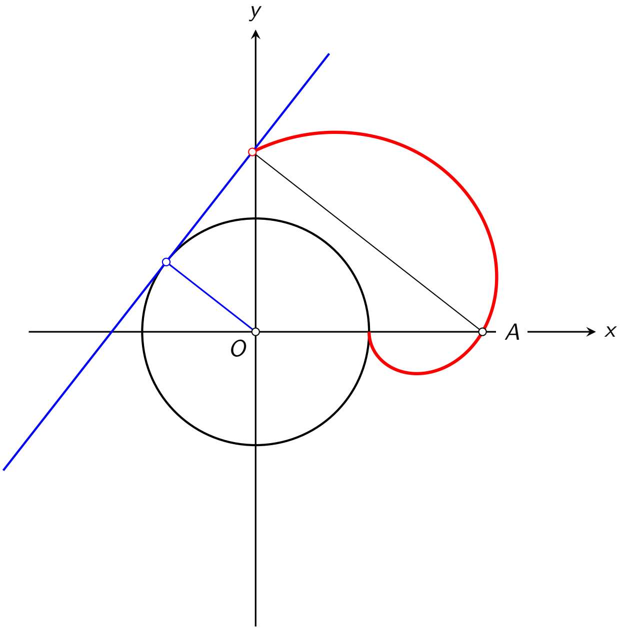


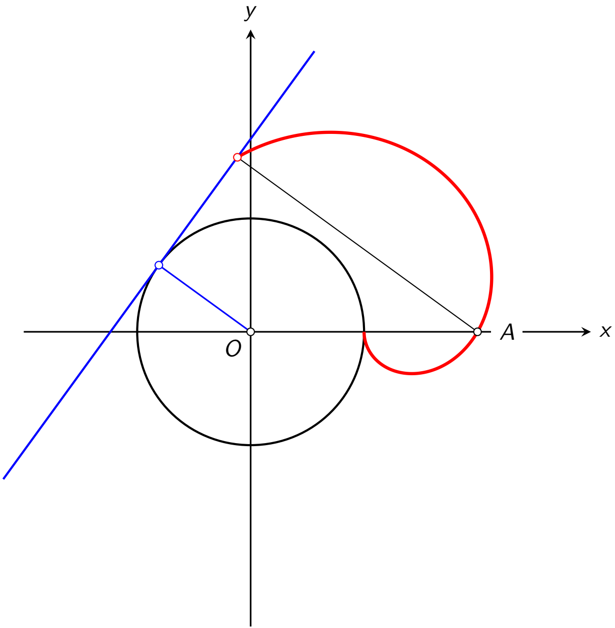
y
A
x
O

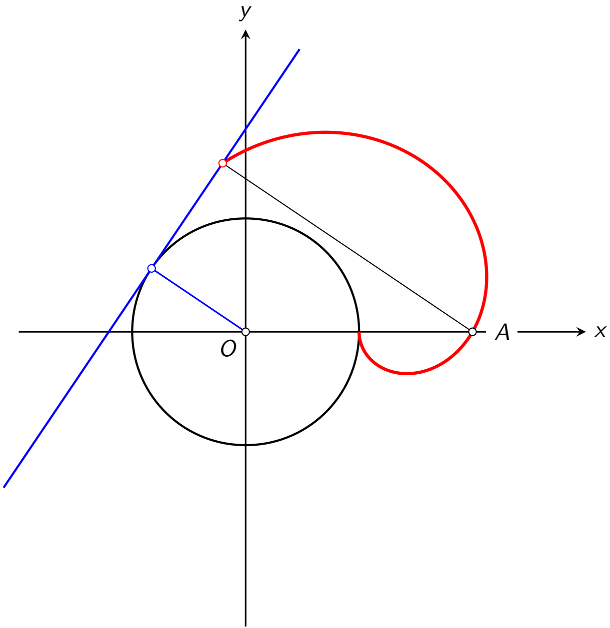

y
x
A
O



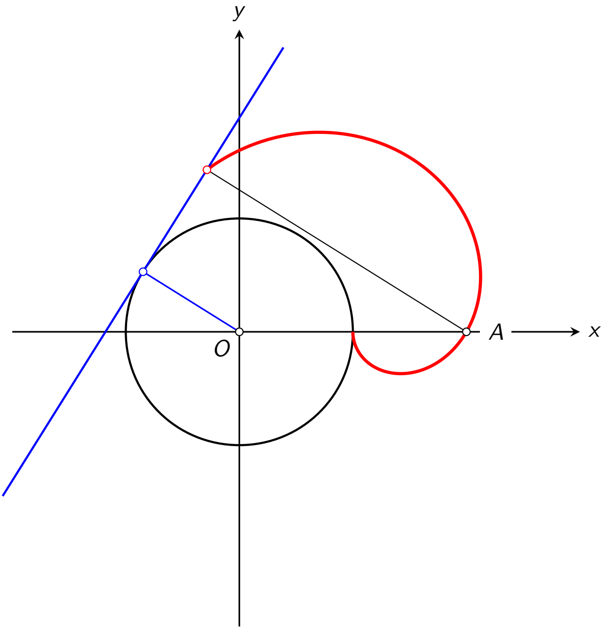
y
x
A
O

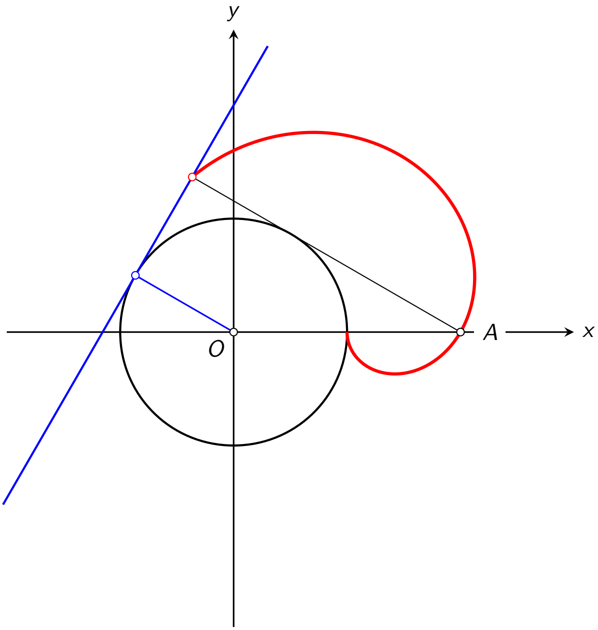

y
x
O
A


y
x
A
O

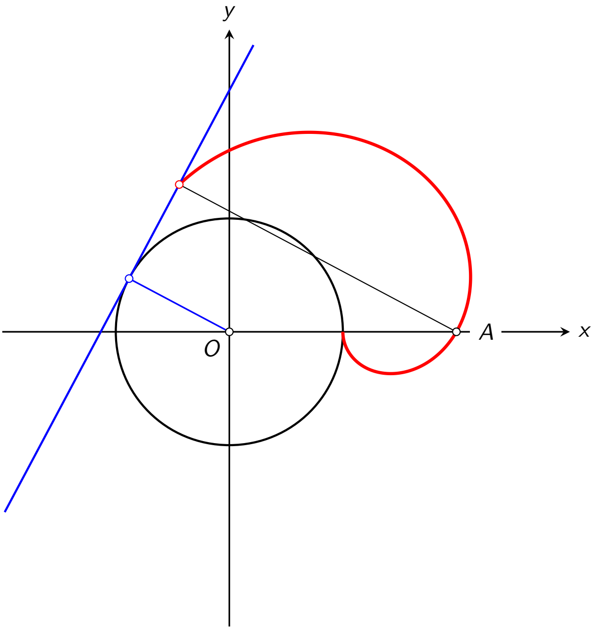


y
x
A
O

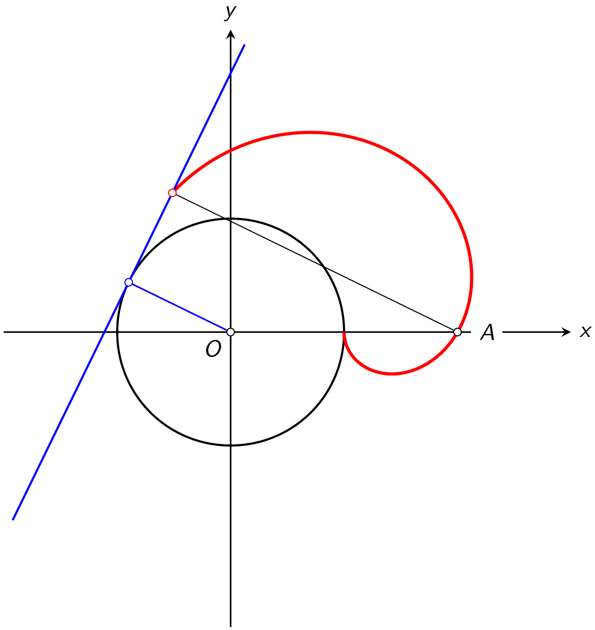

y
x
A
O



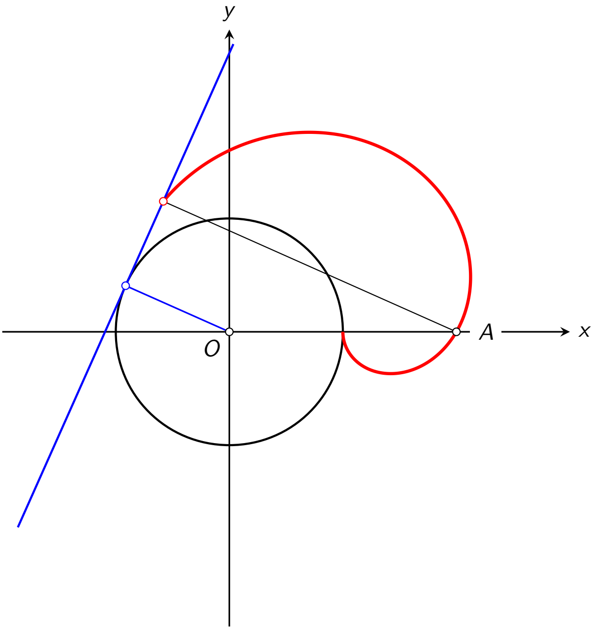
y
x
A
O



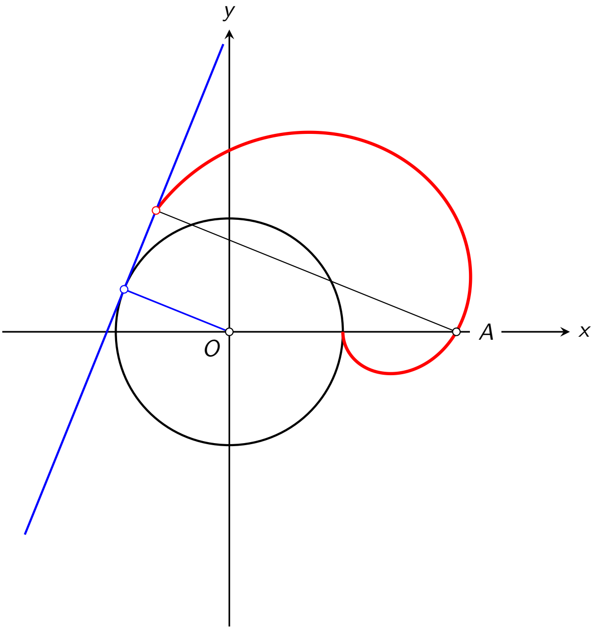
y
x
O
A

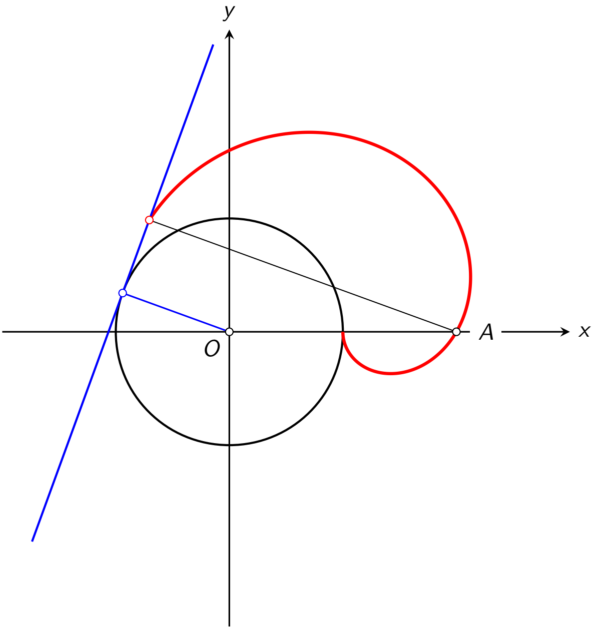


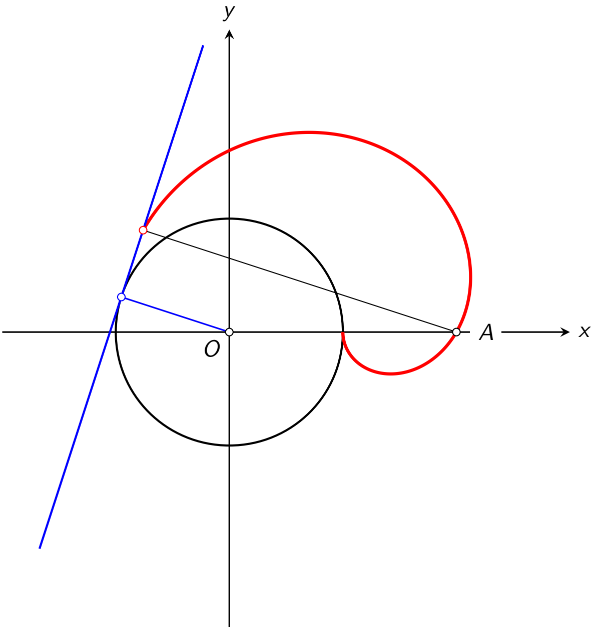
y
A
x
O



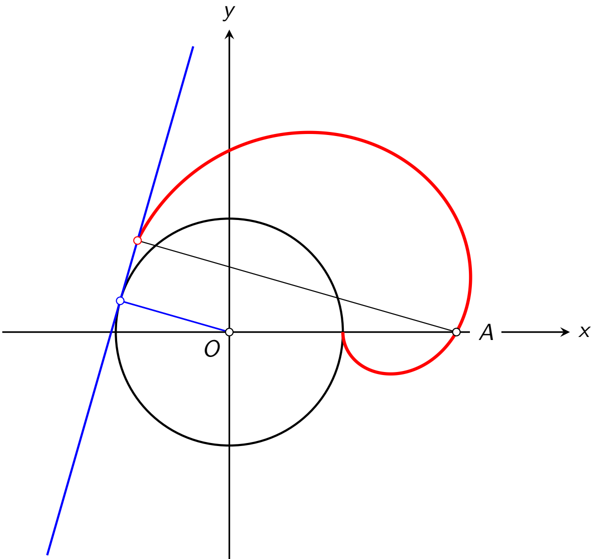
y
x
A
O


y
x
A
O

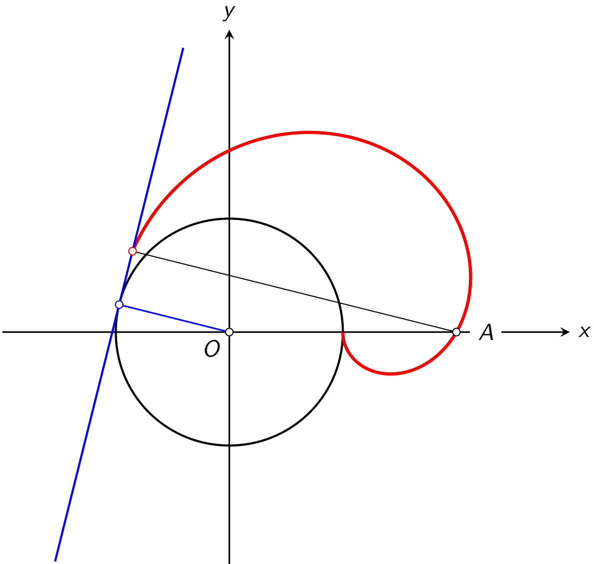

y
x
A
O



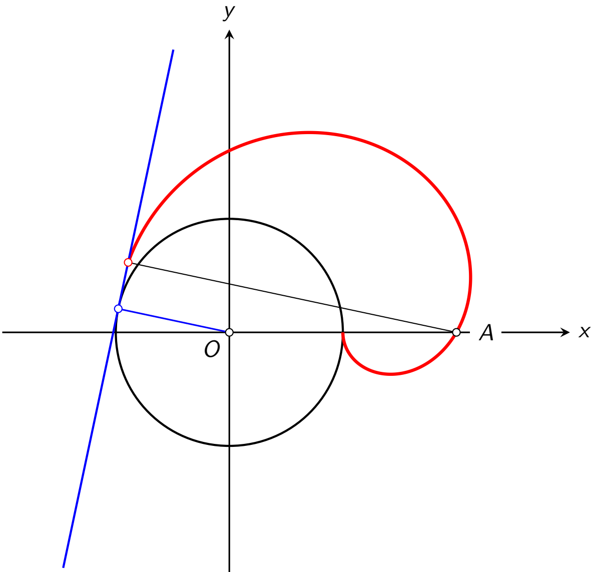
y
x
O
A

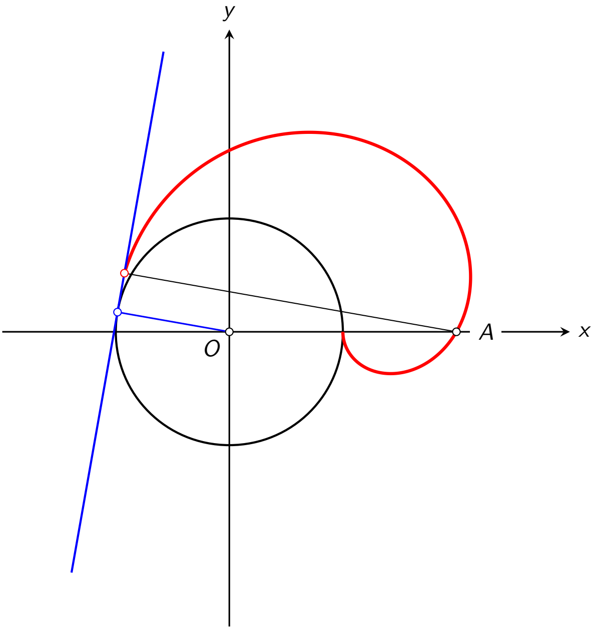


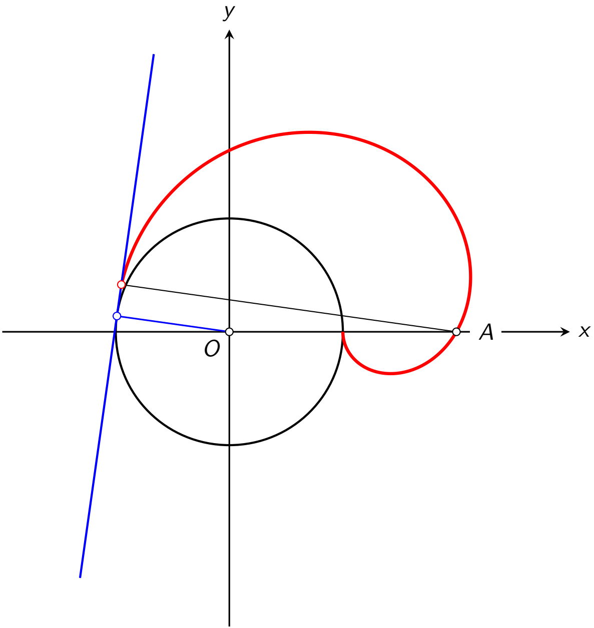
y
x
A
O



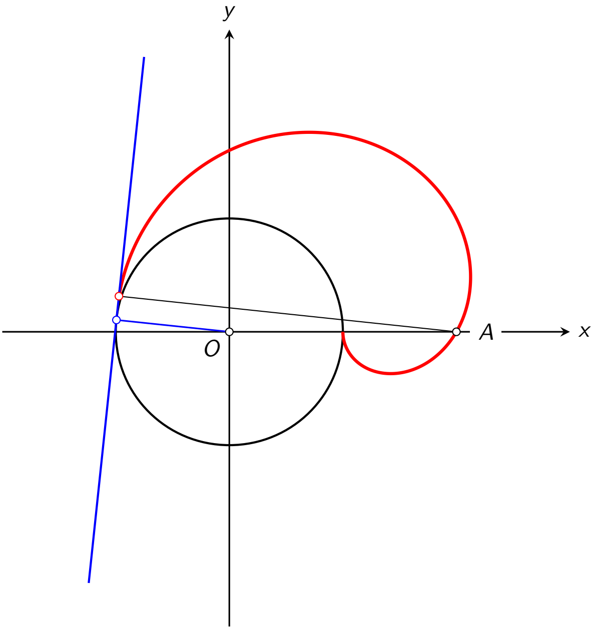
y
x
A
O


y
x
A
O

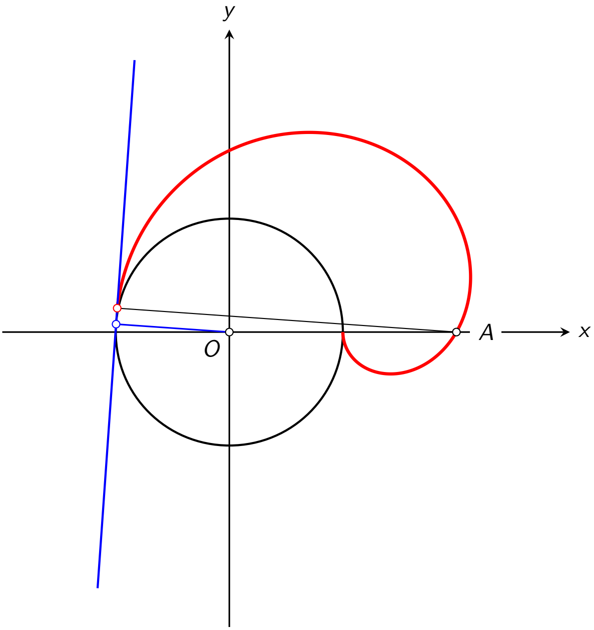

y
A
x
O

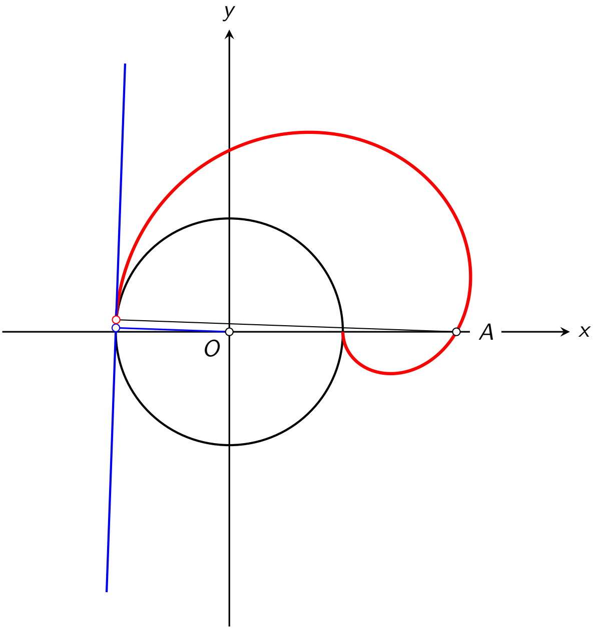


y
x
O
A

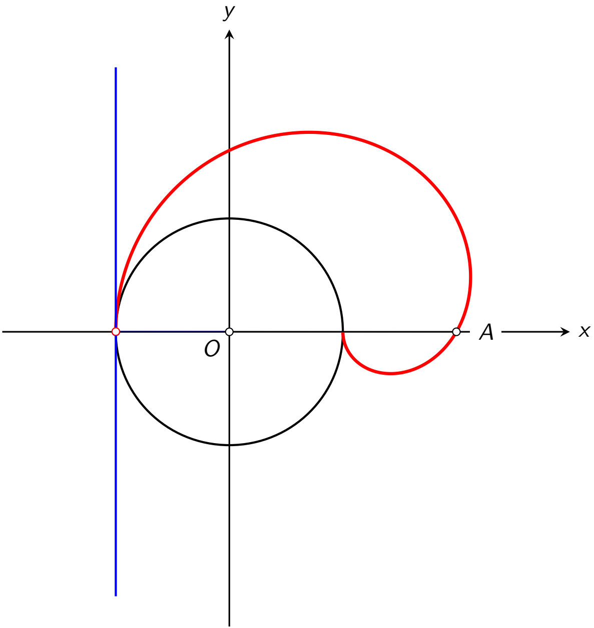


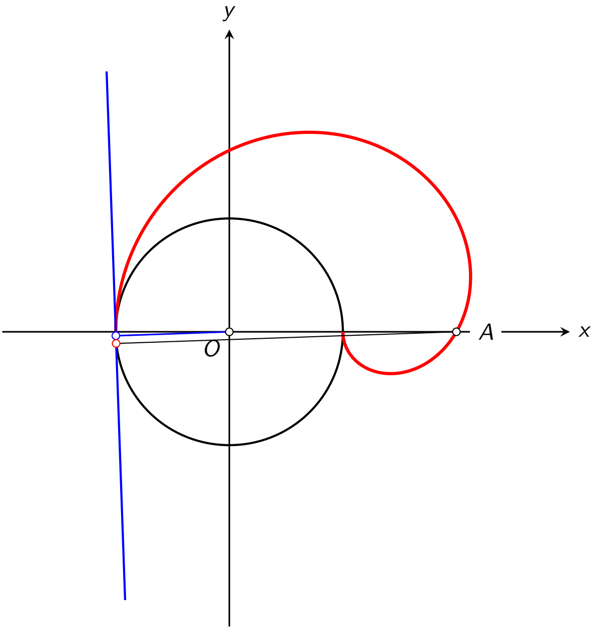
y
O
A
x


y
x
A
O

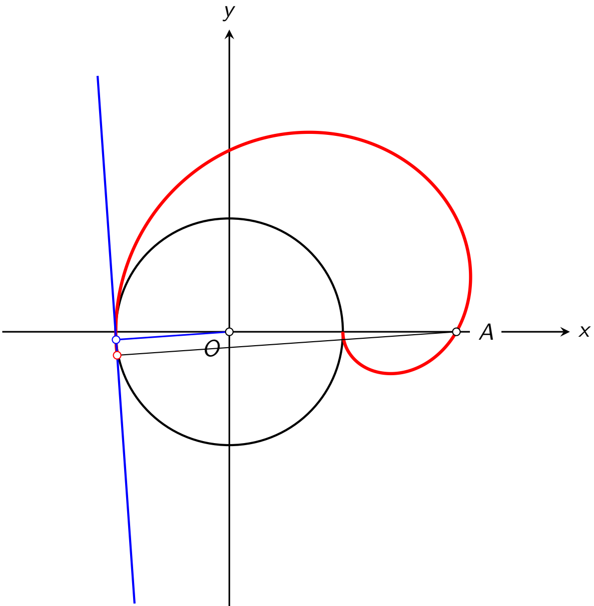


y
A
x
O

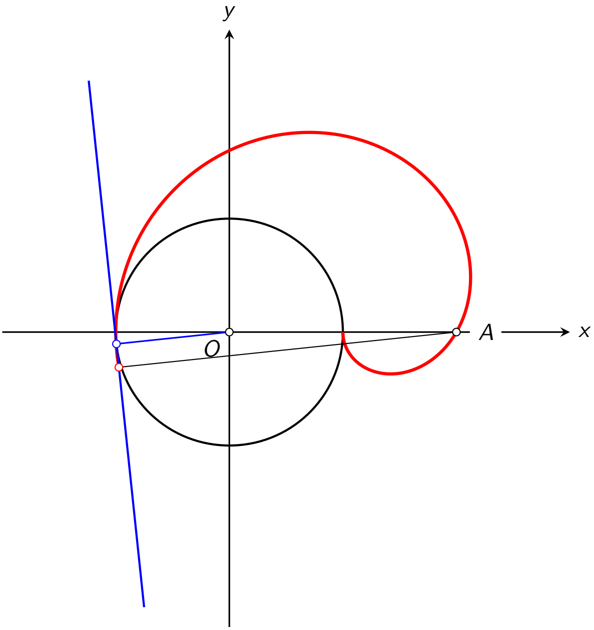

y
A
x
O

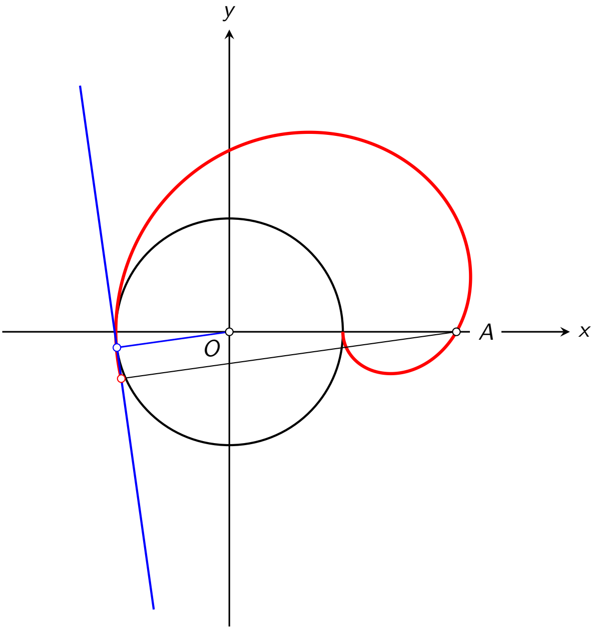


y
x
A
O

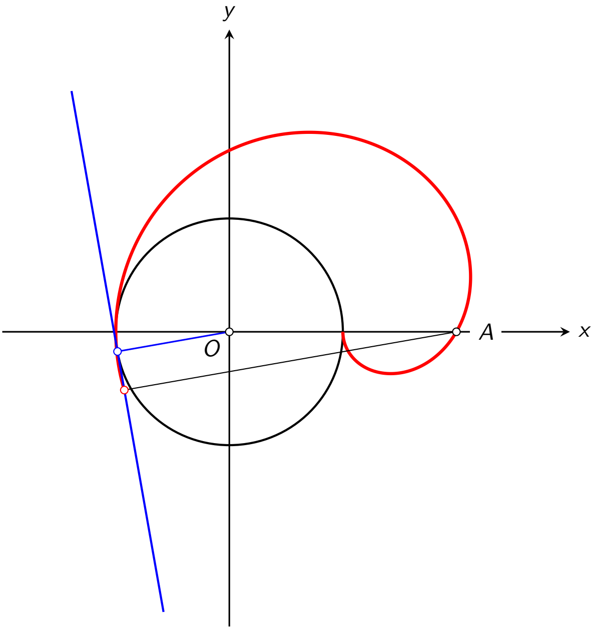


y
x
A
O

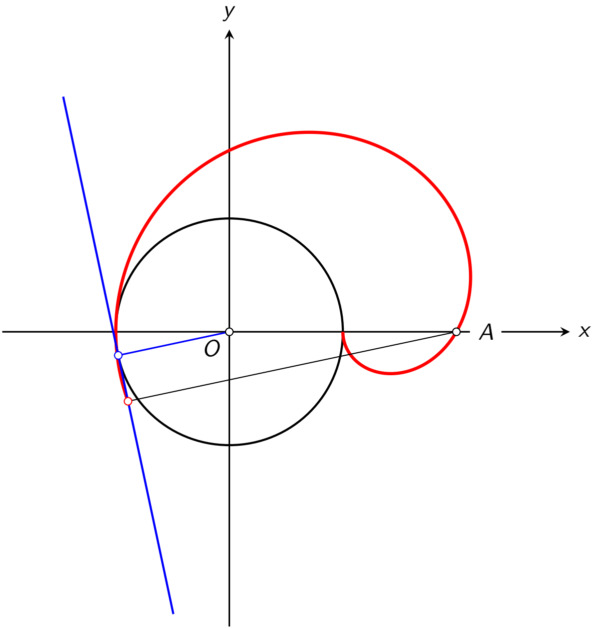

y
x
A
O

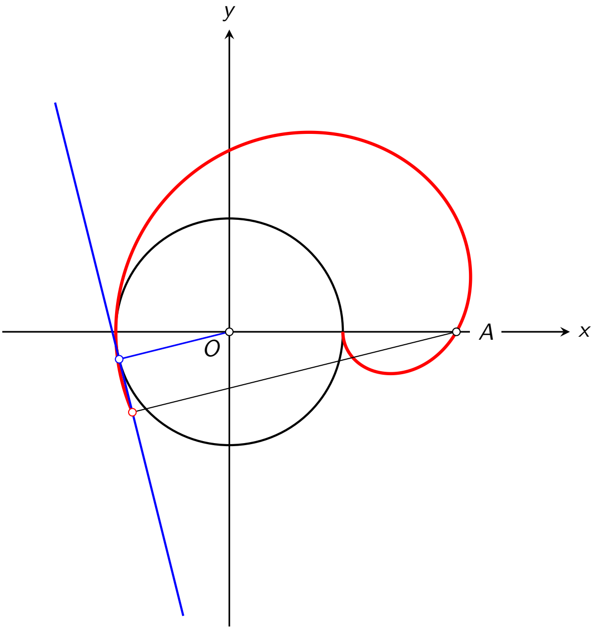


y
x
A
O

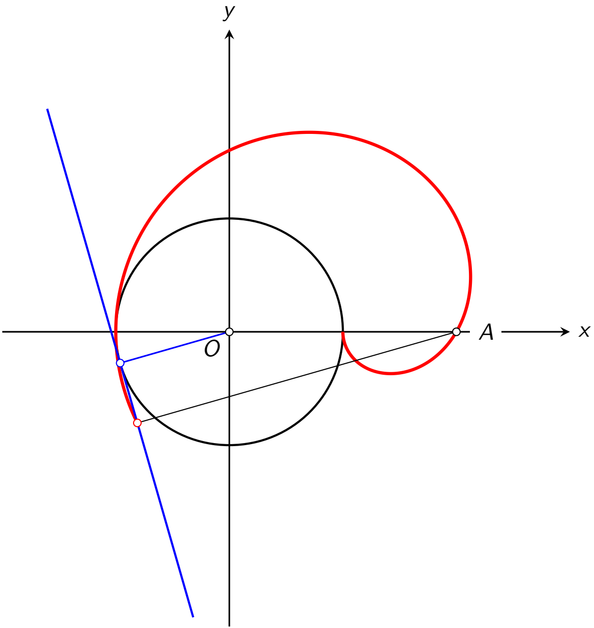


y
x
O
A

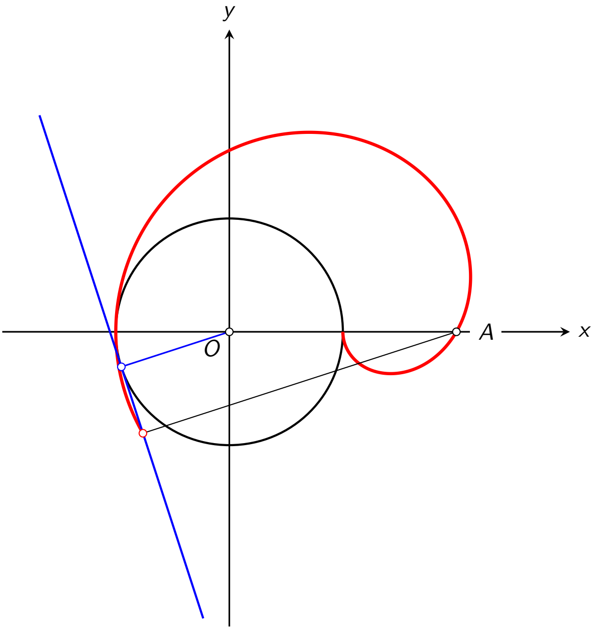

y
A
x
O



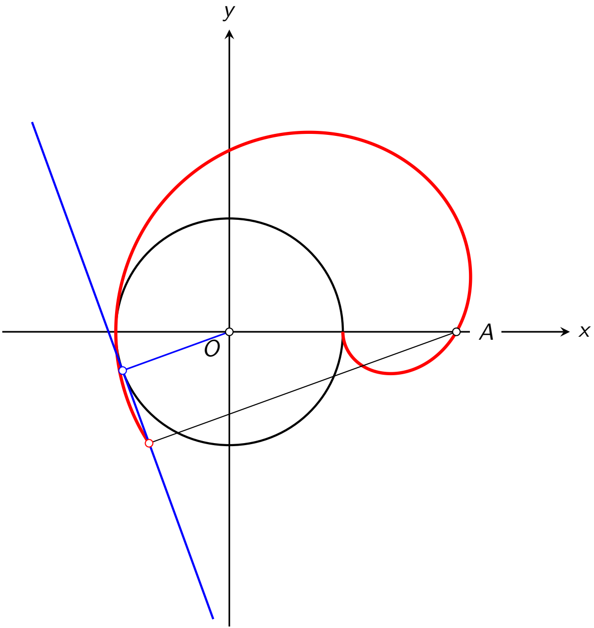
y
x
A
O



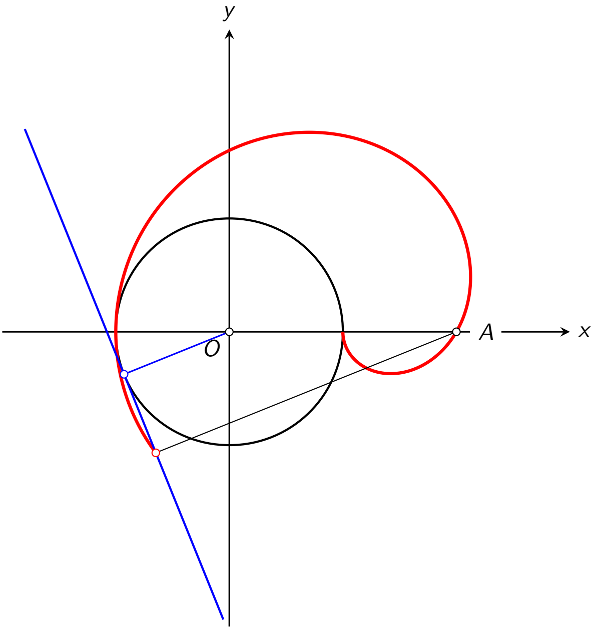
y
x
A
O



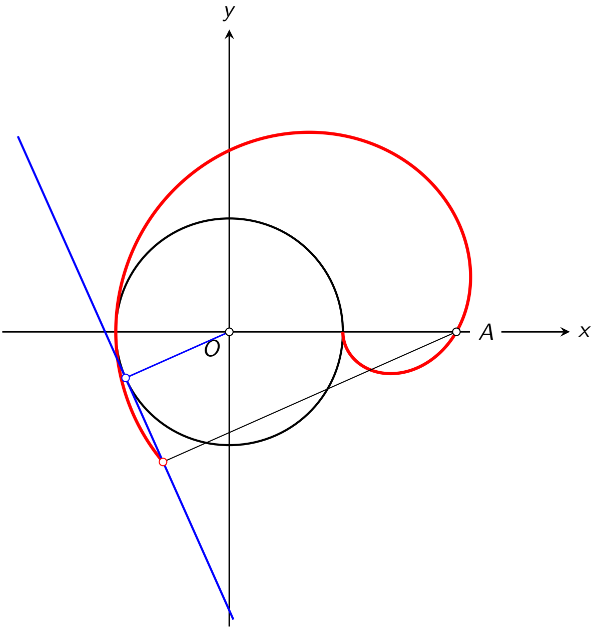
y
x
A
O

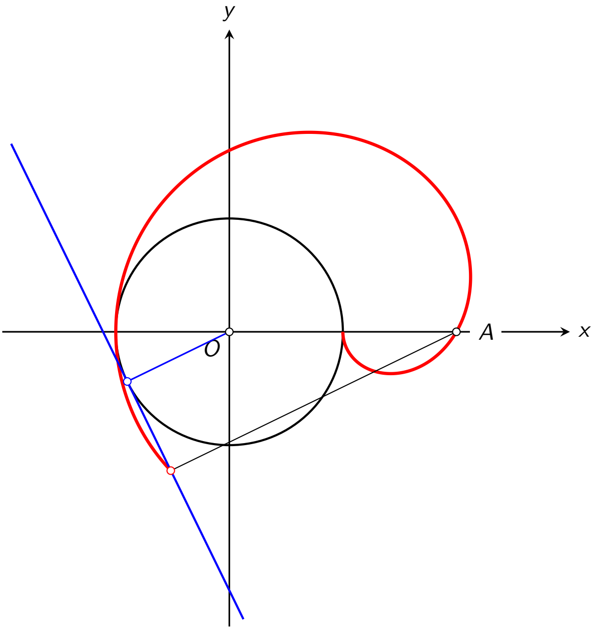


y
x
A
O

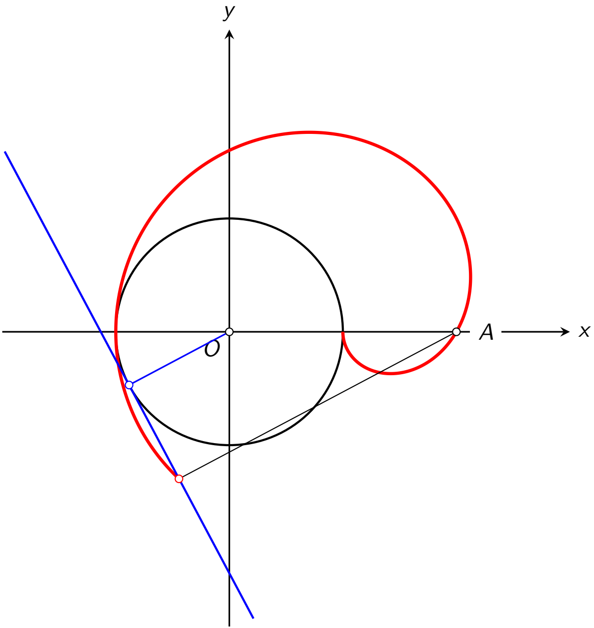


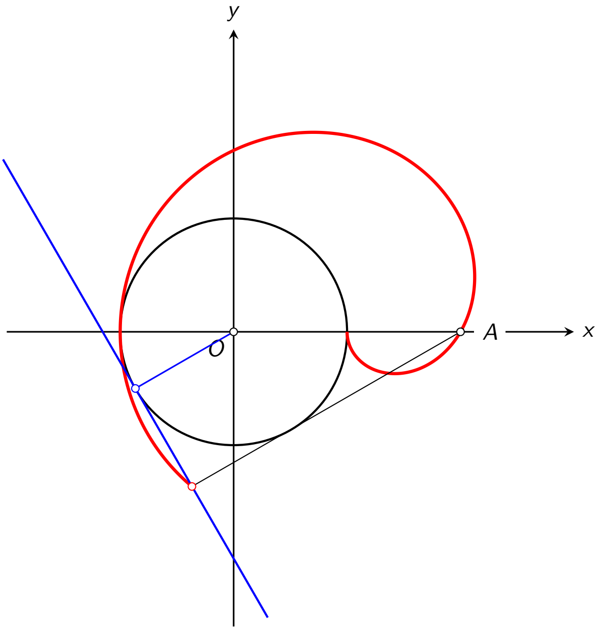
y
x
A
O


y
A
x
O

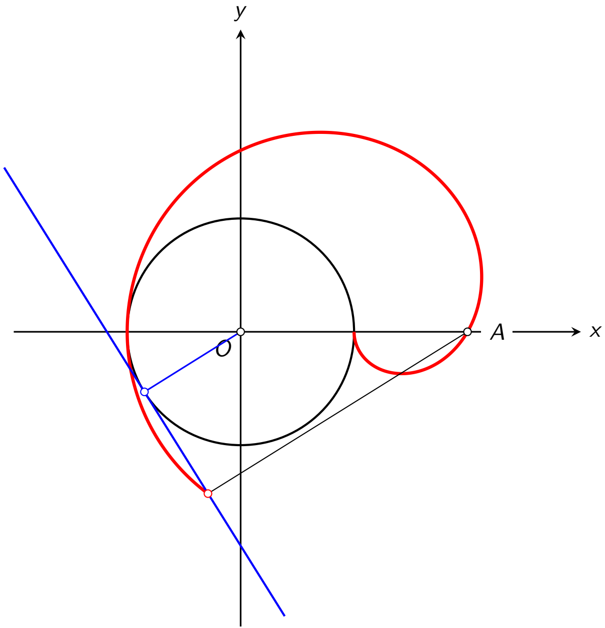


y
x
A
O

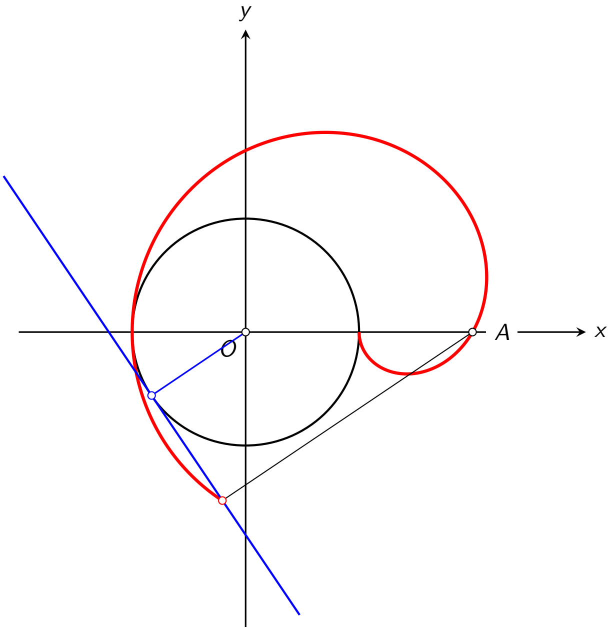

y
A
x
O



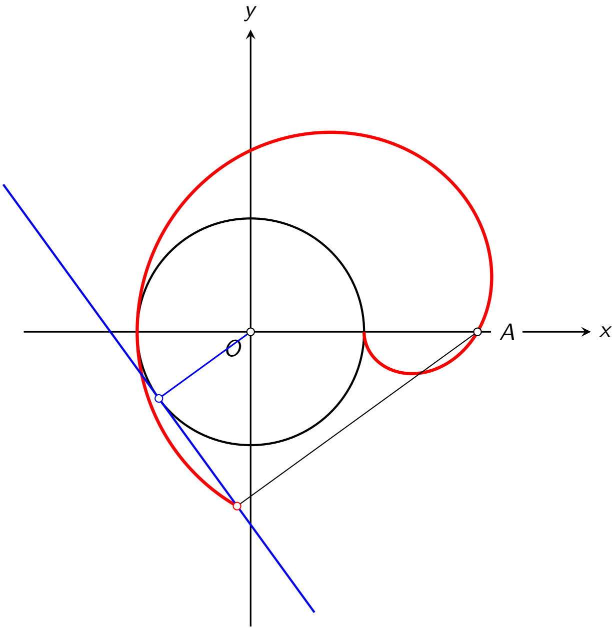
y
x
A
O

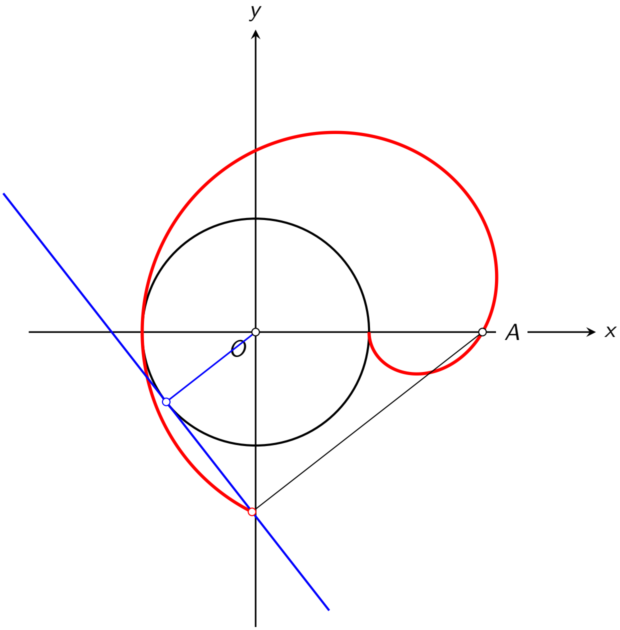


y
x
O
A

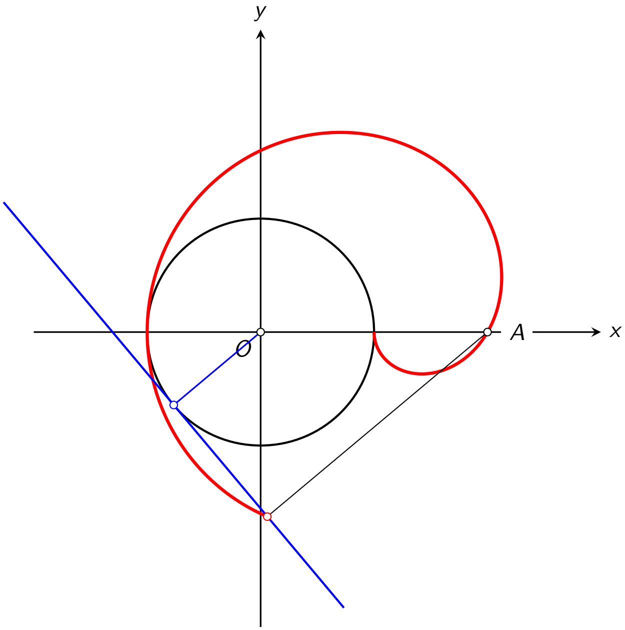


y
x
A
O

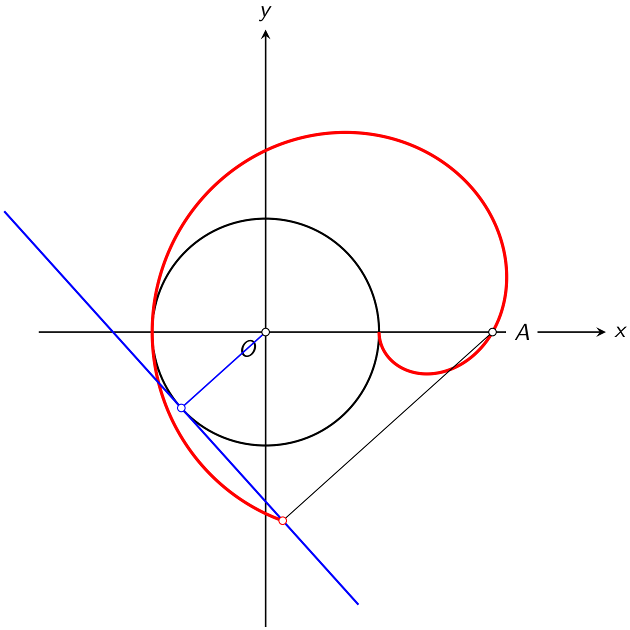

y
A
x
O

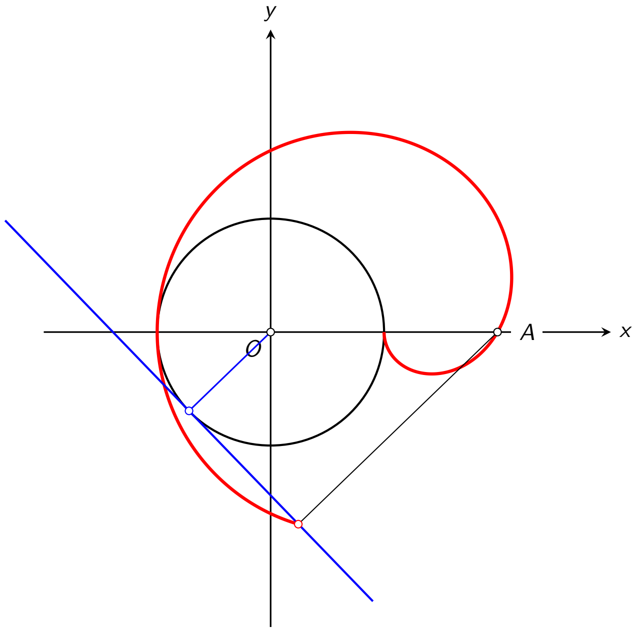


y
x
A
O

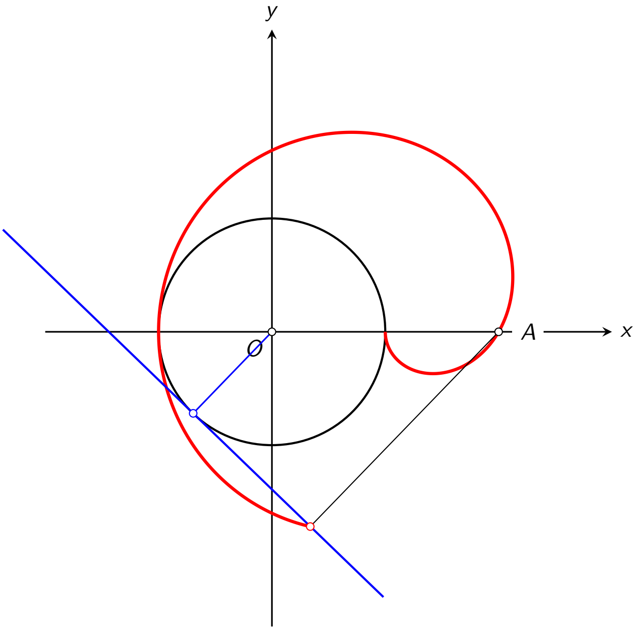


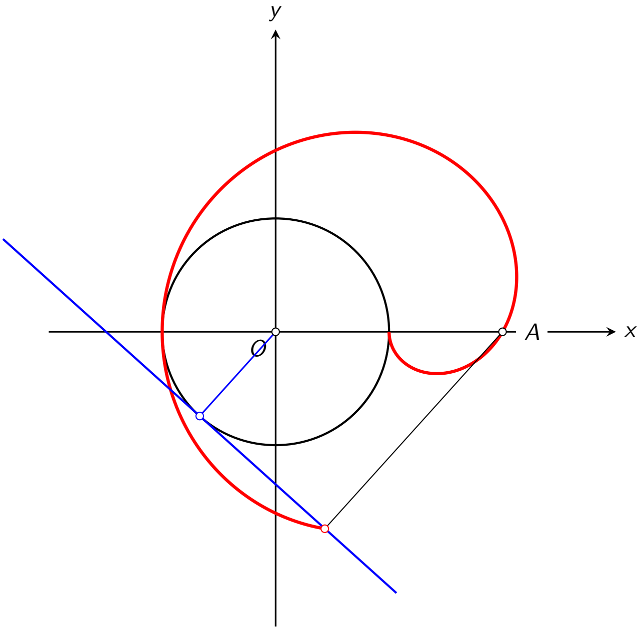
y
x
A
O

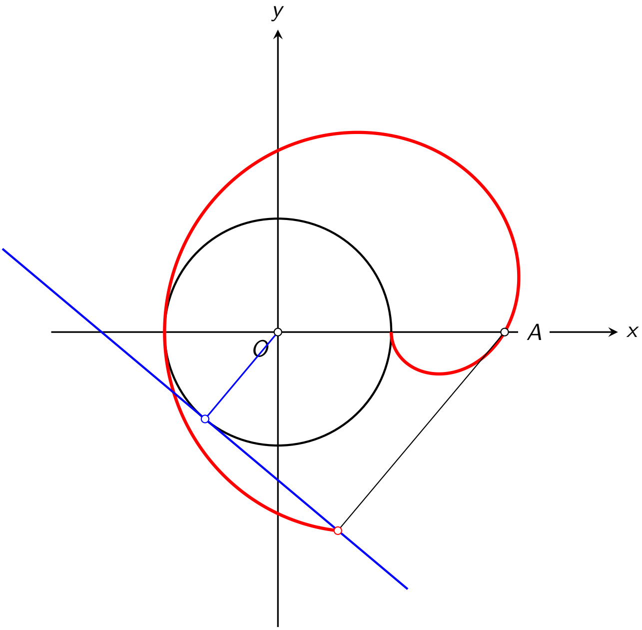

y
x
A
O

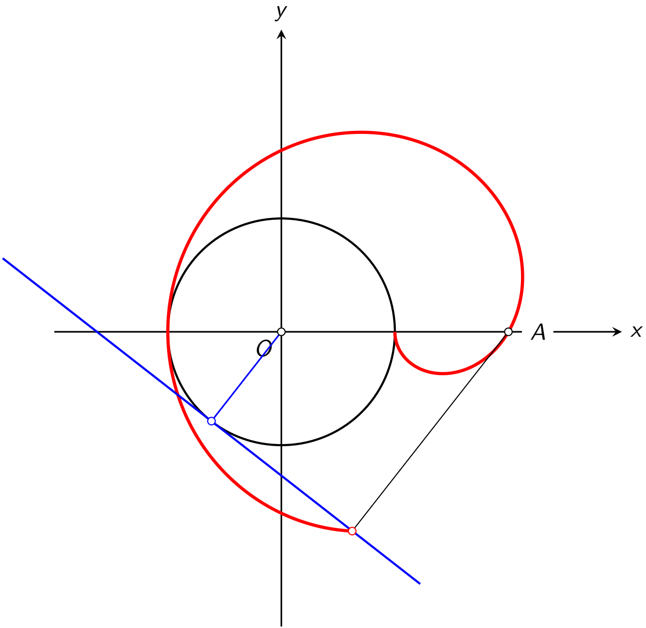


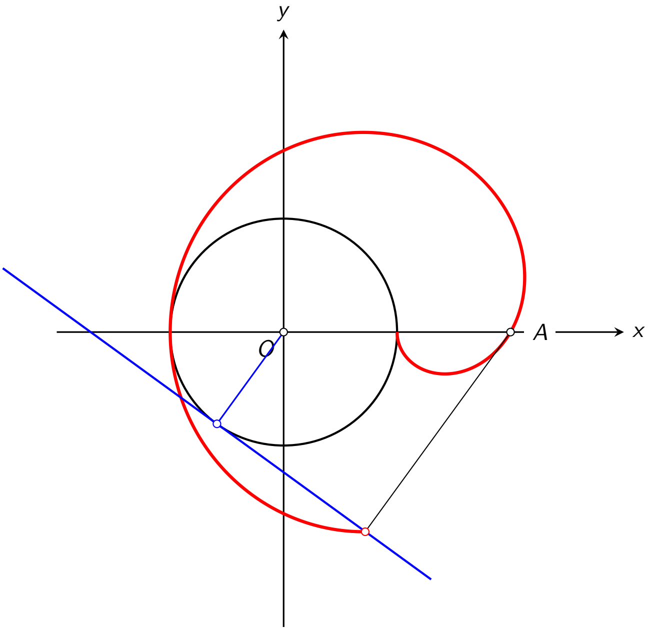
y
x
A
O


y
O
A
x

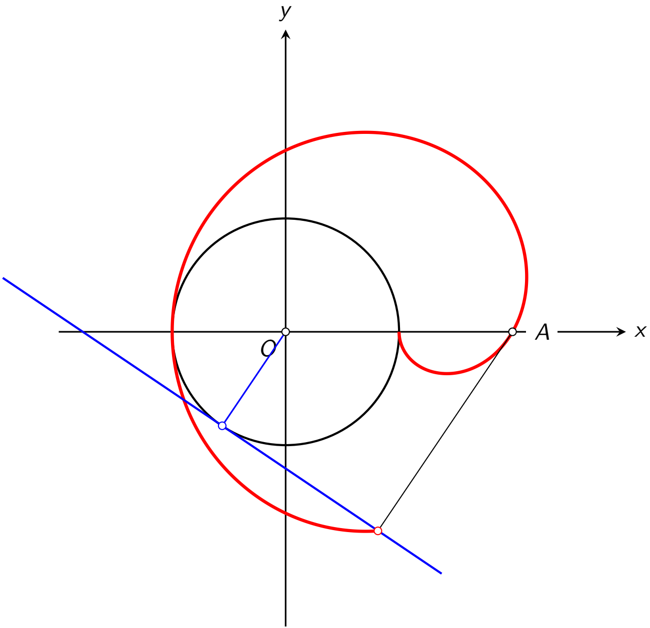

y
x
A
O


y
x
O
A

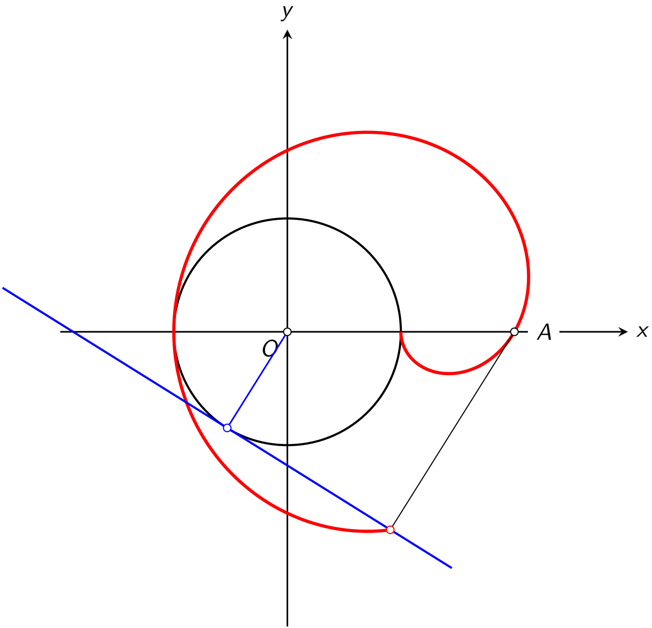

y
x
A
O



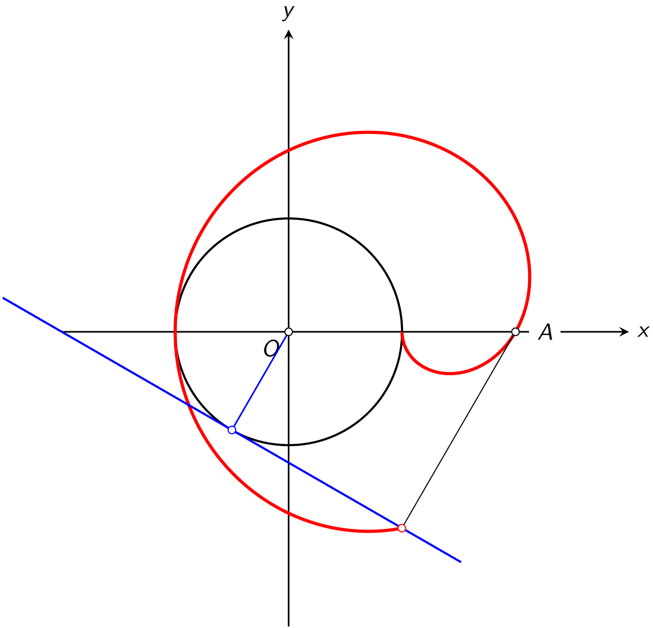
y
x
A
O



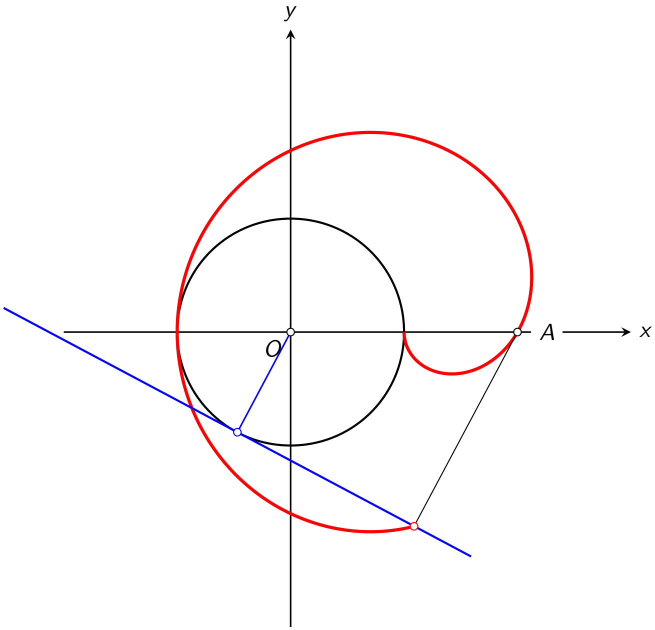
y
O
A
x



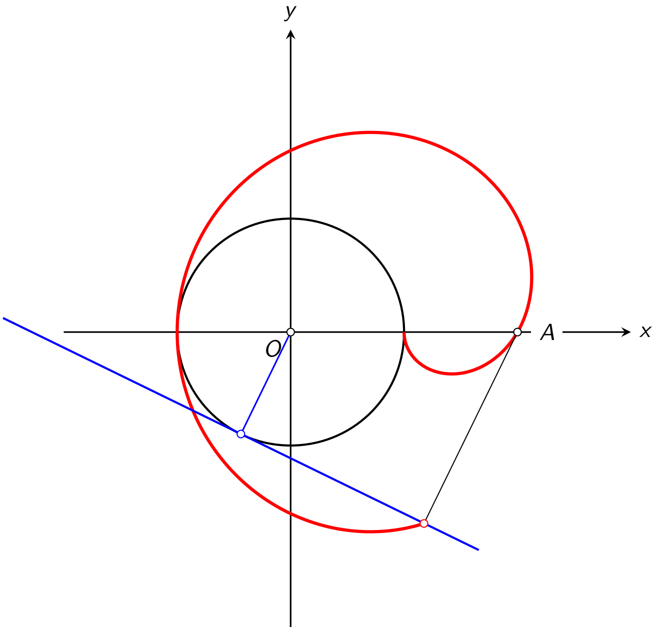
y
x
O
A



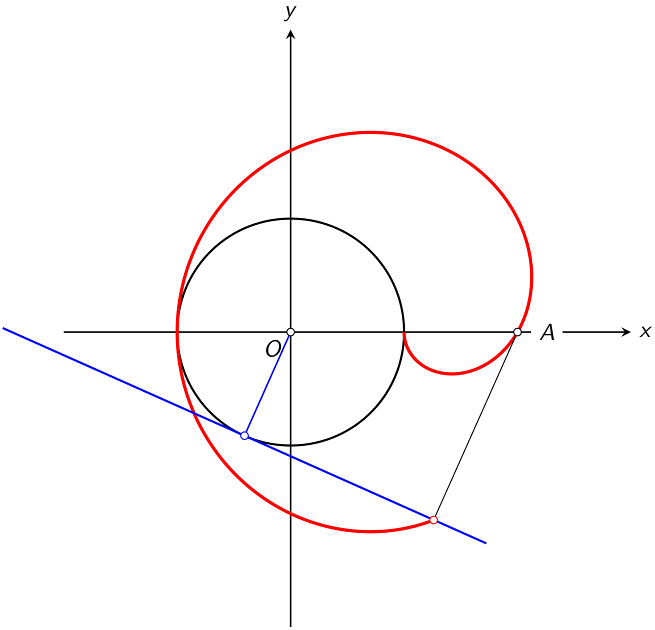
y
A
x
O



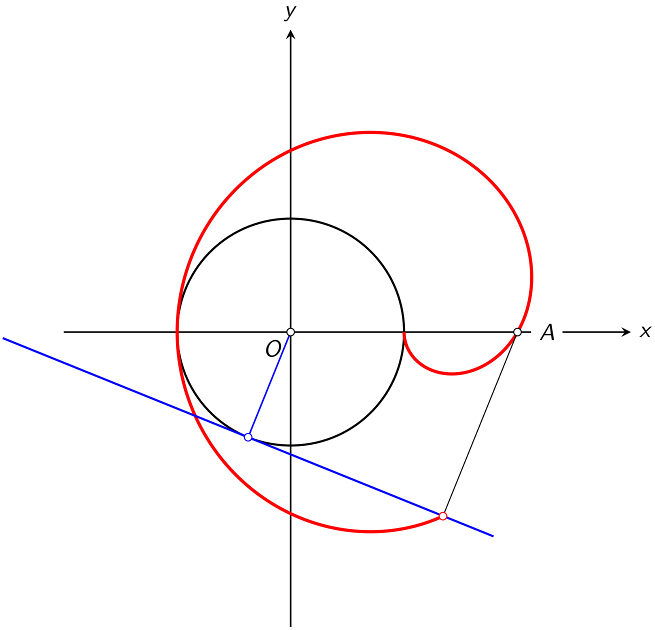
y
A
x
O



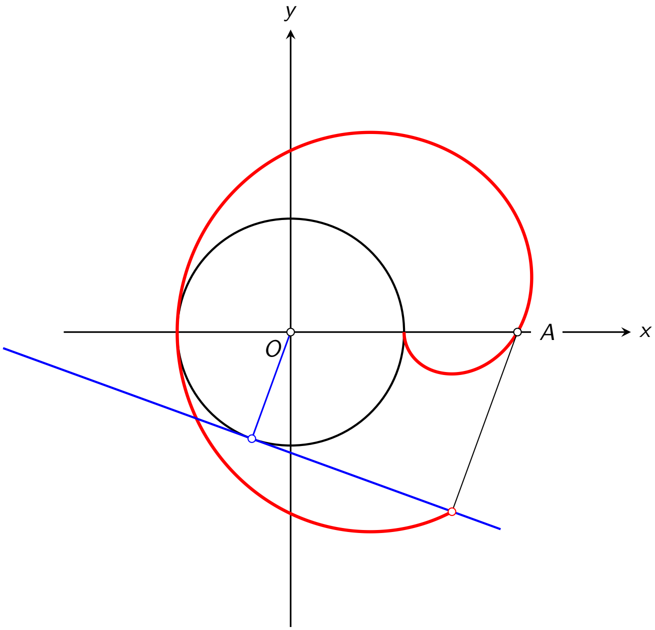
y
x
A
O

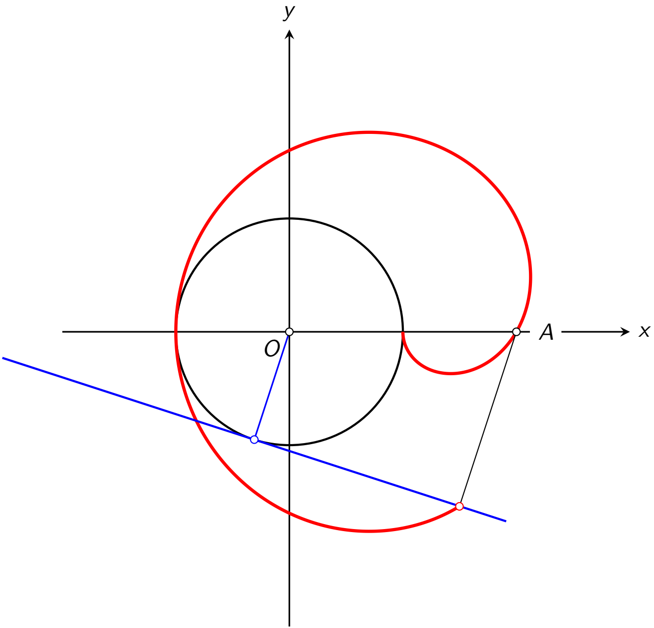


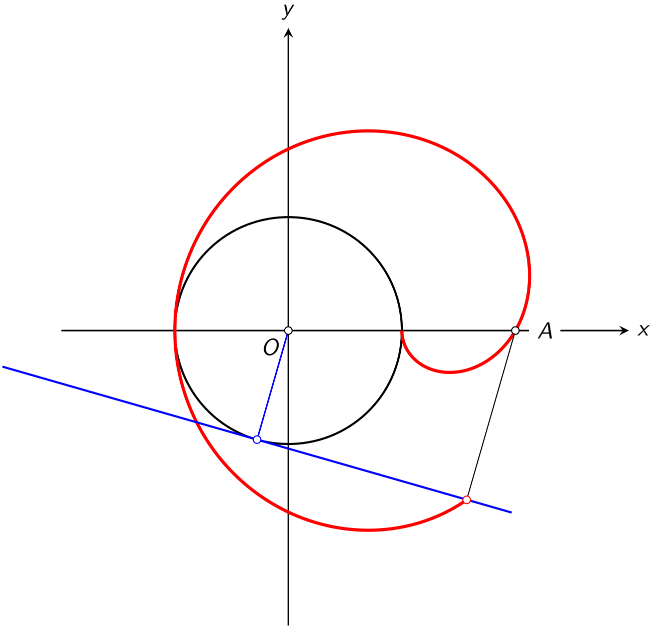
y
x
A
O

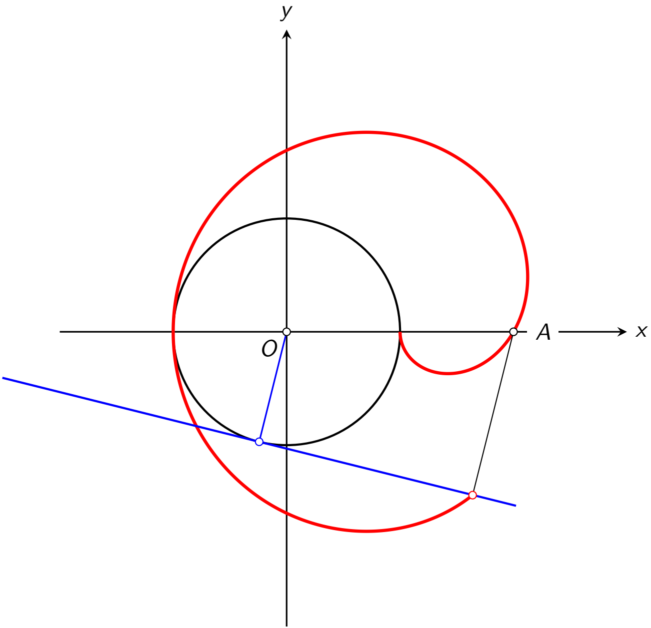


y
x
O
A

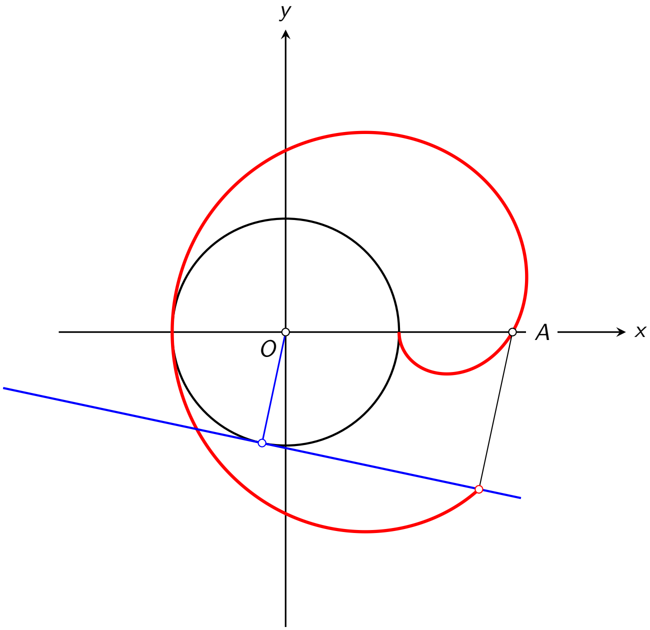

y
A
x
O


y
A
x
O

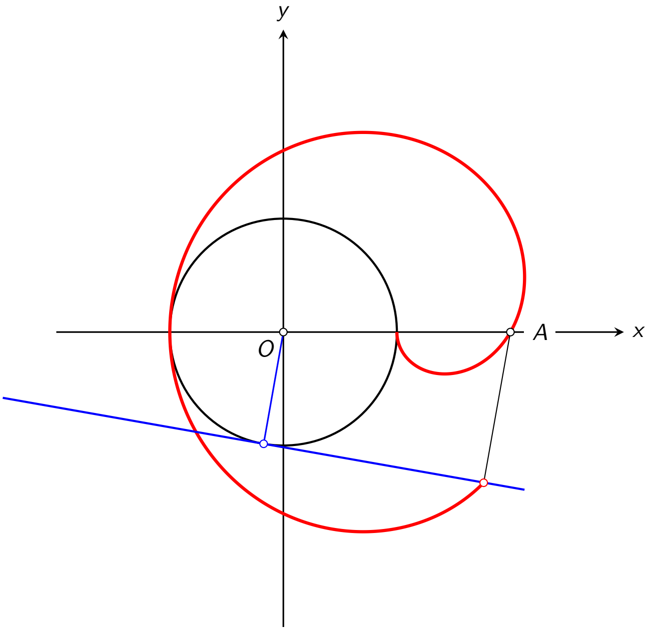

y
x
A
O



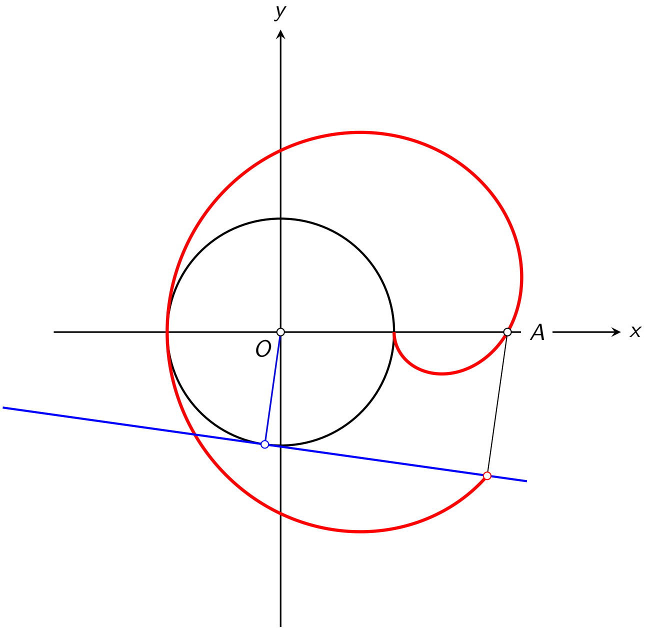
y
x
A
O



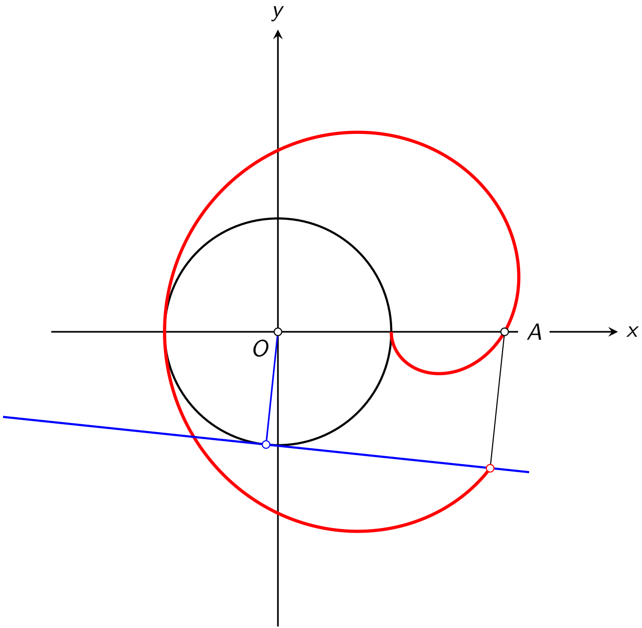
y
x
A
O

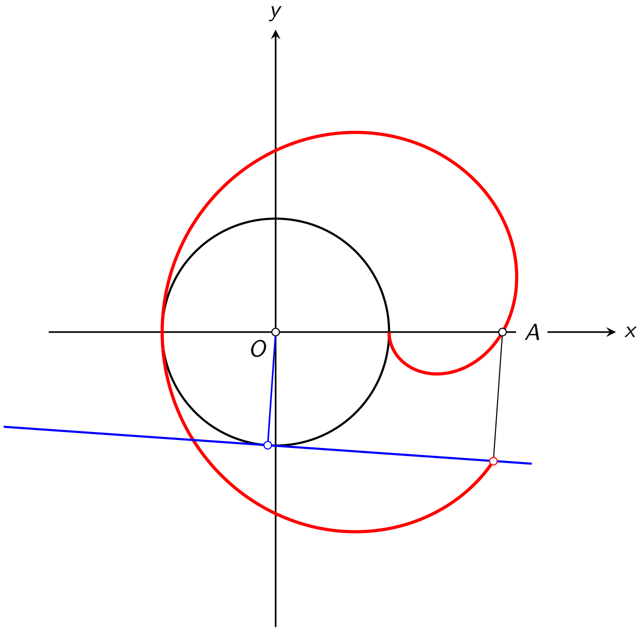


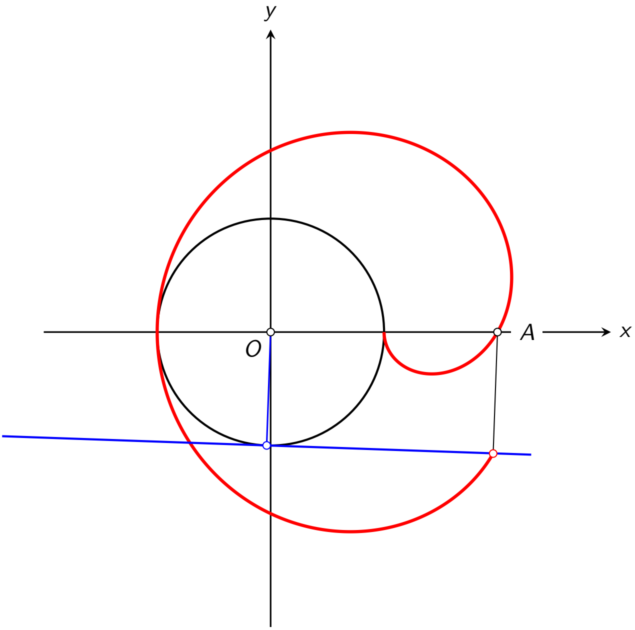
y
x
A
O



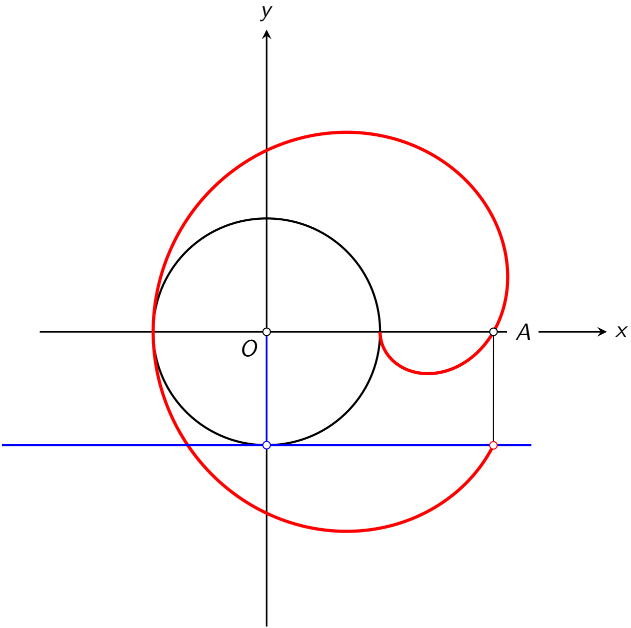
y
x
A
O

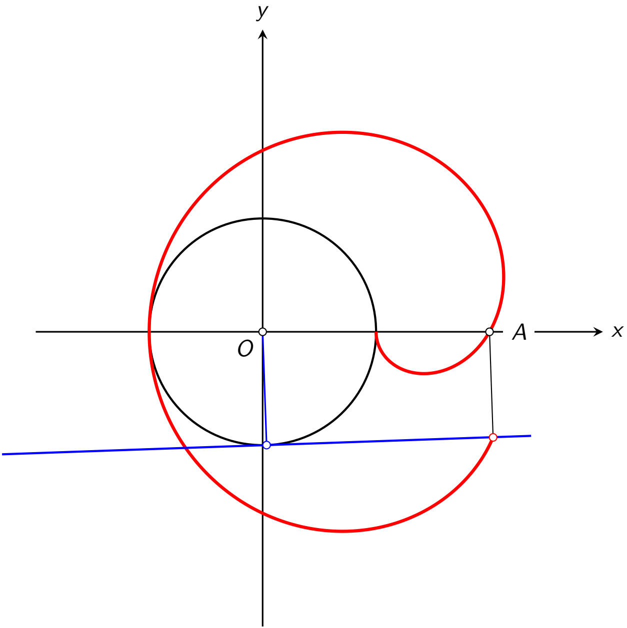

y
O
A
x

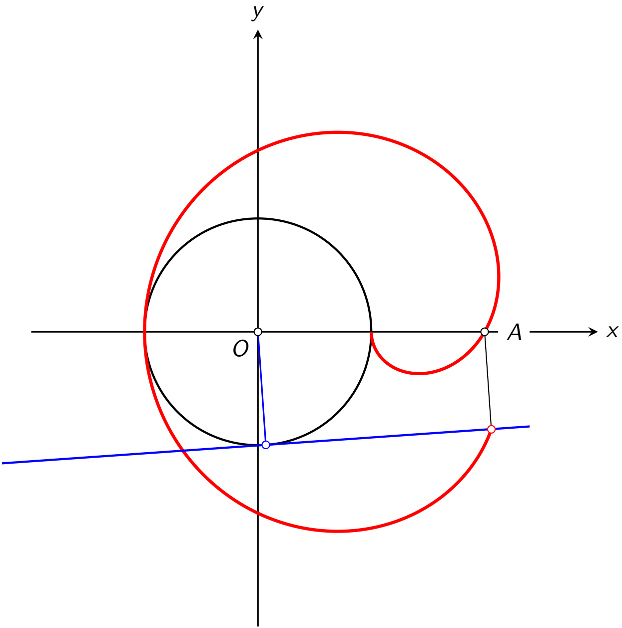

y
x
O
A

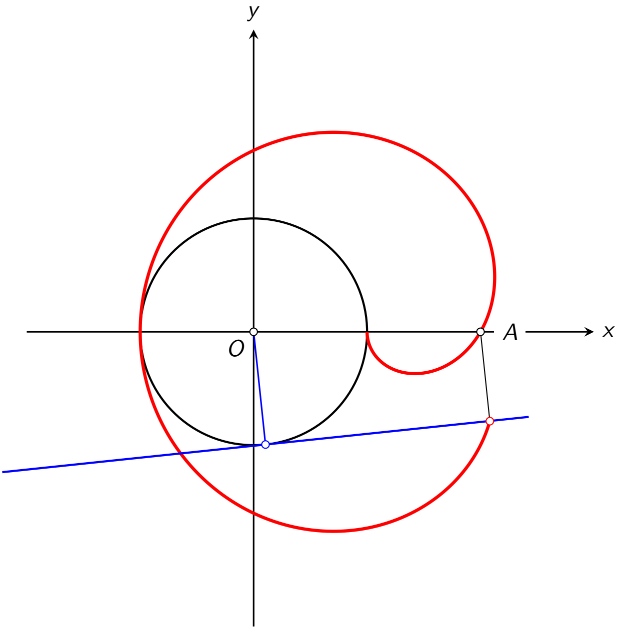


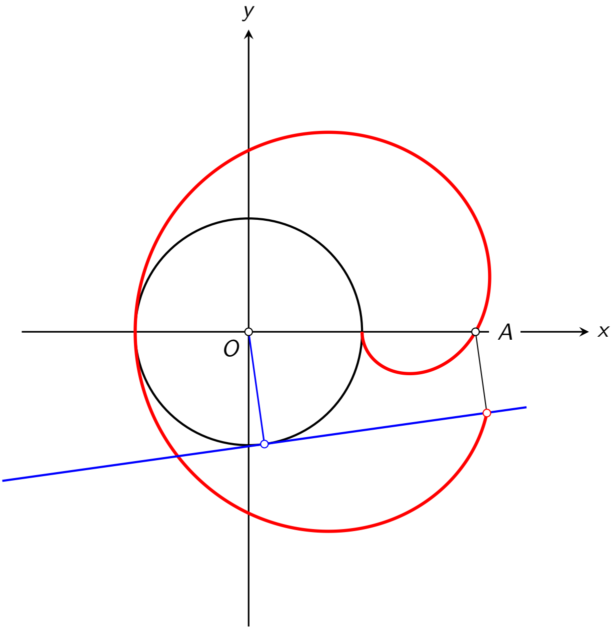
y
x
A
O


y
O
A
x

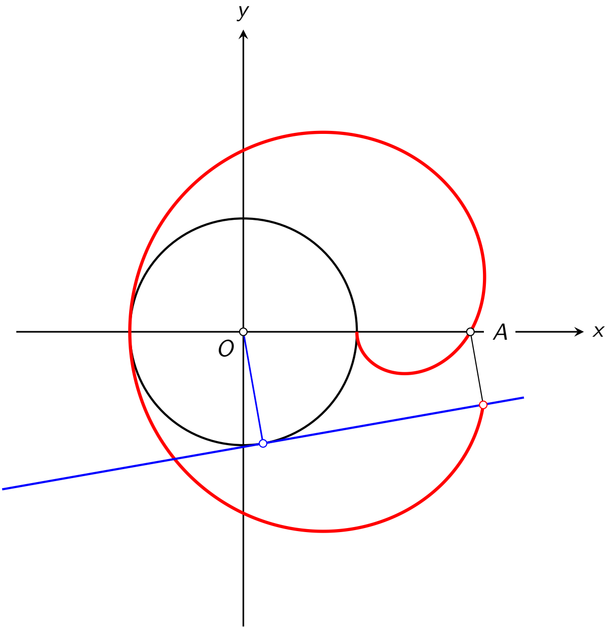

y
O
A
x


y
x
O
A

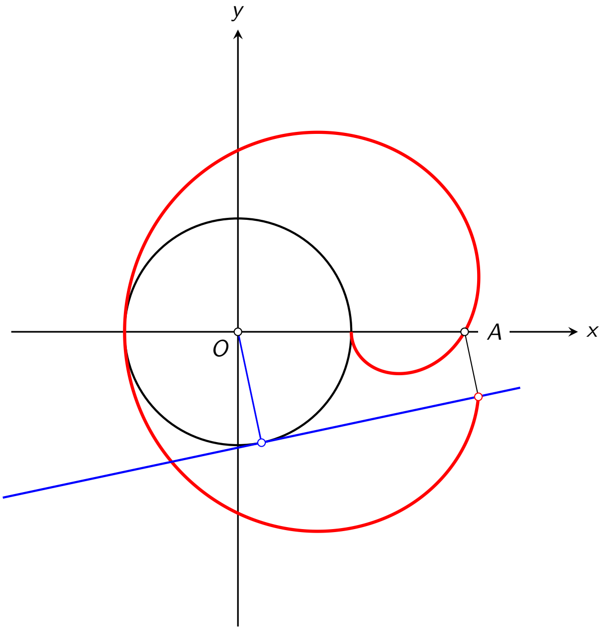

y
O
A
x

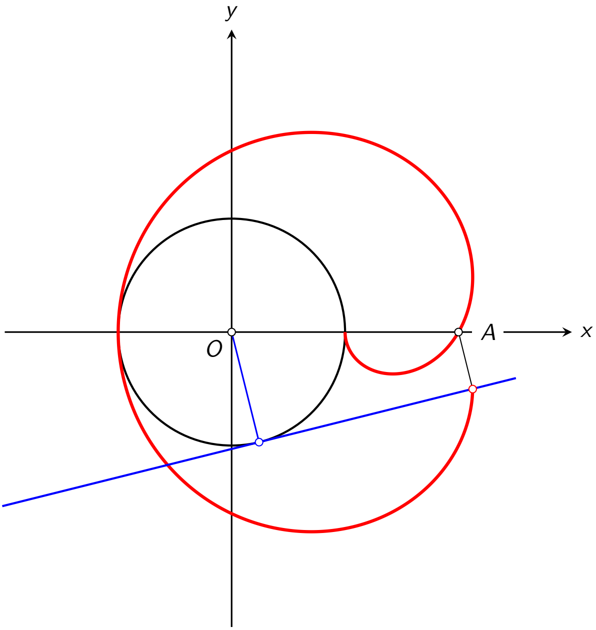


y
O
A
x

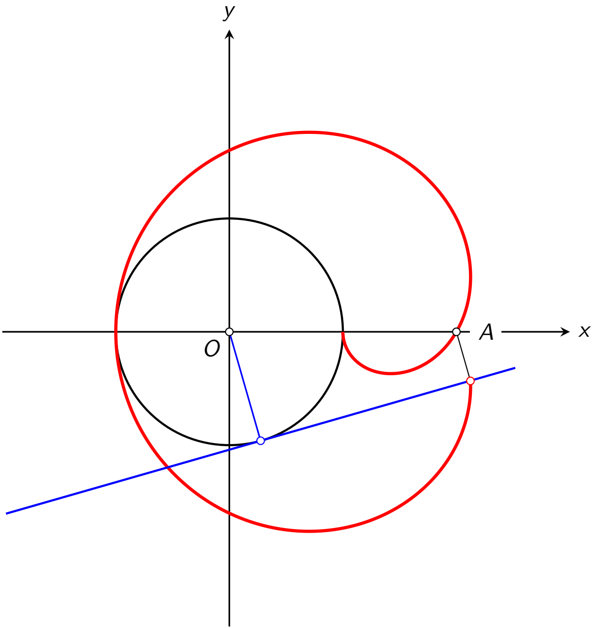


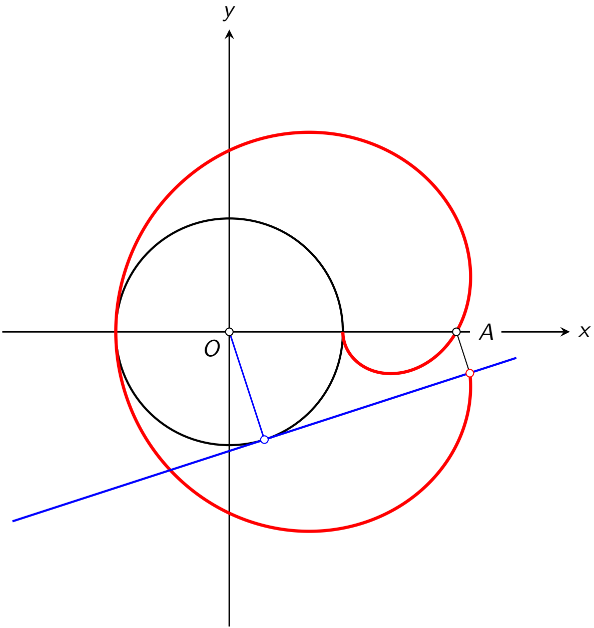
y
x
A
O


y
x
A
O

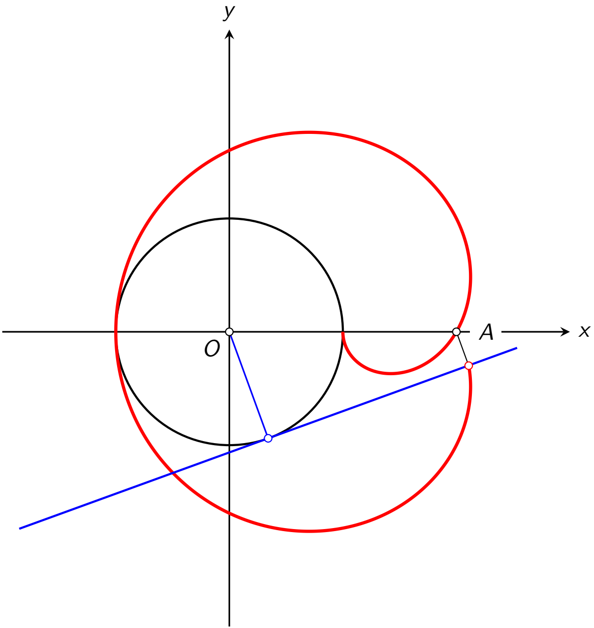


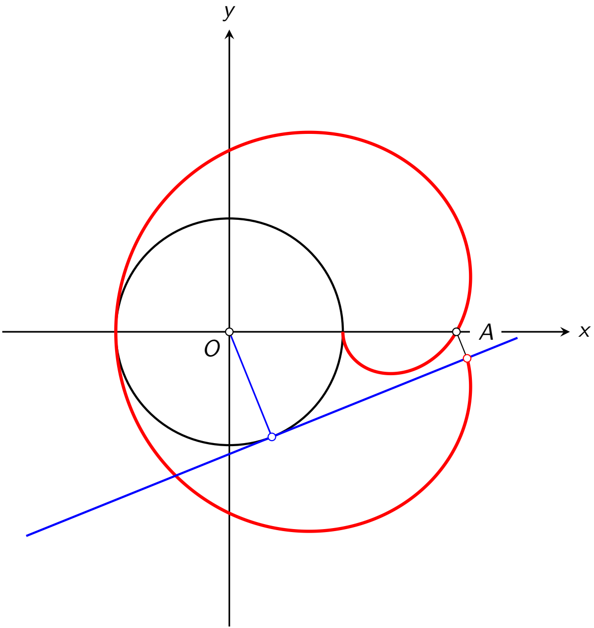
y
x
O
A


y
x
A
O

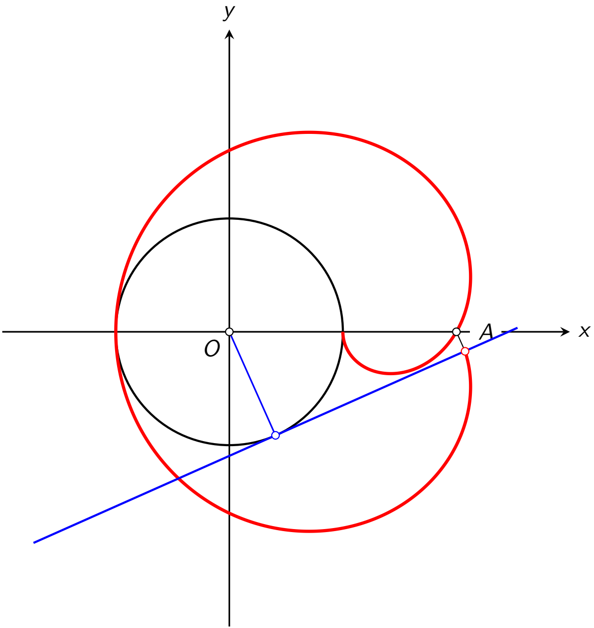


y
A
x
O

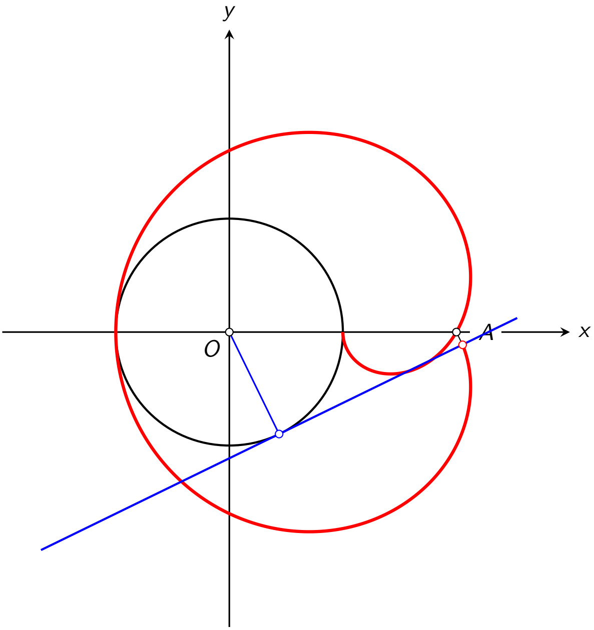

y
x
O
A

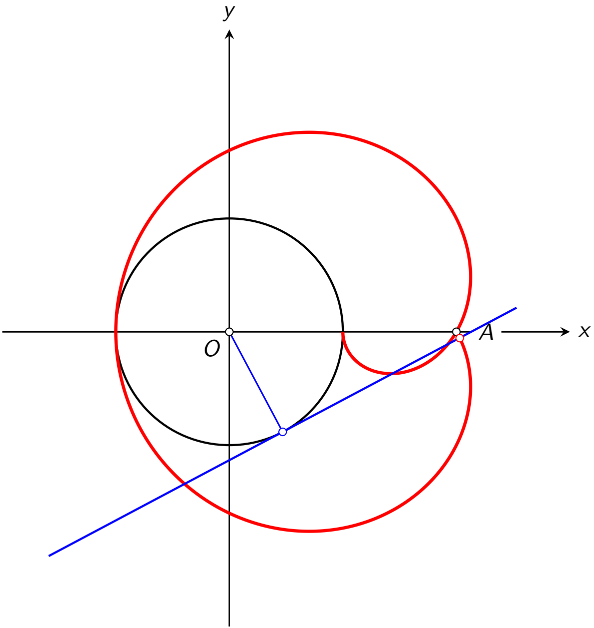


y
x
O
A

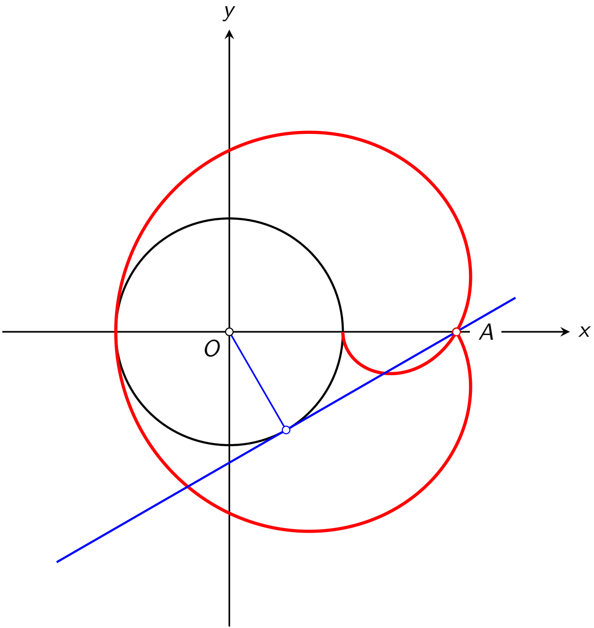


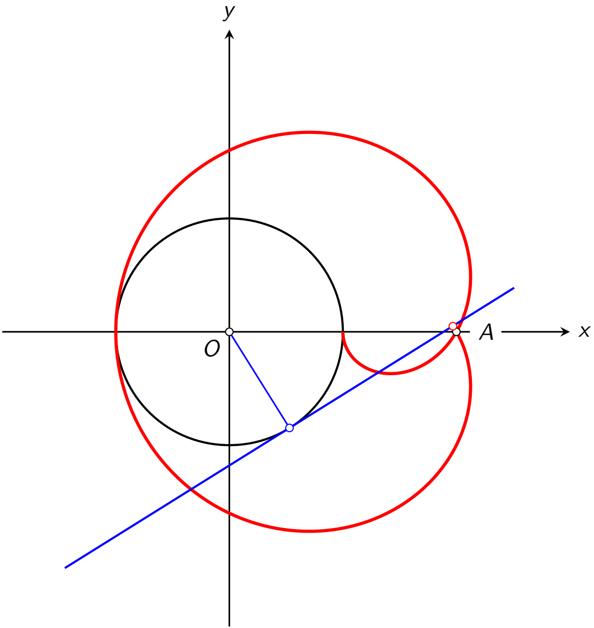
y
x
O
A


y
x
O
A

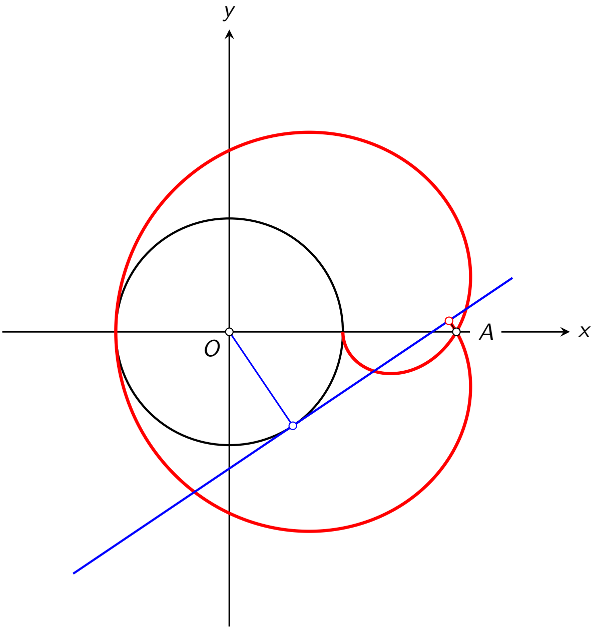


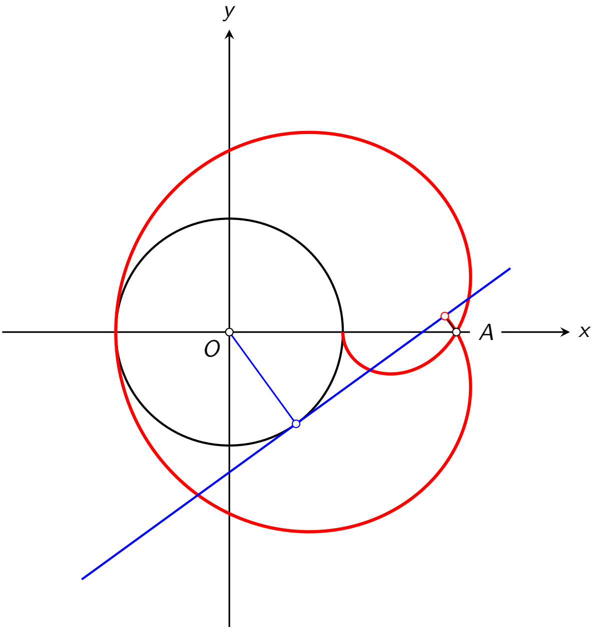
y
x
O
A


y
x
O
A

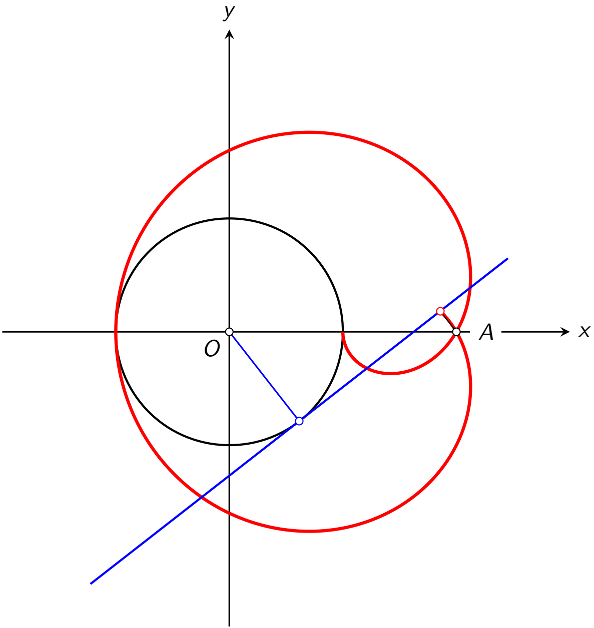


y
O
A
x

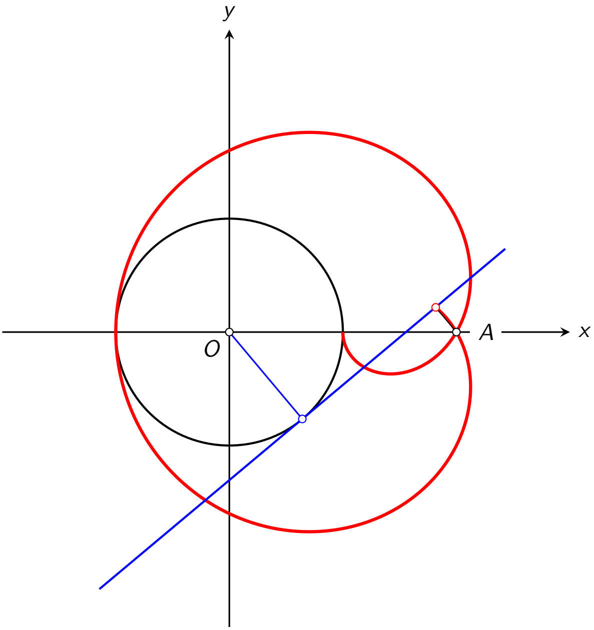

y
x
O
A



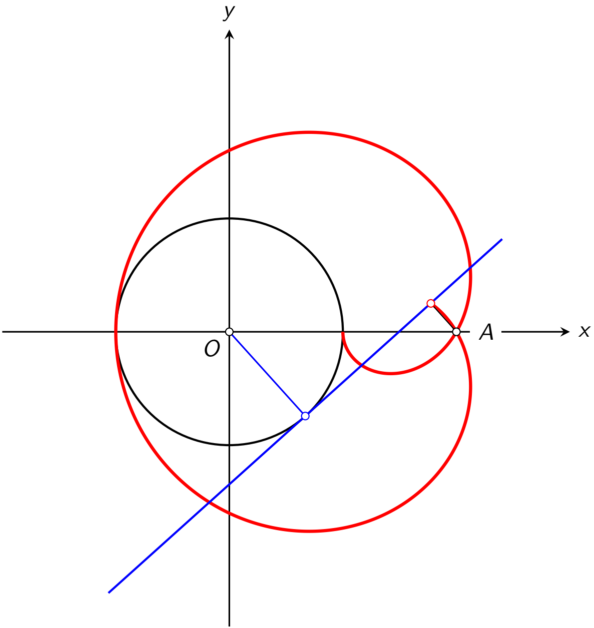
y
x
O
A

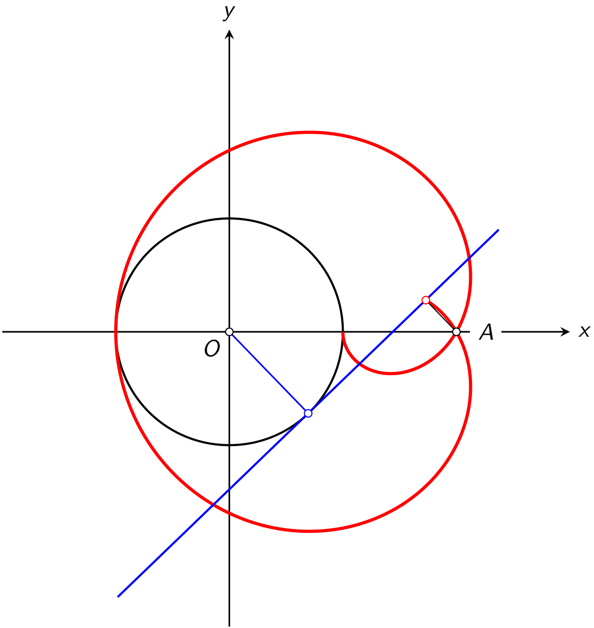


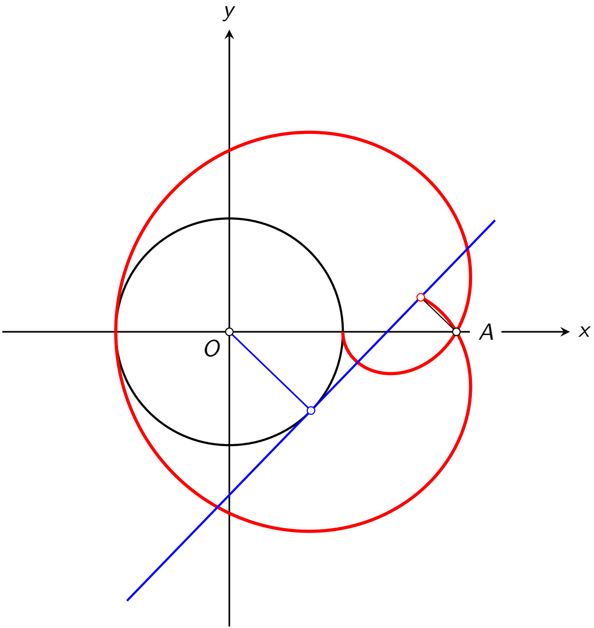
y
x
O
A



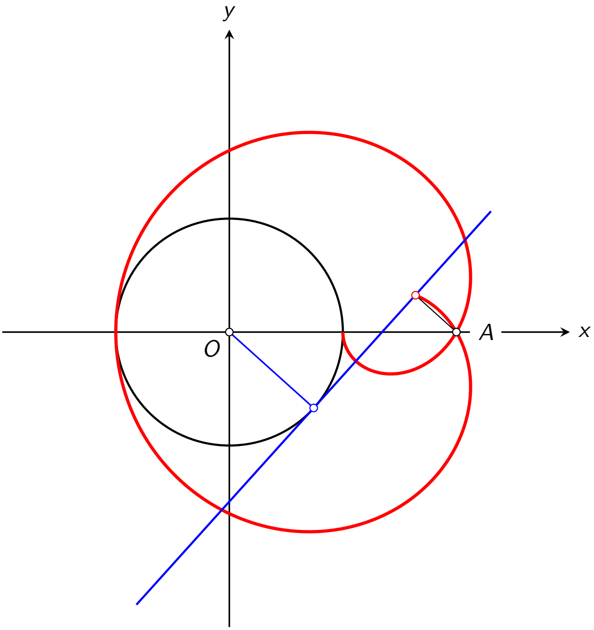
y
x
A
O


y
x
O
A

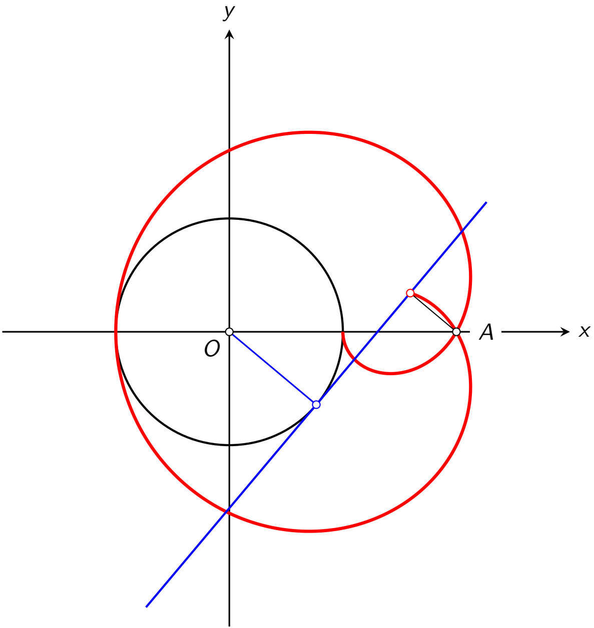

y
x
O
A



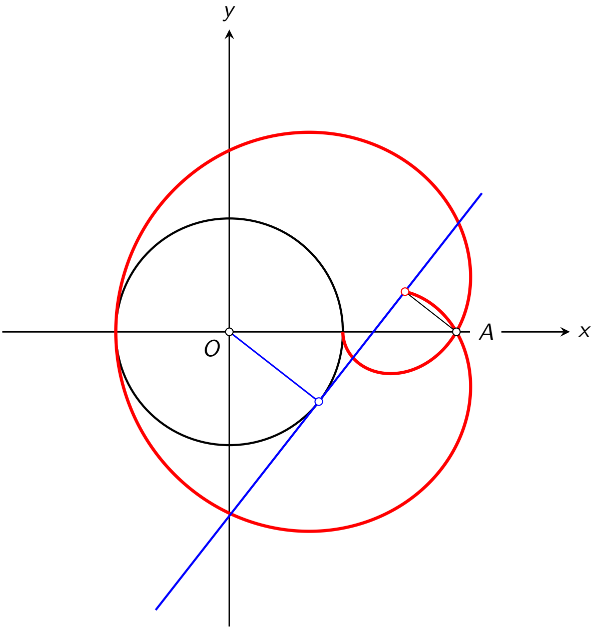
y
x
O
A



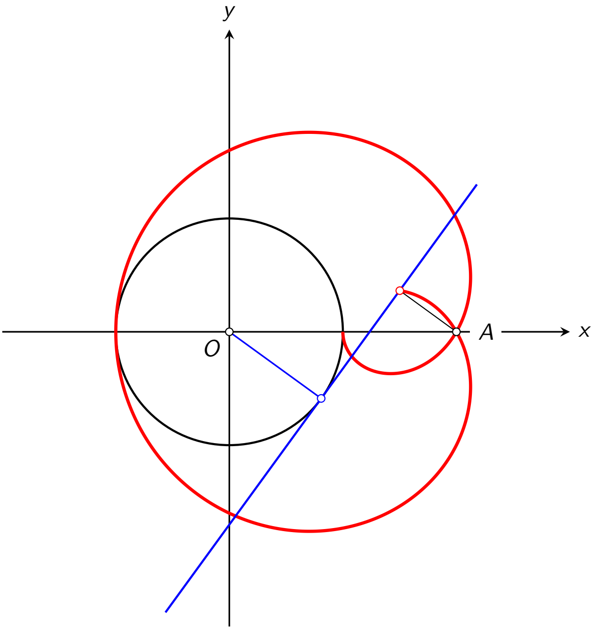
y
x
O
A



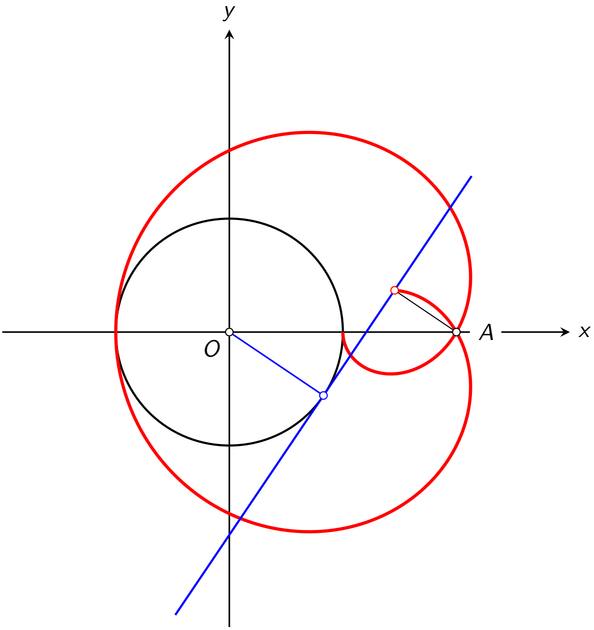
y
x
O
A



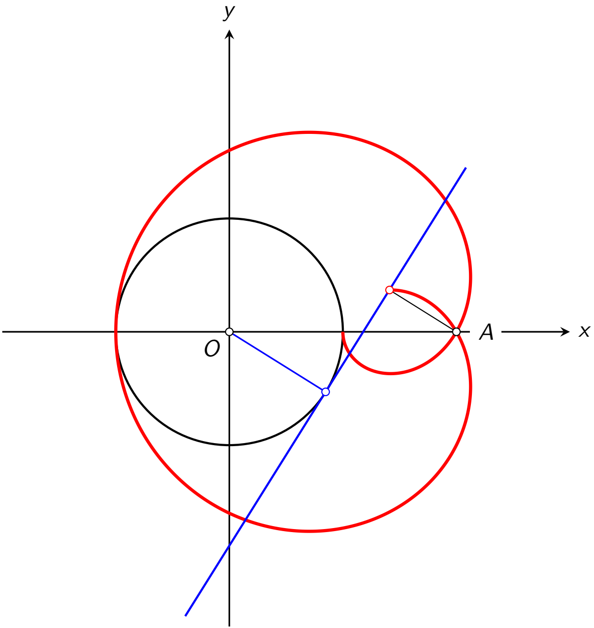
y
x
O
A

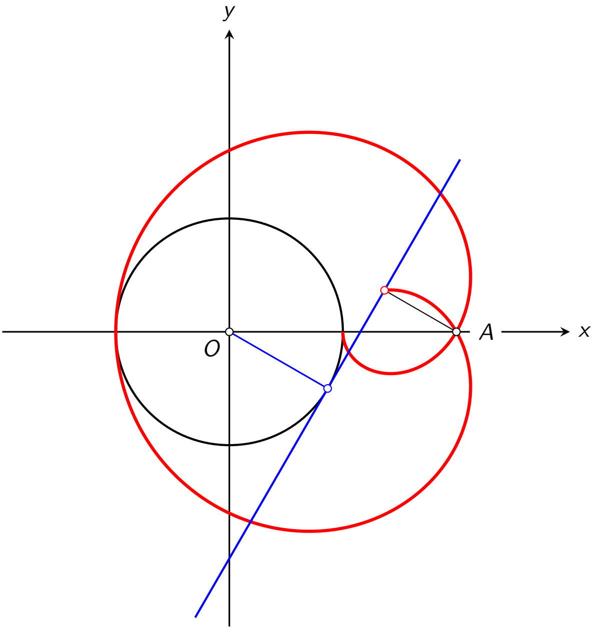


y
x
O
A

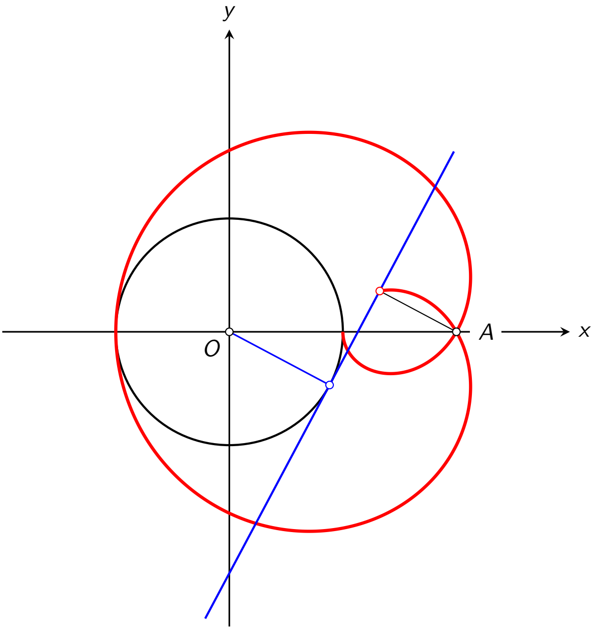


y
O
A
x

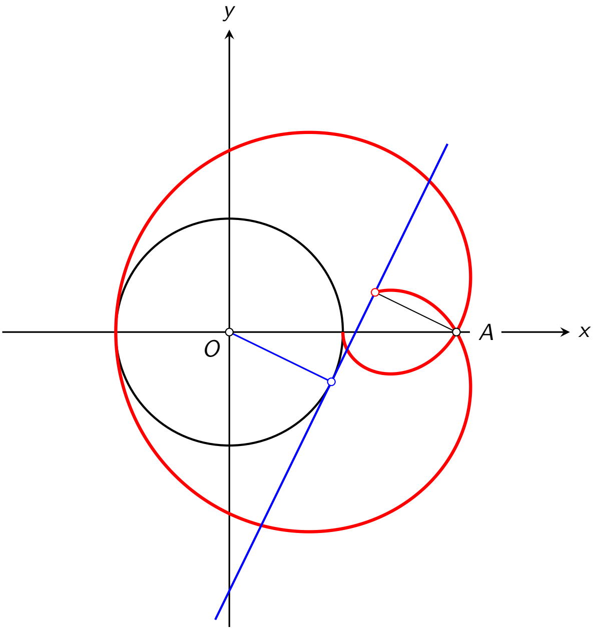

y
x
O
A



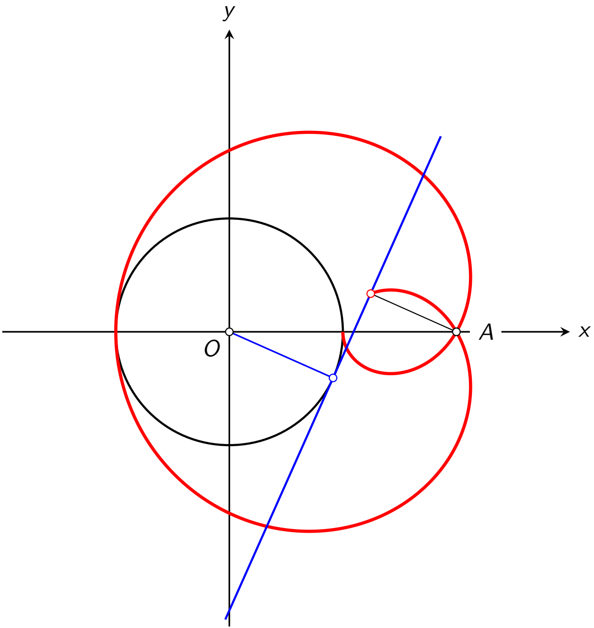
y
x
O
A



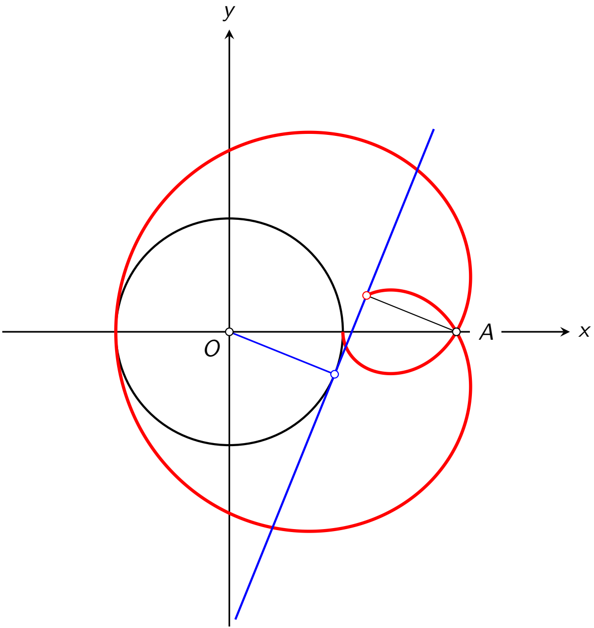
y
x
O
A

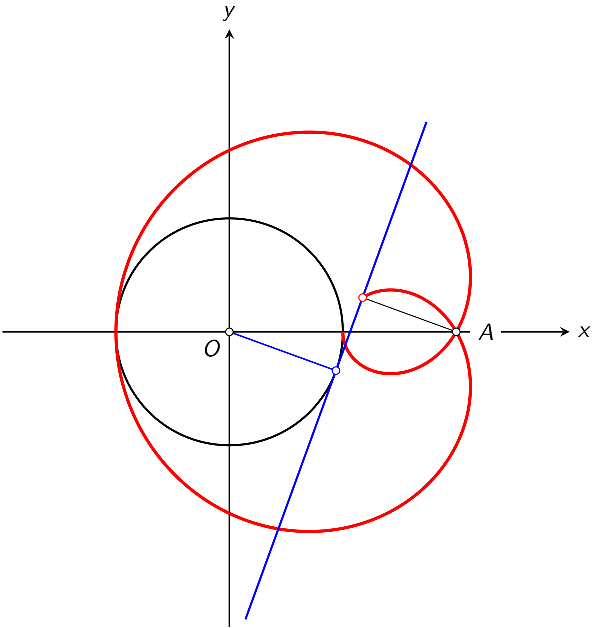


y
x
A
O

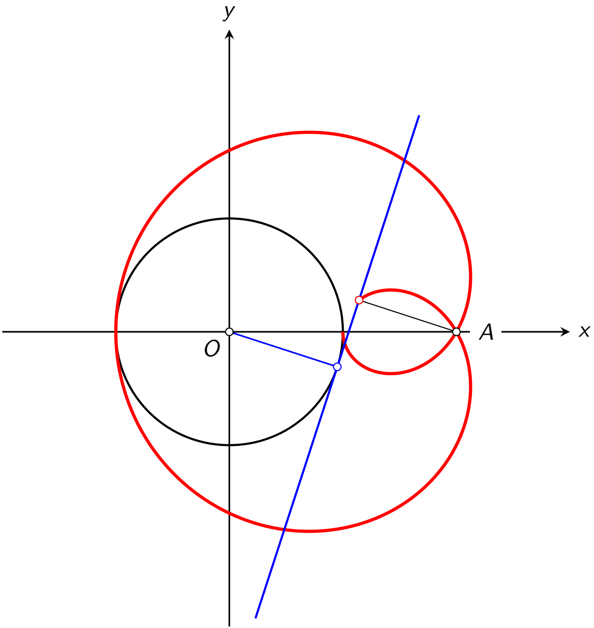


y
O
A
x

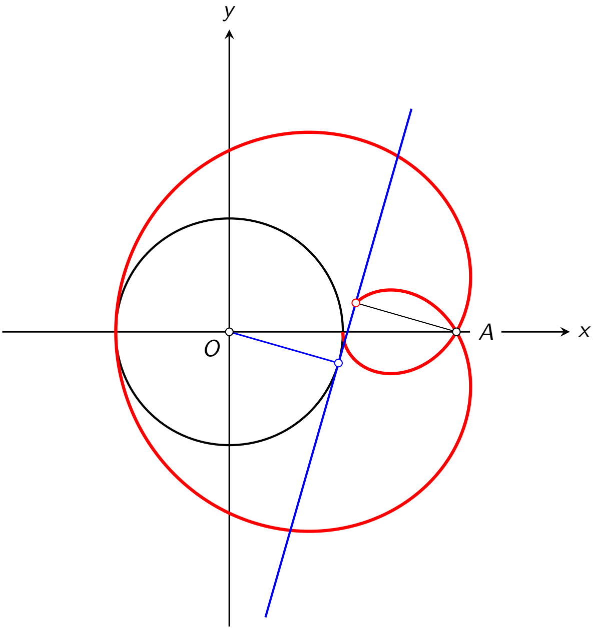

y
O
A
x

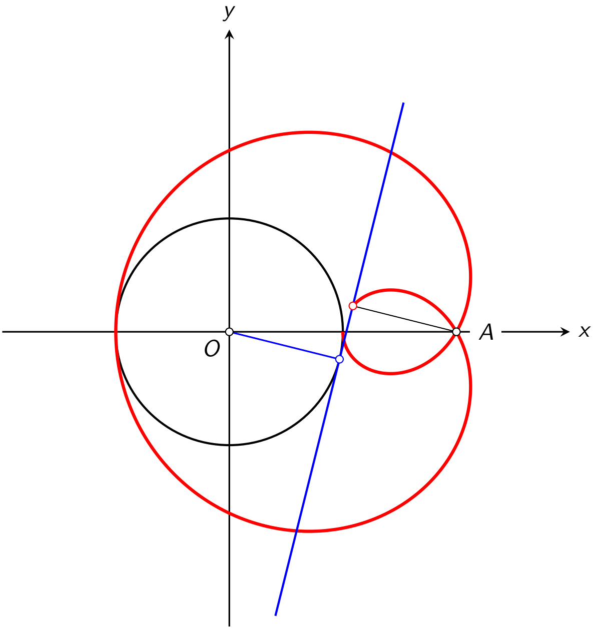


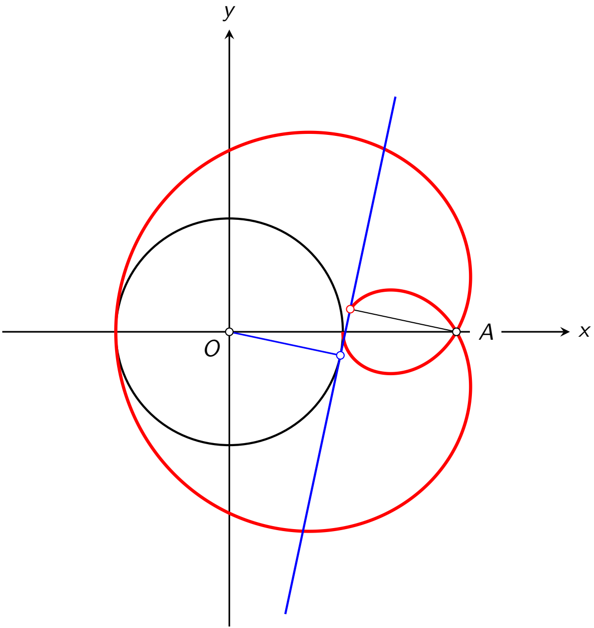
y
x
O
A



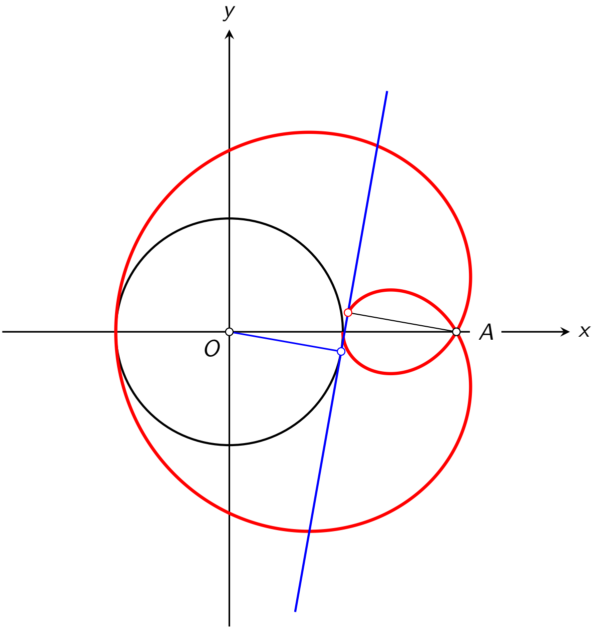
y
x
O
A


y
x
A
O

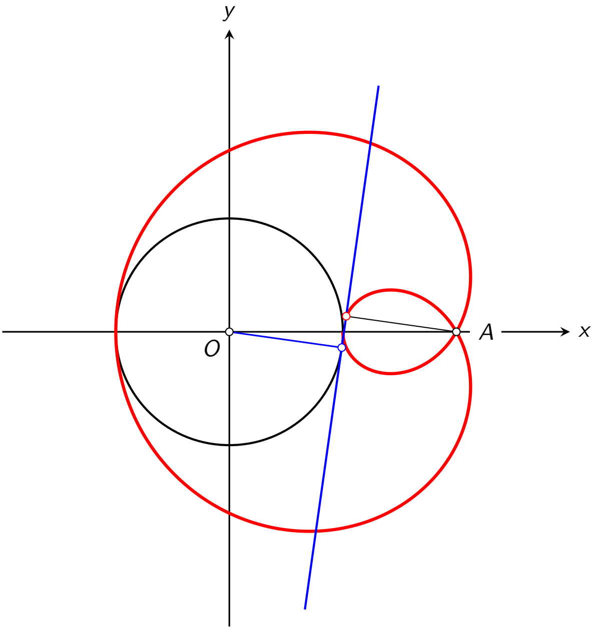

y
x
O
A

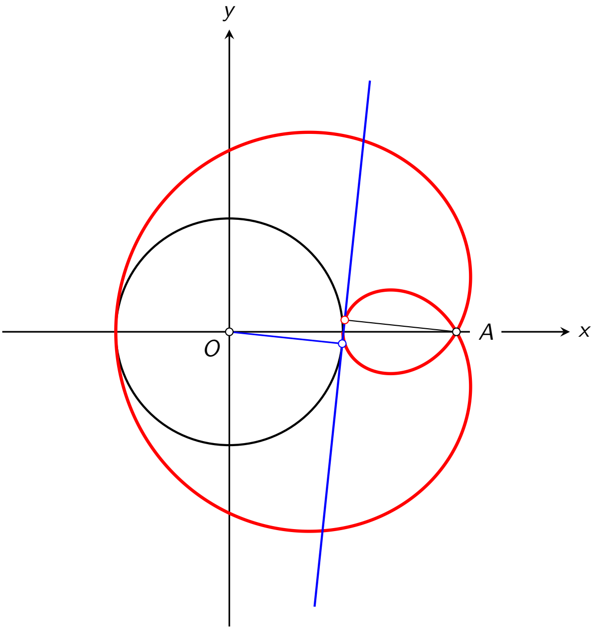


y
x
O
A

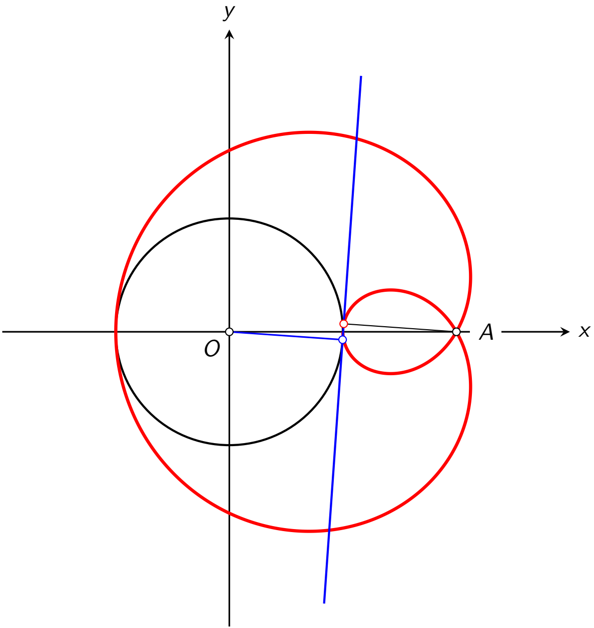


y
x
O
A

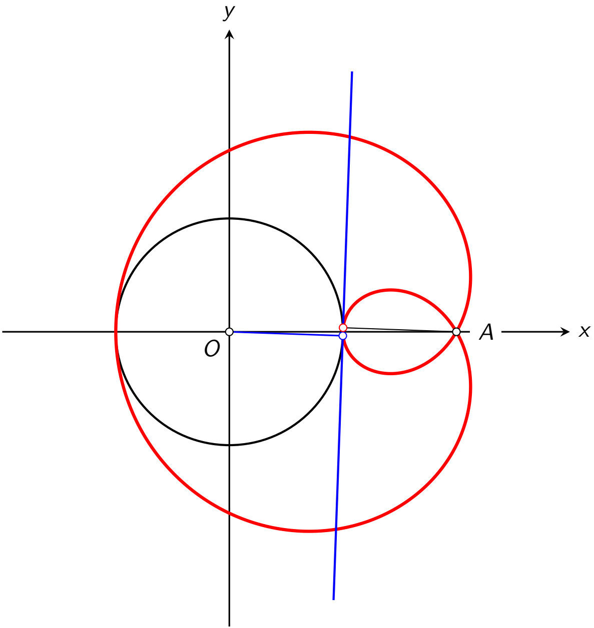

y
A
x
O



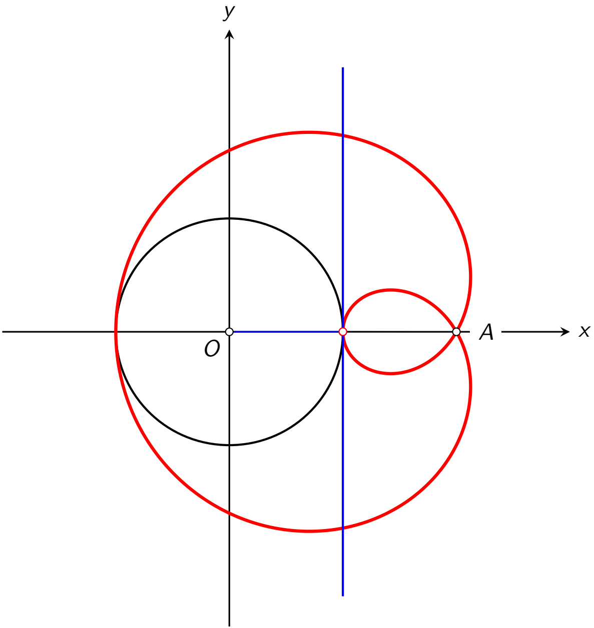
y
x
O
A



y
x
A
O



y
O
A
x


y
x
O
A