Calcul Intégral

Calcul Intégral

2. L'intégrale indéfinie

2.2 Recherche de primitives

2.2 Recherche de primitives

2.2.1 Méthode basée sur l'observation

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près,

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près, l'intégrant est la dérivée d'une fonction connue :

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près, l'intégrant est la dérivée d'une fonction connue :

- si $f(x) = F'(x)$,

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près, l'intégrant est la dérivée d'une fonction connue :

- si $f(x) = F'(x)\,,$ alors $\displaystyle\int f(x)\,dx =$

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près, l'intégrant est la dérivée d'une fonction connue :

- si $f(x) = F'(x)$, alors $\displaystyle\int f(x)\,dx = F(x) + C$,

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près, l'intégrant est la dérivée d'une fonction connue :

- si $f(x) = F'(x)$, alors $\int f(x)\,dx = F(x) + C$,

ou la dérivée d'une fonction composée connue :

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près, l'intégrant est la dérivée d'une fonction connue :

- si $f(x) = F'(x)$, alors $\displaystyle\int f(x)\,dx = F(x) + C$,

ou la dérivée d'une fonction composée connue :

- si $f(x) = (F\,[\,u(x)\,])'$

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près, l'intégrant est la dérivée d'une fonction connue :

- si $f(x) = F'(x)$, alors $\displaystyle\int f(x)\,dx = F(x) + C$,

ou la dérivée d'une fonction composée connue :

- si $f(x) = (F[\,u(x)\,])' = F'[\,u(x)\,] \cdot u'(x)$, alors

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près, l'intégrant est la dérivée d'une fonction connue :

- si $f(x) = F'(x)$, alors $\displaystyle\int f(x)\,dx = F(x) + C$,

ou la dérivée d'une fonction composée connue :

- si $f(x) = (F[u(x)])' = F'[u(x)] \cdot u'(x)$, alors

$$\int f(x)\,dx =$$

Méthode basée sur l'observation

On regarde si, à une constante multiplicative près, l'intégrant est la dérivée d'une fonction connue :

- si $f(x) = F'(x)\,,\quad$ alors $\displaystyle\int f(x)\,dx = F(x) + C\,,$

ou la dérivée d'une fonction composée connue :

- si $f(x) = (F\,[\,u(x)\,])' \;=\; F'\,[\,u(x)\,]\cdot u'(x)\,,\quad$ alors

$$\int f(x)\,dx = F\,[\,u(x)\,] + C\,.$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

1) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx\,, \quad a \neq 0\,.$

Méthode basée sur l'observation, exemples

1) $\displaystyle \int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx\,, \quad a \neq 0\,.$

L'intégrant $\dfrac{1}{\sqrt{a\,x+b}}$ est, à une constante multiplicative près,

Méthode basée sur l'observation, exemples

1) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx\,, \quad a \neq 0\,.$

L'intégrant $\dfrac{1}{\sqrt{a\,x+b}}$ est, à une constante multiplicative près, la dérivée d'une fonction connue :

Méthode basée sur l'observation, exemples

1) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx\,,\quad a\neq 0\,.$

L'intégrant $\displaystyle\frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}$ est, à une constante multiplicative près, la dérivée d'une fonction connue : $\sqrt{a\,x+b}\,.$

Méthode basée sur l'observation, exemples

1) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}\,dx\,, \quad a \neq 0\,.$

L'intégrant $\dfrac{1}{\sqrt{ax+b}}$ est, à une constante multiplicative près, la dérivée d'une fonction connue : $\sqrt{ax+b}\,.$

$$\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}\,dx =$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

1) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx\,, \quad a\neq 0\,.$

L'intégrant $\dfrac{1}{\sqrt{a\,x+b}}$ est, à une constante multiplicative près, la dérivée d'une fonction connue : $\sqrt{a\,x+b}\,.$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx = \int \frac{2}{a}\cdot\frac{a}{2\sqrt{a\,x+b}}\,dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

1) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx\,, \quad a \neq 0\,.$

L'intégrant $\displaystyle\frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}$ est, à une constante multiplicative près, la dérivée d'une fonction connue : $\sqrt{a\,x+b}\,.$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx = \int \frac{2}{a}\cdot\frac{a}{2\sqrt{a\,x+b}}\,dx = \frac{2}{a}\cdot\int \frac{a}{2\sqrt{a\,x+b}}\,dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

1) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx\,, \quad a \neq 0\,.$

L'intégrant $\dfrac{1}{\sqrt{a\,x+b}}$ est, à une constante multiplicative près, la dérivée d'une fonction connue : $\sqrt{a\,x+b}\,.$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx = \int \frac{2}{a}\cdot\frac{a}{2\,\sqrt{a\,x+b}}\,dx = \frac{2}{a}\cdot\int \frac{a}{2\,\sqrt{a\,x+b}}\,dx$$

$$= \frac{2}{a}\cdot\int \left[\sqrt{a\,x+b}\right]'dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

1) $\displaystyle \int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx\,, \quad a \neq 0\,.$

L'intégrant $\displaystyle \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}$ est, à une constante multiplicative près, la dérivée d'une fonction connue : $\sqrt{a\,x+b}\,.$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a\,x+b}}\,dx = \int \frac{2}{a}\cdot\frac{a}{2\sqrt{a\,x+b}}\,dx = \frac{2}{a}\cdot\int \frac{a}{2\sqrt{a\,x+b}}\,dx$$

$$= \frac{2}{a}\cdot\int \left[\sqrt{a\,x+b}\right]'\,dx = \frac{2}{a}\cdot\sqrt{a\,x+b} + C\,.$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

2) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\, dx\,.$

Méthode basée sur l'observation, exemples

2) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx\,.$

L'intégrant $\dfrac{\sin(x)}{2+\cos(x)}$ est, au signe près, de la forme : $\dfrac{u'(x)}{u(x)}$:

Méthode basée sur l'observation, exemples

2) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx\,.$

L'intégrant $\displaystyle\frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}$ est, au signe près, de la forme : $\displaystyle\frac{u'(x)}{u(x)}$:

$$\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx =$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

2) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx\,.$

L'intégrant $\dfrac{\sin(x)}{2+\cos(x)}$ est, au signe près, de la forme : $\dfrac{u'(x)}{u(x)}$:

$$\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx = -\int \frac{-\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

2) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx\,.$

L'intégrant $\displaystyle\frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}$ est, au signe près, de la forme : $\displaystyle\frac{u'(x)}{u(x)}$:

$$\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx = -\int \frac{-\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx = -\int \frac{[\,2+\cos(x)\,]'}{2+\cos(x)}\,dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

2) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx\,.$

L'intégrant $\dfrac{\sin(x)}{2+\cos(x)}$ est, au signe près, de la forme : $\dfrac{u'(x)}{u(x)}$:

$$\int \frac{\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx = -\int \frac{-\sin(x)}{2+\cos(x)}\,dx = -\int \frac{[\,2+\cos(x)\,]'}{2+\cos(x)}\,dx$$

$$= -\ln[\,2+\cos(x)\,] + C\,.$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx\,.$

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx\,.$

L'intégrant $x \cdot \sqrt{x^2+1}\,,$ à une constante multiplicative près,

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x\cdot\sqrt{x^2+1}\,dx\,.$

L'intégrant $x\cdot\sqrt{x^2+1}$, à une constante multiplicative près, est de la forme $u'(x)\cdot[\,u(x)\,]^{\frac{1}{2}}$,

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx\,.$

L'intégrant $x \cdot \sqrt{x^2+1}\,,$ à une constante multiplicative près, est de la forme $u'(x) \cdot [\,u(x)\,]^{\frac{1}{2}},$ qui ressemble à la dérivée de : $[\,u(x)\,]^{\frac{3}{2}}\,.$

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx\,.$

L'intégrant $x \cdot \sqrt{x^2+1}\,,$ à une constante multiplicative près, est de la forme $u'(x) \cdot [\,u(x)\,]^{\frac{1}{2}},$ qui ressemble à la dérivée de : $[\,u(x)\,]^{\frac{3}{2}}\,.$

$$\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx =$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx\,.$

L'intégrant $x \cdot \sqrt{x^2+1}$, à une constante multiplicative près, est de la forme $u'(x) \cdot [\,u(x)\,]^{\frac{1}{2}}$, qui ressemble à la dérivée de : $[\,u(x)\,]^{\frac{3}{2}}$.

$$\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx = \frac{1}{2} \cdot \int 2x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx\,.$

L'intégrant $x \cdot \sqrt{x^2+1}$, à une constante multiplicative près, est de la forme $u'(x) \cdot [\,u(x)\,]^{\frac{1}{2}}$, qui ressemble à la dérivée de : $[\,u(x)\,]^{\frac{3}{2}}$.

$$\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx = \frac{1}{2} \cdot \int 2x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \int 2x \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x\cdot\sqrt{x^2+1}\,dx\,.$

L'intégrant $x\cdot\sqrt{x^2+1}\,,$ à une constante multiplicative près, est de la forme $u'(x)\cdot[\,u(x)\,]^{\frac{1}{2}},$ qui ressemble à la dérivée de : $[\,u(x)\,]^{\frac{3}{2}}\,.$

$$\int x\cdot\sqrt{x^2+1}\,dx=\frac{1}{2}\cdot\int 2x\cdot\sqrt{x^2+1}\,dx=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\int 2x\cdot\frac{3}{2}\cdot\sqrt{x^2+1}\,dx$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\int\left[\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}}\right]'dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx\,.$

L'intégrant $\;x \cdot \sqrt{x^2+1}\,,\;$ à une constante multiplicative près, est de la forme $u'(x) \cdot [\,u(x)\,]^{\frac{1}{2}},\;$ qui ressemble à la dérivée de : $\;[\,u(x)\,]^{\frac{3}{2}}\,.$

$$\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx = \frac{1}{2} \cdot \int 2x \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \int 2x \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{x^2+1}\, dx$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \int \left[\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}}\right]' dx = \frac{1}{3} \cdot \left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + C$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

3) $\displaystyle\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\,dx\,.$

L'intégrant $x \cdot \sqrt{x^2+1}$, à une constante multiplicative près, est de la forme $u'(x) \cdot [\,u(x)\,]^{\frac{1}{2}}$, qui ressemble à la dérivée de : $[\,u(x)\,]^{\frac{3}{2}}$.

$$\int x \cdot \sqrt{x^2+1}\,dx = \frac{1}{2} \cdot \int 2x \cdot \sqrt{x^2+1}\,dx = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \int 2x \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{x^2+1}\,dx$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \int \left[\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}}\right]'dx = \frac{1}{3} \cdot \left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{3} \cdot \left[\sqrt{x^2+1}\right]^3 + C\,.$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

4) $\displaystyle\int \sin(2x) \cdot \sin^2(x)\, dx\,.$

Méthode basée sur l'observation, exemples

4) $\displaystyle\int \sin(2x) \cdot \sin^2(x)\, dx$.

L'intégrant $\sin(2x) \cdot \sin^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue,

Méthode basée sur l'observation, exemples

4) $\displaystyle\int \sin(2x) \cdot \sin^2(x)\, dx$.

L'intégrant $\sin(2x) \cdot \sin^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut se ramener à une forme $u'(x) \cdot u^n(x)$ de la façon suivante :

Méthode basée sur l'observation, exemples

4) $\displaystyle\int \sin(2x) \cdot \sin^2(x)\, dx$.

L'intégrant $\sin(2x) \cdot \sin^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut se ramener à une forme $u'(x) \cdot u^n(x)$ de la façon suivante :

$$\sin(2x) \cdot \sin^2(x) =$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

4) $\displaystyle\int \sin(2x) \cdot \sin^2(x)\, dx\,.$

L'intégrant $\sin(2x) \cdot \sin^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut se ramener à une forme $u'(x) \cdot u^n(x)$ de la façon suivante :

$$\sin(2x) \cdot \sin^2(x) = [\,2\,\sin(x) \cdot \cos(x)\,] \cdot \sin^2(x)$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

4) $\displaystyle\int \sin(2x)\cdot\sin^2(x)\,dx\,.$

L'intégrant $\sin(2x)\cdot\sin^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut se ramener à une forme $u'(x)\cdot u^n(x)$ de la façon suivante :

$$\sin(2x)\cdot\sin^2(x) = [\,2\sin(x)\cdot\cos(x)\,]\cdot\sin^2(x) = 2\cos(x)\cdot\sin^3(x)\,.$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

4) $\displaystyle\int \sin(2x)\cdot\sin^2(x)\,dx\,.$

L'intégrant $\sin(2x)\cdot\sin^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut se ramener à une forme $u'(x)\cdot u^n(x)$ de la façon suivante :

$$\sin(2x)\cdot\sin^2(x) = [\,2\,\sin(x)\cdot\cos(x)\,]\cdot\sin^2(x) = 2\,\cos(x)\cdot\sin^3(x)\,.$$

$$\int 2\,\cos(x)\cdot\sin^3(x)\,dx =$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

4) $\displaystyle\int \sin(2x) \cdot \sin^2(x)\, dx\,.$

L'intégrant $\sin(2x) \cdot \sin^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut se ramener à une forme $u'(x) \cdot u^n(x)$ de la façon suivante :

$$\sin(2x) \cdot \sin^2(x) = [\,2\,\sin(x) \cdot \cos(x)\,] \cdot \sin^2(x) = 2\,\cos(x) \cdot \sin^3(x)\,.$$

$$\int 2\,\cos(x) \cdot \sin^3(x)\, dx = \frac{1}{2} \cdot \int \cos(x) \cdot 4\,\sin^3(x)\, dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

4) $\displaystyle\int \sin(2x) \cdot \sin^2(x)\, dx\,.$

L'intégrant $\sin(2x) \cdot \sin^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut se ramener à une forme $u'(x) \cdot u^n(x)$ de la façon suivante :

$$\sin(2x) \cdot \sin^2(x) = [\,2\,\sin(x) \cdot \cos(x)\,] \cdot \sin^2(x) = 2\,\cos(x) \cdot \sin^3(x)\,.$$

$$\int 2\,\cos(x) \cdot \sin^3(x)\, dx = \frac{1}{2} \cdot \int \cos(x) \cdot 4\,\sin^3(x)\, dx = \frac{1}{2} \cdot \sin^4(x) + C\,.$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

5) $\displaystyle\int \cos^2(x)\, dx\,.$

Méthode basée sur l'observation, exemples

5) $\displaystyle\int \cos^2(x)\, dx$.

L'intégrant $\cos^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut le "linéariser" grâce à l'identité suivante :

Méthode basée sur l'observation, exemples

5) $\displaystyle\int \cos^2(x)\,dx$.

L'intégrant $\cos^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut le "linéariser" grâce à l'identité suivante :

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

5) $\displaystyle\int \cos^2(x)\,dx$.

L'intégrant $\cos^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut le "linéariser" grâce à l'identité suivante :

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

5) $\displaystyle\int \cos^2(x)\,dx$.

L'intégrant $\cos^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut le "linéariser" grâce à l'identité suivante :

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\,\cos^2(x) - 1 \quad \Leftrightarrow \quad \cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}\,.$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

5) $\displaystyle\int \cos^2(x)\,dx$.

L'intégrant $\cos^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut le "linéariser" grâce à l'identité suivante :

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1 \quad \Leftrightarrow \quad \cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}\,.$$

$$\int \cos^2(x)\,dx =$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

5) $\displaystyle\int \cos^2(x)\,dx$.

L'intégrant $\cos^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut le "linéariser" grâce à l'identité suivante :

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1 \quad \Leftrightarrow \quad \cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}\,.$$

$$\int \cos^2(x)\,dx = \int \frac{1+\cos(2x)}{2}\,dx$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

5) $\displaystyle\int \cos^2(x)\,dx\,.$

L'intégrant $\cos^2(x)$ ne ressemble pas à la dérivée d'une fonction connue, mais on peut le "linéariser" grâce à l'identité suivante :

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\,\cos^2(x) - 1 \quad\Leftrightarrow\quad \cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}\,.$$

$$\int \cos^2(x)\,dx = \int \frac{1+\cos(2x)}{2}\,dx = \frac{1}{2}\cdot\left[x + \frac{\sin(2x)}{2}\right] + C\,.$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

6) $\displaystyle \int \frac{1}{\cos(x)}\, dx\,.$

Méthode basée sur l'observation, exemples

6) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos(x)}\, dx\,.$

Pour obtenir un intégrant qui soit de type $F'\left[\,u(x)\,\right] \cdot u'(x)$, on amplifie le quotient de la façon suivante :

Méthode basée sur l'observation, exemples

6) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos(x)}\, dx\,.$

Pour obtenir un intégrant qui soit de type $F'\,[\,u(x)\,] \cdot u'(x)\,,$ on amplifie le quotient de la façon suivante :

$$\frac{1}{\cos(x)} =$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

6) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos(x)}\, dx\,.$

Pour obtenir un intégrant qui soit de type $F'\left[\,u(x)\,\right] \cdot u'(x)\,,$ on amplifie le quotient de la façon suivante :

$$\frac{1}{\cos(x)} = \frac{\cos(x)}{\cos^2(x)}$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

6) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos(x)}\, dx\,.$

Pour obtenir un intégrant qui soit de type $F'\left[\,u(x)\,\right]\cdot u'(x)\,,$ on amplifie le quotient de la façon suivante :

$$\frac{1}{\cos(x)} = \frac{\cos(x)}{\cos^2(x)} = \frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,.$$

Méthode basée sur l'observation, exemples

6) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos(x)}\,dx\,.$

Pour obtenir un intégrant qui soit de type $F'\left[\,u(x)\,\right]\cdot u'(x)\,,$ on amplifie le quotient de la façon suivante :

$$\frac{1}{\cos(x)} = \frac{\cos(x)}{\cos^2(x)} = \frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,.$$

Et pour intégrer $\displaystyle\frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,,$

Méthode basée sur l'observation, exemples

6) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos(x)}\,dx\,.$

Pour obtenir un intégrant qui soit de type $F'\,[\,u(x)\,]\cdot u'(x)\,,$ on amplifie le quotient de la façon suivante :

$$\frac{1}{\cos(x)} = \frac{\cos(x)}{\cos^2(x)} = \frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,.$$

Et pour intégrer $\dfrac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,,$ on utilise une des deux méthodes suivantes.

Suite de l'exemple 6

- Soit on se souvient du résultat suivant : $\operatorname{arg\,tanh}'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$,

Suite de l'exemple 6

- Soit on se souvient du résultat suivant : $\arg\tanh'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$, ou de façon plus générale :

Suite de l'exemple 6

- Soit on se souvient du résultat suivant : $\arg\tanh'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$, ou de façon plus générale :
$$\left(\arg\tanh\left[\,u(x)\,\right]\right)' = \frac{u'(x)}{1-u^2(x)}\,.$$

Suite de l'exemple 6

- Soit on se souvient du résultat suivant : $\arg\tanh'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$, ou de façon plus générale :

$$\left(\arg\tanh\left[\, u(x) \,\right]\right)' = \frac{u'(x)}{1-u^2(x)} \,.$$

Et on en déduit immédiatement la solution

Suite de l'exemple 6

- Soit on se souvient du résultat suivant : $\arg\tanh'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$, ou de façon plus générale :

$$\left(\arg\tanh\left[\, u(x) \,\right] \right)' = \frac{u'(x)}{1-u^2(x)} \,.$$

Et on en déduit immédiatement la solution

$$\int \frac{1}{\cos(x)}\, dx =$$

Suite de l'exemple 6

- Soit on se souvient du résultat suivant : $\arg\tanh'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$, ou de façon plus générale :
$$\left(\arg\tanh\left[\,u(x)\,\right]\right)' = \frac{u'(x)}{1-u^2(x)}\,.$$
Et on en déduit immédiatement la solution
$$\int \frac{1}{\cos(x)}\,dx = \int \frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,dx$$

Suite de l'exemple 6

- Soit on se souvient du résultat suivant : $\arg\tanh'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$, ou de façon plus générale :

$$(\arg\tanh[\,u(x)\,])' = \frac{u'(x)}{1-u^2(x)} \, .$$

Et on en déduit immédiatement la solution

$$\int \frac{1}{\cos(x)}\,dx = \int \frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,dx = \arg\tanh[\,\sin(x)\,] + C \, .$$

Suite et fin de l'exemple 6

- Soit on décompose la fraction $\dfrac{1}{1-\sin^2(x)}$ en une somme de deux fractions plus simples :

Suite et fin de l'exemple 6

- Soit on décompose la fraction $\dfrac{1}{1-\sin^2(x)}$ en une somme de deux fractions plus simples :

$$\frac{1}{1-\sin^2(x)} =$$

Suite et fin de l'exemple 6

- Soit on décompose la fraction $\dfrac{1}{1-\sin^2(x)}$ en une somme de deux fractions plus simples :

$$\frac{1}{1-\sin^2(x)} = \frac{1}{[1+\sin(x)]\cdot[1-\sin(x)]}$$

Suite et fin de l'exemple 6

- Soit on décompose la fraction $\dfrac{1}{1-\sin^2(x)}$ en une somme de deux fractions plus simples :

$$\frac{1}{1-\sin^2(x)} = \frac{1}{[1+\sin(x)]\cdot[1-\sin(x)]} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\sin(x)} + \frac{\frac{1}{2}}{1-\sin(x)}\,.$$

Suite et fin de l'exemple 6

- Soit on décompose la fraction $\dfrac{1}{1-\sin^2(x)}$ en une somme de deux fractions plus simples :

$$\frac{1}{1-\sin^2(x)} = \frac{1}{[1+\sin(x)]\cdot[1-\sin(x)]} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\sin(x)} + \frac{\frac{1}{2}}{1-\sin(x)}\,.$$

$$\int \frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,dx =$$

Suite et fin de l'exemple 6

- Soit on décompose la fraction $\dfrac{1}{1-\sin^2(x)}$ en une somme de deux fractions plus simples :

$$\frac{1}{1-\sin^2(x)} = \frac{1}{[1+\sin(x)]\cdot[1-\sin(x)]} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\sin(x)} + \frac{\frac{1}{2}}{1-\sin(x)}\,.$$

$$\int \frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)}\,dx + \frac{1}{2}\int \frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}\,dx$$

Suite et fin de l'exemple 6

- Soit on décompose la fraction $\dfrac{1}{1-\sin^2(x)}$ en une somme de deux fractions plus simples :

$$\frac{1}{1-\sin^2(x)} = \frac{1}{[1+\sin(x)]\cdot[1-\sin(x)]} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\sin(x)} + \frac{\frac{1}{2}}{1-\sin(x)}\,.$$

$$\int \frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)}\,dx + \frac{1}{2}\int \frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left[\,1+\sin(x)\,\right] - \frac{1}{2}\ln\left[\,1-\sin(x)\,\right] + C$$

Suite et fin de l'exemple 6

- Soit on décompose la fraction $\dfrac{1}{1-\sin^2(x)}$ en une somme de deux fractions plus simples :

$$\frac{1}{1-\sin^2(x)} = \frac{1}{[1+\sin(x)]\cdot[1-\sin(x)]} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\sin(x)} + \frac{\frac{1}{2}}{1-\sin(x)}\,.$$

$$\int \frac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)}\,dx + \frac{1}{2}\int \frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left[\,1+\sin(x)\,\right] - \frac{1}{2}\ln\left[\,1-\sin(x)\,\right] + C = \ln\sqrt{\tfrac{1+\sin(x)}{1-\sin(x)}} + C\,.$$