Calcul Intégral

Calcul Intégral

2. L'intégrale indéfinie

2. L'intégrale indéfinie

2.1 Définition et propriétés

Définition

Définition :

Définition

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

Définition

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On appelle intégrale indéfinie de f

Définition

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On appelle intégrale indéfinie de f l'ensemble de toutes les primitives de f sur I.

Définition

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On appelle intégrale indéfinie de f l'ensemble de toutes les primitives de f sur I.

L'intégrale indéfinie de f se note

Définition

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On appelle intégrale indéfinie de f l'ensemble de toutes les primitives de f sur I.

L'intégrale indéfinie de f se note $\displaystyle\int f(x)\,dx$.

Conséquences de la définition

Si f est continue sur I, on a donc

Conséquences de la définition

Si f est continue sur I, on a donc

$$\underbrace{\int f(x)\,dx}_{\text{intégrale indéfinie}} \quad =$$

Conséquences de la définition

Si f est continue sur I, on a donc

$$\underbrace{\int f(x)\,dx}_{\text{intégrale indéfinie}} = \underbrace{F(x)}_{\text{primitive particulière}}$$

Conséquences de la définition

Si f est continue sur I, on a donc

$$\underbrace{\int f(x)\,dx}_{\text{intégrale indéfinie}} = \underbrace{F(x)}_{\text{primitive particulière}} + \underbrace{C}_{\text{constante arbitraire}}$$

Conséquences de la définition

Si f est continue sur I, on a donc

$$\underbrace{\int f(x)\,dx}_{\text{intégrale indéfinie}} = \underbrace{F(x)}_{\text{primitive particulière}} + \underbrace{C}_{\text{constante arbitraire}}$$

On en déduit les deux propriétés suivantes :

Conséquences de la définition

Si f est continue sur I, on a donc

$$\underbrace{\int f(x)\,dx}_{\text{intégrale indéfinie}} = \underbrace{F(x)}_{\text{primitive particulière}} + \underbrace{C}_{\text{constante arbitraire}}$$

On en déduit les deux propriétés suivantes :

i) $\int F'(x)\,dx =$

Conséquences de la définition

Si f est continue sur I, on a donc

$$\underbrace{\int f(x)\,dx}_{\text{intégrale indéfinie}} = \underbrace{F(x)}_{\text{primitive particulière}} + \underbrace{C}_{\text{constante arbitraire}}$$

On en déduit les deux propriétés suivantes :

i) $\displaystyle\int F'(x)\,dx = F(x) + C\,,$

Conséquences de la définition

Si f est continue sur I, on a donc

$$\underbrace{\int f(x)\,dx}_{\text{intégrale indéfinie}} = \underbrace{F(x)}_{\text{primitive particulière}} + \underbrace{C}_{\text{constante arbitraire}}$$

On en déduit les deux propriétés suivantes :

i) $\displaystyle\int F'(x)\,dx = F(x) + C\,,$ ii) $\displaystyle\left[\int f(x)\,dx\right]' =$

Conséquences de la définition

Si f est continue sur I, on a donc

$$\underbrace{\int f(x)\,dx}_{\text{intégrale indéfinie}} = \underbrace{F(x)}_{\text{primitive particulière}} + \underbrace{C}_{\text{constante arbitraire}}$$

On en déduit les deux propriétés suivantes :

i) $\displaystyle\int F'(x)\,dx = F(x) + C\,,$ ii) $\displaystyle\left[\int f(x)\,dx\right]' = f(x)\,.$

Linéarité de l'intégrale indéfinie

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie :

Linéarité de l'intégrale indéfinie

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie :

1) $\displaystyle\int [\,f(x) + g(x)\,]\;dx =$

Linéarité de l'intégrale indéfinie

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie :

1) $\displaystyle\int [\,f(x) + g(x)\,]\; dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx\,.$

Linéarité de l'intégrale indéfinie

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie :

1) $\displaystyle\int [\,f(x) + g(x)\,]\;dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx\,.$

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\,dx =$

Linéarité de l'intégrale indéfinie

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie :

1) $\displaystyle \int [\, f(x) + g(x)\,] \; dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx\,.$

2) $\displaystyle \int \lambda \cdot f(x)\, dx = \lambda \cdot \int f(x)\, dx\,, \quad \forall\, \lambda \in \mathbb{R}^*.$

Linéarité de l'intégrale indéfinie

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie :

1) $\displaystyle\int [\,f(x) + g(x)\,]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx\,.$

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\,dx = \lambda \cdot \int f(x)\,dx\,, \quad \forall\,\lambda \in \mathbb{R}^*.$

Ces propriétés sont une conséquence de la linarité de la dérivation.

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\int [\, f(x) + g(x)\,]\, dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx\,.$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\displaystyle\int [\,f(x) + g(x)\,]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx\,.$

Soient F et G des primitives de f et g :

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\displaystyle\int [\,f(x) + g(x)\,]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx\,.$

Soient F et G des primitives de f et g : $F'(x) = f(x)$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\displaystyle\int [\, f(x) + g(x) \,] \, dx = \int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx \,.$

Soient F et G des primitives de f et g : $F'(x) = f(x)$ et $G'(x) = g(x)\,.$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\displaystyle\int [\, f(x) + g(x) \,]\, dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx\,.$

Soient F et G des primitives de f et g : $F'(x) = f(x)$ et $G'(x) = g(x)\,.$

$$f(x) + g(x) = F'(x) + G'(x)$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\int [\, f(x) + g(x)\,]\, dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx$.

Soient F et G des primitives de f et g : $F'(x) = f(x)$ et $G'(x) = g(x)$.

$$f(x) + g(x) = F'(x) + G'(x) \quad \Leftrightarrow \quad f(x) + g(x) = [\, F(x) + G(x)\,]' \,.$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\displaystyle\int [\, f(x) + g(x)\,]\; dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx\,.$

Soient F et G des primitives de f et g : $F'(x) = f(x)$ et $G'(x) = g(x)\,.$

$$f(x) + g(x) = F'(x) + G'(x) \quad \Leftrightarrow \quad f(x) + g(x) = [\,F(x) + G(x)\,]'\,.$$

$$\int [\, f(x) + g(x)\,]\, dx = \int [\,F(x) + G(x)\,]'\, dx$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\displaystyle\int [\, f(x) + g(x)\,]\; dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx\,.$

Soient F et G des primitives de f et g : $F'(x) = f(x)$ et $G'(x) = g(x)\,.$

$$f(x) + g(x) = F'(x) + G'(x) \quad \Leftrightarrow \quad f(x) + g(x) = [\,F(x) + G(x)\,]'\,.$$

$$\int [\, f(x) + g(x)\,]\, dx = \int [\,F(x) + G(x)\,]'\, dx = [\,F(x) + G(x)\,] + C$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\displaystyle\int [\,f(x)+g(x)\,]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx\,.$

Soient F et G des primitives de f et g : $F'(x)=f(x)$ et $G'(x)=g(x)\,.$

$$f(x)+g(x) = F'(x)+G'(x) \quad\Leftrightarrow\quad f(x)+g(x) = [\,F(x)+G(x)\,]'\,.$$

$$\int [\,f(x)+g(x)\,]\,dx = \int [\,F(x)+G(x)\,]'\,dx = [\,F(x)+G(x)\,]+C$$

$$= [\,F(x)+C_1\,]+[\,G(x)+C_2\,]$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

Démonstrations :

1) $\displaystyle\int [\, f(x) + g(x)\,]\; dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx\,.$

Soient F et G des primitives de f et g : $F'(x) = f(x)$ et $G'(x) = g(x)\,.$

$$f(x) + g(x) = F'(x) + G'(x) \quad \Leftrightarrow \quad f(x) + g(x) = [\,F(x) + G(x)\,]'\,.$$

$$\int [\, f(x) + g(x)\,]\, dx = \int [\,F(x) + G(x)\,]'\, dx = [\,F(x) + G(x)\,] + C$$

$$= [\,F(x) + C_1\,] + [\,G(x) + C_2\,] = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx\,. \quad \square$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\,dx = \lambda \cdot \int f(x)\,dx\,, \quad \forall\,\lambda \in \mathbb{R}^*.$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\, dx = \lambda \cdot \int f(x)\, dx\,, \qquad \forall\, \lambda \in \mathbb{R}^*.$

Soit F une primitive de f :

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\,dx = \lambda \cdot \int f(x)\,dx\,, \quad \forall\,\lambda \in \mathbb{R}^*.$

Soit F une primitive de f : $F'(x) = f(x)\,.$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\,dx = \lambda \cdot \int f(x)\,dx\,, \qquad \forall\,\lambda \in \mathbb{R}^*.$

Soit F une primitive de f : $F'(x) = f(x)\,.$

$$\int \lambda \cdot f(x)\,dx = \int \lambda \cdot F'(x)\,dx$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\, dx = \lambda \cdot \int f(x)\, dx\,, \qquad \forall\, \lambda \in \mathbb{R}^*.$

Soit F une primitive de f : $F'(x) = f(x)$.

$$\int \lambda \cdot f(x)\, dx = \int \lambda \cdot F'(x)\, dx = \int [\,\lambda \cdot F(x)\,]'\, dx$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\,dx = \lambda \cdot \int f(x)\,dx\,, \qquad \forall\,\lambda \in \mathbb{R}^*.$

Soit F une primitive de f : $F'(x) = f(x)\,.$

$$\int \lambda \cdot f(x)\,dx = \int \lambda \cdot F'(x)\,dx = \int [\,\lambda \cdot F(x)\,]'\,dx = [\,\lambda \cdot F(x)\,] + C$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\,dx = \lambda \cdot \int f(x)\,dx\,, \quad \forall\,\lambda \in \mathbb{R}^*.$

Soit F une primitive de f : $F'(x) = f(x)\,.$

$$\int \lambda \cdot f(x)\,dx = \int \lambda \cdot F'(x)\,dx = \int [\,\lambda \cdot F(x)\,]'\,dx = [\,\lambda \cdot F(x)\,] + C$$

$$= \lambda \cdot \left[\,F(x) + \tfrac{C}{\lambda}\,\right]$$

Propriétés de linéarité de l'intégrale indéfinie

2) $\displaystyle\int \lambda \cdot f(x)\, dx = \lambda \cdot \int f(x)\, dx\,, \quad \forall\, \lambda \in \mathbb{R}^*.$

Soit F une primitive de f : $F'(x) = f(x)$.

$$\int \lambda \cdot f(x)\, dx = \int \lambda \cdot F'(x)\, dx = \int [\,\lambda \cdot F(x)\,]'\, dx = [\,\lambda \cdot F(x)\,] + C$$

$$= \lambda \cdot \left[\, F(x) + \tfrac{C}{\lambda}\,\right] = \lambda \cdot \int f(x)\, dx\,. \quad \square$$

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k \, dx =$

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k \, dx = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C \,,$

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle \int x^k \, dx = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C \,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k \, dx = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C \,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

  Remarque :

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k \, dx = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C \,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

  Remarque : si $k < 0$,

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k \, dx = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C \,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

  Remarque : si $k < 0$, la fonction x^k est discontinue en $x = 0$.

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k\,dx = \frac{1}{k+1}\cdot x^{k+1} + C\,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

  Remarque : si $k < 0$, la fonction x^k est discontinue en $x = 0$.

  Une primitive de x^k est donnée par $\frac{x^{k+1}}{k+1}$

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $$\int x^k\,dx = \frac{1}{k+1}\cdot x^{k+1} + C\,,\quad \forall\, k \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}$$

  Remarque : si $k < 0$, la fonction x^k est discontinue en $x = 0$.
  Une primitive de x^k est donnée par $\frac{x^{k+1}}{k+1}$ sur chaque intervalle de son domaine de continuité

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k\,dx = \frac{1}{k+1}\cdot x^{k+1} + C\,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}$

  Remarque : si $k<0$, la fonction x^k est discontinue en $x=0$.

  Une primitive de x^k est donnée par $\frac{x^{k+1}}{k+1}$ sur chaque intervalle de son domaine de continuité $(\mathbb{R}_+^*$ et $\mathbb{R}_-^*)$.

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k \, dx = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C \,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

  Remarque : si $k < 0$, la fonction x^k est discontinue en $x = 0$.
  Une primitive de x^k est donnée par $\frac{x^{k+1}}{k+1}$ sur chaque intervalle de son domaine de continuité $(\mathbb{R}_+^*$ et $\mathbb{R}_-^*)$.

  Exemple :

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $$\int x^k\, dx = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C\,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

  Remarque : si $k < 0$, la fonction x^k est discontinue en $x = 0$.
  Une primitive de x^k est donnée par $\frac{x^{k+1}}{k+1}$ sur chaque intervalle de son domaine de continuité $(\mathbb{R}_+^*$ et $\mathbb{R}_-^*)$.

  Exemple : $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\, dx =$

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $$\int x^k \, dx = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C \,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

  Remarque : si $k < 0$, la fonction x^k est discontinue en $x = 0$.
  Une primitive de x^k est donnée par $\frac{x^{k+1}}{k+1}$ sur chaque intervalle de son domaine de continuité $(\mathbb{R}_+^*$ et $\mathbb{R}_-^*)$.

  Exemple : $$\int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C \,,$$

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k\,dx = \frac{1}{k+1}\cdot x^{k+1} + C\,,\quad \forall\, k \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}$

  Remarque : si $k<0$, la fonction x^k est discontinue en $x=0$.
  Une primitive de x^k est donnée par $\frac{x^{k+1}}{k+1}$ sur chaque intervalle de son domaine de continuité $(\mathbb{R}_+^*$ et $\mathbb{R}_-^*)$.

  Exemple : $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\,dx = -\frac{1}{x} + C\,,\ (x\in\mathbb{R}^*),$

Quelques intégrales indéfinies

Les intégrales indéfinies suivantes se déduisent du calcul différentiel :

- $\displaystyle\int x^k \, dx = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C \,, \quad \forall\, k \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

  Remarque : si $k < 0$, la fonction x^k est discontinue en $x = 0$.
  Une primitive de x^k est donnée par $\frac{x^{k+1}}{k+1}$ sur chaque intervalle de son domaine de continuité $(\mathbb{R}^*_+$ et $\mathbb{R}^*_-)$.

  Exemple : $\displaystyle\int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C \,, \ (x \in \mathbb{R}^*),$ où C est une fonction constante sur chaque intervalle du domaine de continuité de $\frac{1}{x^2}$.

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$?

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\dfrac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\frac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?
  - $\ln'(x) = \frac{1}{x}, \quad \forall x > 0$

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\dfrac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?
  - $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}, \quad \forall\, x > 0 \quad \Rightarrow \quad \displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(x) + C\,, \quad \forall\, x > 0\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\dfrac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?
  - $\ast$ $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}, \quad \forall\, x > 0 \quad \Rightarrow \quad \displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(x) + C\,, \quad \forall\, x > 0\,.$
  - $\ast$ Mais que se passe - t - il pour $x < 0$?

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\dfrac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?
  - $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$, $\forall\, x > 0 \quad \Rightarrow \quad \displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(x) + C\,, \quad \forall\, x > 0\,.$
  - Mais que se passe - t - il pour $x < 0$?

$$\int \frac{1}{x}\, dx$$

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\dfrac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?
  - $\ast$ $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}, \quad \forall\, x > 0 \quad \Rightarrow \quad \displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(x) + C, \quad \forall\, x > 0$.
  - $\ast$ Mais que se passe - t - il pour $x < 0$?

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \int \frac{-1}{-x}\, dx$$

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\dfrac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?
  - $*$ $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}, \quad \forall\, x > 0 \quad \Rightarrow \quad \displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(x) + C\,, \quad \forall\, x > 0\,.$
  - $*$ Mais que se passe - t - il pour $x < 0$?

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \int \frac{-1}{-x}\, dx = \ln(-x) + C\,, \quad (x < 0)\,.$$

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\dfrac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?
  - $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}, \quad \forall x > 0 \quad \Rightarrow \quad \displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(x) + C, \quad \forall x > 0.$
  - Mais que se passe - t - il pour $x < 0$?

    $$\int \frac{1}{x}\, dx = \int \frac{-1}{-x}\, dx = \ln(-x) + C, \quad (x < 0).$$

  - En conclusion :

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\dfrac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?
  - $\ast$ $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}, \quad \forall\, x > 0 \quad \Rightarrow \quad \displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(x) + C\,, \quad \forall\, x > 0\,.$
  - $\ast$ Mais que se passe - t - il pour $x < 0$?

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \int \frac{-1}{-x}\, dx = \ln(-x) + C\,, \quad (x < 0)\,.$$

  - $\ast$ En conclusion : $\displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C\,, \quad (x \in \mathbb{R}^*)$,

Quelques intégrales indéfinies

- Qu'en est-il pour $k = -1$? Comment intégrer $\dfrac{1}{x}$, $(x \in \mathbb{R}^*)$?
  - $*$ $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$, $\forall\, x > 0 \quad \Rightarrow \quad \displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(x) + C\,, \quad \forall\, x > 0\,.$
  - $*$ Mais que se passe - t - il pour $x < 0$?

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \int \frac{-1}{-x}\, dx = \ln(-x) + C\,, \quad (x < 0)\,.$$

  - $*$ En conclusion : $\displaystyle\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C\,,$ $(x \in \mathbb{R}^*)$, où C est une fonction constante sur chaque intervalle du domaine de continuité $\mathbb{R}^*_+$ et $\mathbb{R}^*_-$.

Quelques intégrales indéfinies

- $\int e^x \, dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int e^x \, dx = e^x + C \, , \; (x \in \mathbb{R}) \, .$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int e^x\,dx = e^x + C\,, \ (x \in \mathbb{R})\,.$

- Et pour tout $a > 0\,,$ on a

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int e^x \, dx = e^x + C \,, \quad (x \in \mathbb{R}) \,.$

- Et pour tout $\; a > 0 \,, \;$ on a

$$\int a^x \, dx =$$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int e^x \, dx = e^x + C \,, \ (x \in \mathbb{R}) \,.$

- Et pour tout $a > 0 \,,$ on a

$$\int a^x \, dx = \int e^{x \cdot \ln a} \, dx$$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int e^x\,dx = e^x + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$

- Et pour tout $\ a > 0\,,\ $ on a

$$\int a^x\,dx = \int e^{x\cdot\ln a}\,dx = \frac{1}{\ln a}\cdot e^{x\cdot\ln a} + C$$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int e^x\,dx = e^x + C\,, \ \ (x \in \mathbb{R})\,.$

- Et pour tout $\ a > 0\,,\ $ on a

$$\int a^x\,dx = \int e^{x\cdot\ln a}\,dx = \frac{1}{\ln a}\cdot e^{x\cdot\ln a} + C = \frac{1}{\ln a}\cdot a^x + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx = \int \left[1 + \tan^2(x)\right] dx$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx = \int \left[1 + \tan^2(x)\right] dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx = \int \left[1 + \tan^2(x)\right] dx = \tan(x) + C\,,\ \ (x \in D_{\tan})\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx = \int \left[1 + \tan^2(x)\right]dx = \tan(x) + C\,,\ (x \in D_{\tan})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2(x)}\,dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx = \int \left[1 + \tan^2(x)\right] dx = \tan(x) + C\,,\ (x \in D_{\tan})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2(x)}\,dx = -\cot(x) + C\,,\ (x \in D_{\cot})\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx = \int \left[1 + \tan^2(x)\right] dx = \tan(x) + C\,,\ (x \in D_{\tan})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2(x)}\,dx = -\cot(x) + C\,,\ (x \in D_{\cot})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\,dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx = \int \left[1 + \tan^2(x)\right] dx = \tan(x) + C\,,\ (x \in D_{\tan})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2(x)}\,dx = -\cot(x) + C\,,\ (x \in D_{\cot})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \arctan(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\, dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,, \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\,dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,, \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\,dx = \sinh(x) + C\,, \ (x \in \mathbb{R})\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\, dx = \cosh(x) + C\,, \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\, dx = \sinh(x) + C\,, \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh^2(x)}\, dx$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\,dx = \sinh(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh^2(x)}\,dx = \int \left[1 - \tanh^2(x)\right] dx$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\,dx = \sinh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh^2(x)}\,dx = \int \left[1 - \tanh^2(x)\right] dx = \tanh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\,dx = \sinh(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh^2(x)}\,dx = \int \left[1 - \tanh^2(x)\right] dx = \tanh(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sinh^2(x)}\,dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\,dx = \sinh(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh^2(x)}\,dx = \int \left[1 - \tanh^2(x)\right] dx = \tanh(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sinh^2(x)}\,dx = -\coth(x) + C\,,\ \ (x \in \mathbb{R}^*)\,.$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\,dx = \sinh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh^2(x)}\,dx = \int \left[1 - \tanh^2(x)\right] dx = \tanh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sinh^2(x)}\,dx = -\coth(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R}^*)\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{1 - x^2}\,dx =$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\,dx = \sinh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh^2(x)}\,dx = \int \left[1 - \tanh^2(x)\right]dx = \tanh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sinh^2(x)}\,dx = -\coth(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R}^*)\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{1 - x^2}\,dx = \arg\tanh(x) + C\,,$

Quelques intégrales indéfinies

- $\displaystyle\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \cosh(x)\,dx = \sinh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh^2(x)}\,dx = \int \left[1 - \tanh^2(x)\right] dx = \tanh(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R})\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sinh^2(x)}\,dx = -\coth(x) + C\,,\ (x \in \mathbb{R}^*)\,.$
- $\displaystyle\int \frac{1}{1 - x^2}\,dx = \operatorname{arg\,tanh}(x) + C\,,\ (x \in \,]-1\,,1[\,)\,.$

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1 - x^2}$

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:

Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:

Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples.

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:

Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:
Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode dans un paragraphe consacré à l'intégration des fonctions rationnelles.

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:
Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode dans un paragraphe consacré à l'intégration des fonctions rationnelles.

$$\frac{1}{1-x^2} =$$

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$:

Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode dans un paragraphe consacré à l'intégration des fonctions rationnelles.

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{(1-x)\,(1+x)} =$$

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:

Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode dans un paragraphe consacré à l'intégration des fonctions rationnelles.

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{(1-x)\,(1+x)} = \frac{a}{1-x} + \frac{b}{1+x} =$$

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:

Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode dans un paragraphe consacré à l'intégration des fonctions rationnelles.

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{(1-x)\,(1+x)} = \frac{a}{1-x} + \frac{b}{1+x} = \frac{\frac{1}{2}}{1-x} + \frac{\frac{1}{2}}{1+x}\,.$$

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:

Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode dans un paragraphe consacré à l'intégration des fonctions rationnelles.

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{(1-x)\,(1+x)} = \frac{a}{1-x} + \frac{b}{1+x} = \frac{\frac{1}{2}}{1-x} + \frac{\frac{1}{2}}{1+x}\,.$$

$$\int \frac{1}{1-x^2}\; dx =$$

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:

Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode dans un paragraphe consacré à l'intégration des fonctions rationnelles.

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{(1-x)(1+x)} = \frac{a}{1-x} + \frac{b}{1+x} = \frac{\frac{1}{2}}{1-x} + \frac{\frac{1}{2}}{1+x}.$$

$$\int \frac{1}{1-x^2}\, dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{1-x}\, dx + \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+x}\, dx$$

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:
Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode dans un paragraphe consacré à l'intégration des fonctions rationnelles.

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{(1-x)\,(1+x)} = \frac{a}{1-x} + \frac{b}{1+x} = \frac{\frac{1}{2}}{1-x} + \frac{\frac{1}{2}}{1+x}\,.$$

$$\int \frac{1}{1-x^2}\, dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{1-x}\, dx + \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+x}\, dx$$

$$= -\frac{1}{2}\, \ln|1-x| + \frac{1}{2}\, \ln|1+x| + C$$

Quelques intégrales indéfinies

Voici une autre façon d'intégrer la fonction $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$:
Il s'agit de décomposer cette fonction rationnelle en une somme de deux fractions plus simples. On étudiera en détail cette méthode dans un paragraphe consacré à l'intégration des fonctions rationnelles.

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{(1-x)\,(1+x)} = \frac{a}{1-x} + \frac{b}{1+x} = \frac{\frac{1}{2}}{1-x} + \frac{\frac{1}{2}}{1+x}\,.$$

$$\int \frac{1}{1-x^2}\;dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{1-x}\;dx + \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+x}\;dx$$

$$= -\frac{1}{2}\;\ln|1-x| + \frac{1}{2}\;\ln|1+x| + C = \ln\sqrt{\left|\tfrac{1+x}{1-x}\right|} + C\,.$$