Chapitre 6. Arcs paramétrés

Chapitre 6. Arcs paramétrés

3. Etude complète d'un arc paramétré

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r}: D \to \mathbb{R}^2, \; t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$,

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r}: D \to \mathbb{R}^2,\ t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r} : D \to \mathbb{R}^2, \; t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

1) Détermination du domaine d'étude :

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r}: D \to \mathbb{R}^2$, $t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

1) Détermination du domaine d'étude : domaine de définition, parité, périodicité

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r} : D \to \mathbb{R}^2, \; t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

1) Détermination du domaine d'étude : domaine de définition, parité, périodicité

2) Limite aux "points frontières" du domaine,

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r} : D \to \mathbb{R}^2,\ t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

1) Détermination du domaine d'étude : domaine de définition, parité, périodicité

2) Limite aux "points frontières" du domaine, étude des branches infinies

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r}: D \to \mathbb{R}^2$, $t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

1) Détermination du domaine d'étude : domaine de définition, parité, périodicité

2) Limite aux "points frontières" du domaine, étude des branches infinies

3) Dérivées,

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r}: D \to \mathbb{R}^2$, $t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

1) Détermination du domaine d'étude : domaine de définition, parité, périodicité

2) Limite aux "points frontières" du domaine, étude des branches infinies

3) Dérivées, variation des fonctions coordonnées,

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r} : D \to \mathbb{R}^2, \ t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

1) Détermination du domaine d'étude : domaine de définition, parité, périodicité

2) Limite aux "points frontières" du domaine, étude des branches infinies

3) Dérivées, variation des fonctions coordonnées, points remarquables

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r}: D \to \mathbb{R}^2$, $t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

1) Détermination du domaine d'étude : domaine de définition, parité, périodicité

2) Limite aux "points frontières" du domaine, étude des branches infinies

3) Dérivées, variation des fonctions coordonnées, points remarquables

4) Résumé sous forme d'un tableau de variation

Schéma de l'étude d'un arc paramétré

Comme pour l'étude d'une fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, l'étude d'un arc paramétré $\vec{r}: D \to \mathbb{R}^2$, $t \mapsto \vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_1 + y(t) \cdot \vec{e}_2$, se décompose en quatre étapes :

1) Détermination du domaine d'étude : domaine de définition, parité, périodicité

2) Limite aux "points frontières" du domaine, étude des branches infinies

3) Dérivées, variation des fonctions coordonnées, points remarquables

4) Résumé sous forme d'un tableau de variation et tracé de la trajectoire Γ

Exemple

Reprise de l'exemple $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos^3(2t) \\ y(t) = \sin(3t), \end{cases} \quad t \in \mathbb{R},$

Exemple

Reprise de l'exemple $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos^3(2t) \\ y(t) = \sin(3t), \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,,$

- On étudie cet arc paramétré sur $[\,0\,,\,\frac{\pi}{2}\,]$

Exemple

Reprise de l'exemple $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos^3(2t) \\ y(t) = \sin(3t), \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,,$

- On étudie cet arc paramétré sur $[\,0\,,\,\frac{\pi}{2}\,]$ et on en déduit la trajectoire pour tout $t \in \mathbb{R}$ par symétrie d'axe Ox.

Exemple

Reprise de l'exemple $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos^3(2t) \\ y(t) = \sin(3t), \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,,$

- On étudie cet arc paramétré sur $[\,0\,,\,\frac{\pi}{2}\,]$ et on en déduit la trajectoire pour tout $t \in \mathbb{R}$ par symétrie d'axe Ox .
- La fonction vectorielle $\vec{r}\,(t)$ est continue sur $\mathbb{R}$,

Exemple

Reprise de l'exemple $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos^3(2t) \\ y(t) = \sin(3t), \end{cases} \quad t \in \mathbb{R},$

- On étudie cet arc paramétré sur $\left[0\,,\,\frac{\pi}{2}\right]$ et on en déduit la trajectoire pour tout $t \in \mathbb{R}$ par symétrie d'axe Ox.
- La fonction vectorielle $\vec{r}\,(t)$ est continue sur $\mathbb{R}$, en particulier aux points frontières du domaine d'étude : $t = 0$ et $t = \frac{\pi}{2}$.

Exemple

Reprise de l'exemple $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos^3(2t) \\ y(t) = \sin(3t), \end{cases} \quad t \in \mathbb{R},$

- On étudie cet arc paramétré sur $[0, \frac{\pi}{2}]$ et on en déduit la trajectoire pour tout $t \in \mathbb{R}$ par symétrie d'axe Ox.
- La fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ est continue sur $\mathbb{R}$, en particulier aux points frontières du domaine d'étude : $t = 0$ et $t = \frac{\pi}{2}$.

  La trajectoire Γ n'admet donc pas de branches infinies.

Exemple

Reprise de l'exemple $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos^3(2t) \\ y(t) = \sin(3t), \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,,$

- On étudie cet arc paramétré sur $[\,0\,,\,\frac{\pi}{2}\,]$ et on en déduit la trajectoire pour tout $t \in \mathbb{R}$ par symétrie d'axe Ox .

- La fonction vectorielle $\vec{r}\,(t)$ est continue sur $\mathbb{R}$, en particulier aux points frontières du domaine d'étude : $t = 0$ et $t = \frac{\pi}{2}$.

  La trajectoire Γ n'admet donc pas de branches infinies.

$$x(0) = 1\,, \quad y(0) = 0$$

Exemple

Reprise de l'exemple $\Gamma : \begin{cases} x(t) = \cos^3(2t) \\ y(t) = \sin(3t), \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}\,,$

- On étudie cet arc paramétré sur $[\,0\,,\,\frac{\pi}{2}\,]$ et on en déduit la trajectoire pour tout $t \in \mathbb{R}$ par symétrie d'axe Ox.
- La fonction vectorielle $\vec{r}\,(t)$ est continue sur $\mathbb{R}$, en particulier aux points frontières du domaine d'étude : $t = 0$ et $t = \frac{\pi}{2}$.
  La trajectoire Γ n'admet donc pas de branches infinies.

$$x(0) = 1\,, \quad y(0) = 0 \qquad \text{et} \qquad x(\tfrac{\pi}{2}) = -1\,, \quad y(\tfrac{\pi}{2}) = -1$$

Exemple

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

Exemple

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

$$\dot{x}(t) = -3\,\sin(4t)\,\cos(2t)$$

Exemple

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

$$\dot{x}\,(t) = -3\,\sin(4t)\,\cos(2t)$$

$$\dot{x}\,(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \in \left\{0\,,\,\tfrac{\pi}{4}\,,\,\tfrac{\pi}{2}\right\}$$

Exemple

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

$$\dot{x}\,(t) = -3\,\sin(4t)\,\cos(2t)$$

$$\dot{x}\,(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \in \left\{0\,,\, \tfrac{\pi}{4}\,,\, \tfrac{\pi}{2}\right\}$$

t	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$\dot{x}(t)$	0	$-$	0	$-$	0

Exemple

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

$$\dot{x}\,(t) = -3\,\sin(4t)\,\cos(2t)$$

$$\dot{x}\,(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \in \left\{0\,,\,\tfrac{\pi}{4}\,,\,\tfrac{\pi}{2}\right\}$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
t & 0 & & \frac{\pi}{4} & & \frac{\pi}{2} \\
\hline
\dot{x}(t) & 0 & - & 0 & - & 0
\end{array}$$

$$\dot{y}\,(t) = 3\,\cos(3t)$$

Exemple

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

$$\dot{x}(t) = -3\,\sin(4t)\,\cos(2t)$$

$$\dot{x}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \in \left\{0\,,\,\frac{\pi}{4}\,,\,\frac{\pi}{2}\right\}$$

t	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$\dot{x}(t)$	0	$-$	0	$-$	0

$$\dot{y}(t) = 3\,\cos(3t)$$

$$\dot{y}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \in \left\{\frac{\pi}{6}\,,\,\frac{\pi}{2}\right\}$$

Exemple

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

$$\dot{x}(t) = -3\,\sin(4t)\,\cos(2t)$$

$$\dot{x}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \in \left\{0\,,\ \tfrac{\pi}{4}\,,\ \tfrac{\pi}{2}\right\}$$

t	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$\dot{x}(t)$	0	$-$	0	$-$	0

$$\dot{y}(t) = 3\,\cos(3t)$$

$$\dot{y}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \in \left\{\tfrac{\pi}{6}\,,\ \tfrac{\pi}{2}\right\}$$

t	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$
$\dot{y}(t)$		$+$	0	$-$	0

Exemple

- Points remarquables

Exemple

- Points remarquables
  - $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.

Exemple

- Points remarquables

  * $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.

  * $M_2\left(\frac{1}{8}\,,\,1\right)$ est un point à tangente horizontale.

Exemple

- Points remarquables
  - $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - $M_2\left(\frac{1}{8}\,,\,1\right)$ est un point à tangente horizontale.
  - $M_3\left(0\,,\,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ est un point à tangente verticale.

Exemple

- Points remarquables

  - $M_1(1\,,\,0)$ est un point à tangente verticale.
  - $M_2\left(\frac{1}{8}\,,\,1\right)$ est un point à tangente horizontale.
  - $M_3\left(0\,,\,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ est un point à tangente verticale.
  - $M_4(-1\,,\,-1)$ est un point stationnaire à tangente oblique de pente $m = \dfrac{3}{4}$.

Exemple

- Tableau de variation

Exemple

- Tableau de variation

t	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$\dot{x}(t)$	0	$-$		$-$	0	$-$	0
$x(t)$	1	$\searrow$	$\frac{1}{8}$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$+$	0	$-$		$-$	0
$y(t)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	-1

Exemple

- Tableau de variation

t	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$\dot{x}(t)$	0	$-$		$-$	0	$-$	0
$x(t)$	1	$\searrow$	$\frac{1}{8}$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$+$	0	$-$		$-$	0
$y(t)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	-1
	M_1 TV						

Exemple

- Tableau de variation

t	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$\dot{x}(t)$	0	$-$		$-$	0	$-$	0
$x(t)$	1	$\searrow$	$\frac{1}{8}$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$+$	0	$-$		$-$	0
$y(t)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	-1
	M_1 TV		M_2 TH				

Exemple

- Tableau de variation

t	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$\dot{x}(t)$	0	$-$		$-$	0	$-$	0
$x(t)$	1	$\searrow$	$\frac{1}{8}$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$+$	0	$-$		$-$	0
$y(t)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	-1
	M_1 TV		M_2 TH		M_3 TV		

Exemple

- Tableau de variation

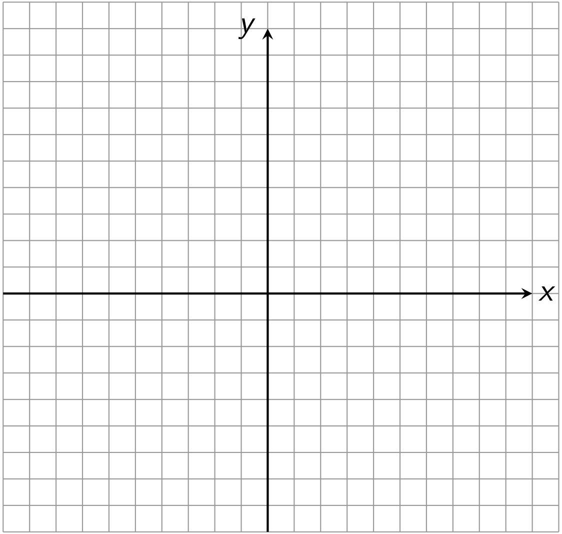
t	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$\dot{x}(t)$	0	$-$		$-$	0	$-$	0
$x(t)$	1	$\searrow$	$\frac{1}{8}$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1
$\dot{y}(t)$		$+$	0	$-$		$-$	0
$y(t)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	-1
	M_1 TV		M_2 TH		M_3 TV		M_4, PS $m = \frac{3}{4}$

Exemple

- Représentation de l'arc Γ

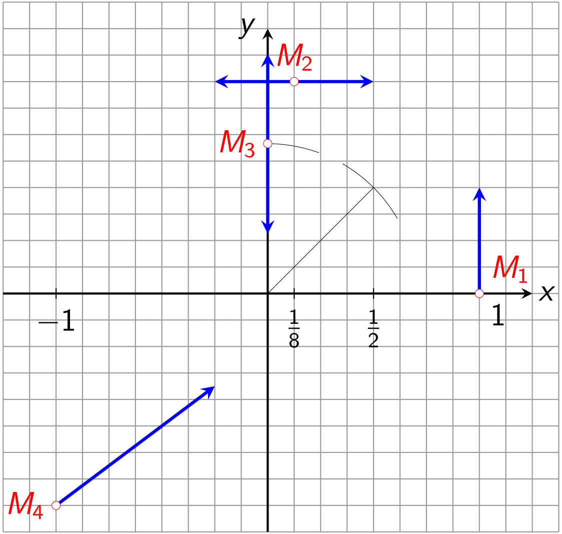
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



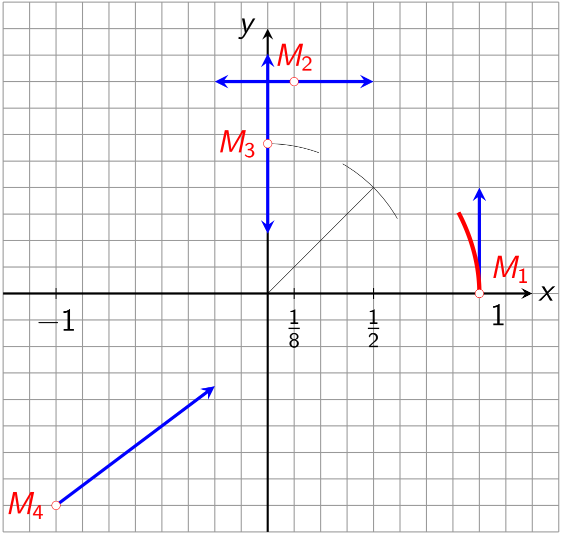
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



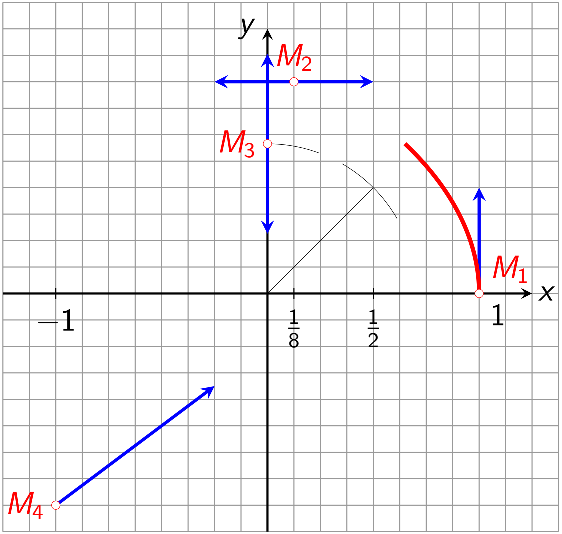
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



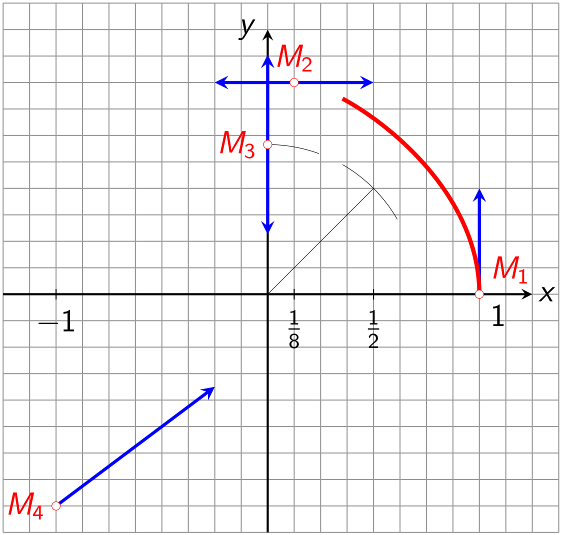
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



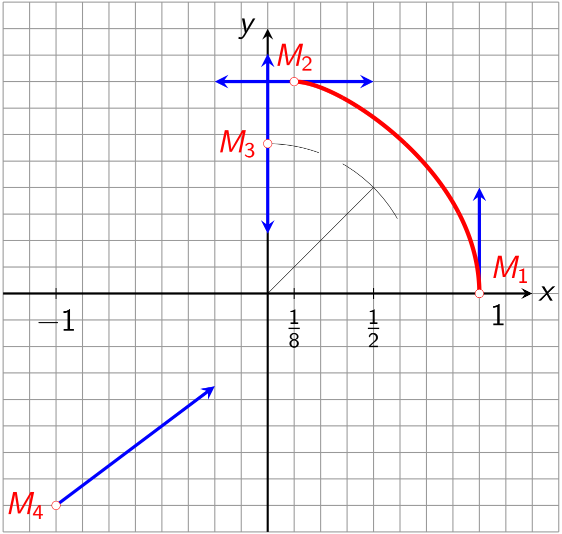
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



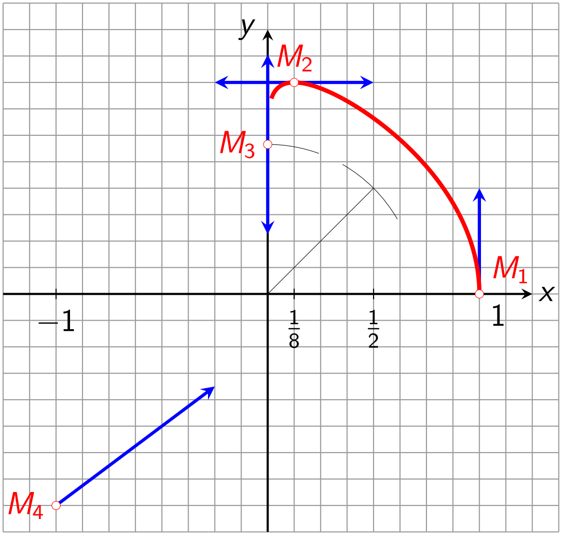
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



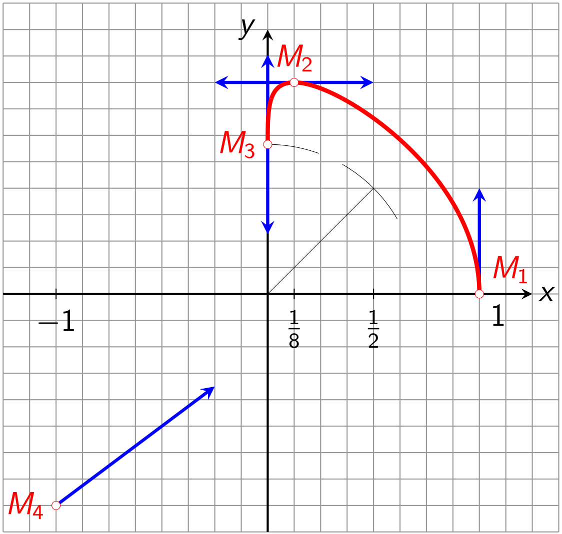
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



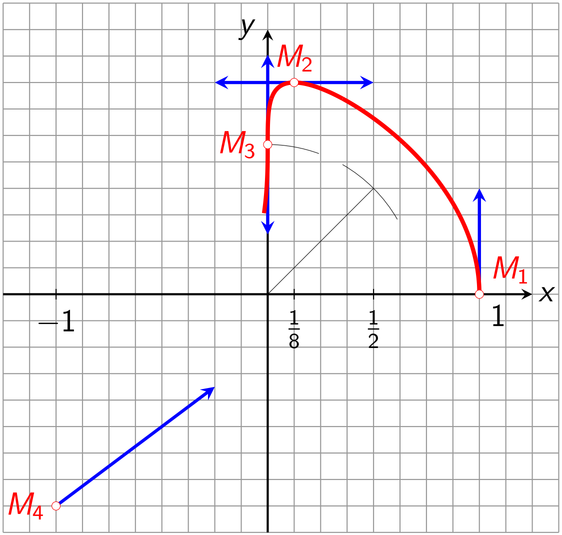
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



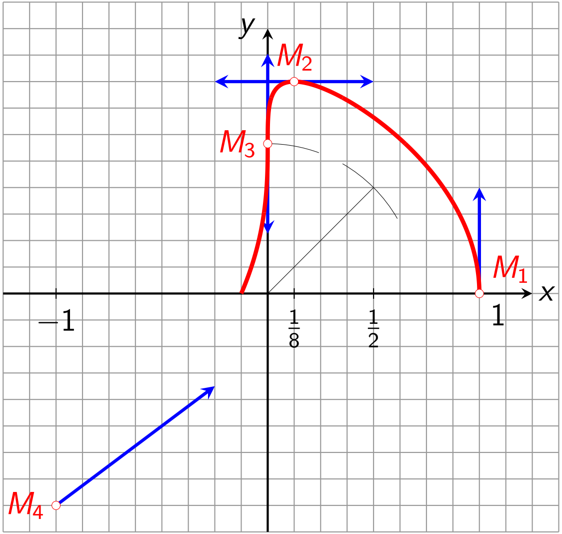
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



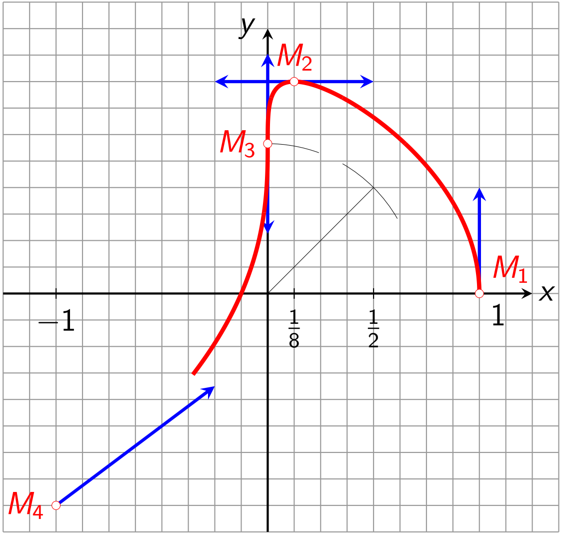
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



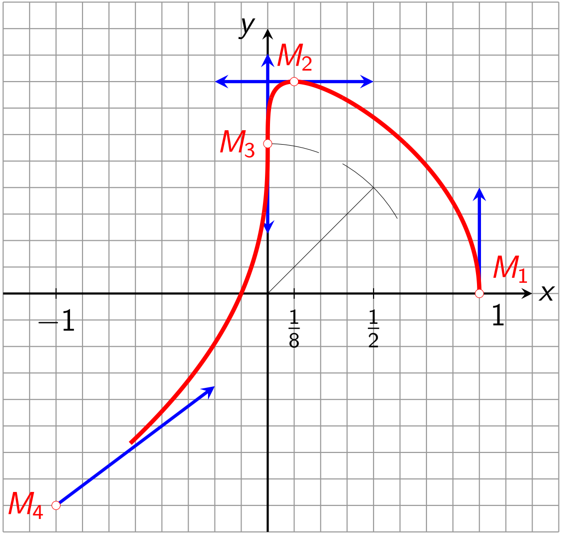
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



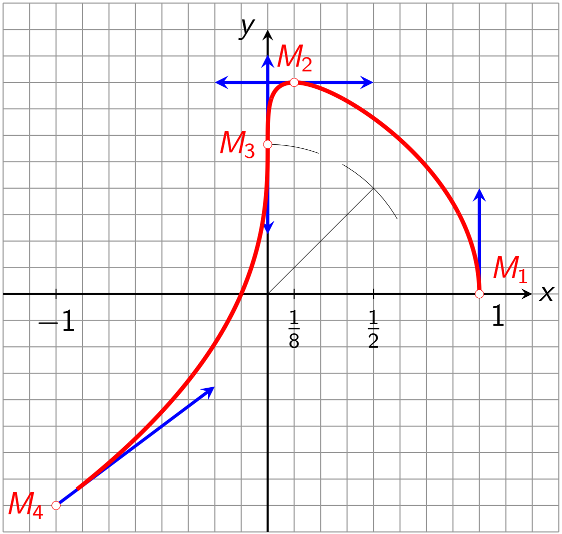
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



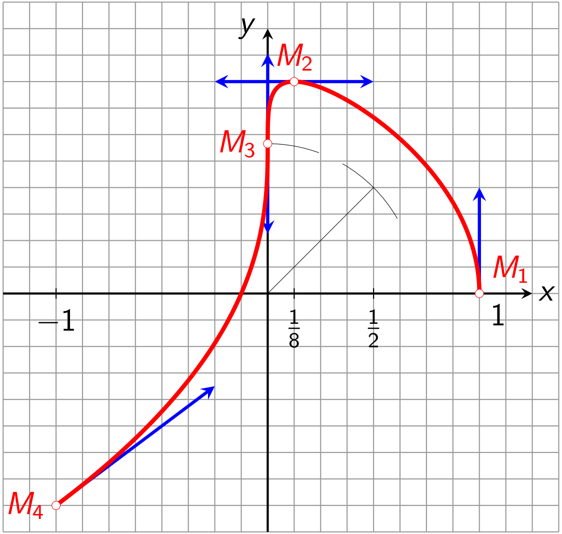
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



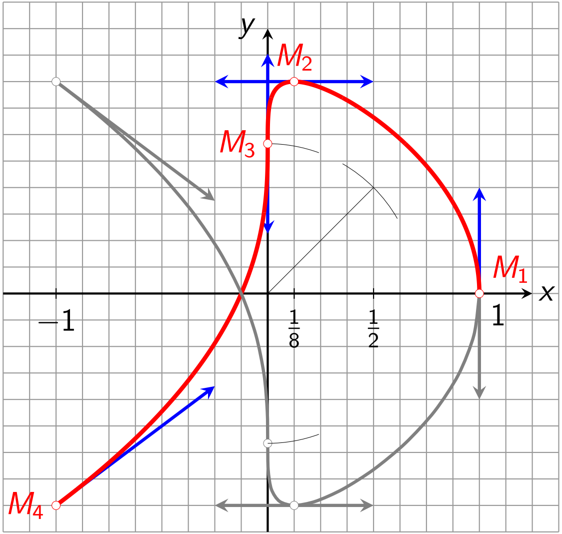
Exemple

- Représentation de l'arc Γ



Exemple

- Représentation de l'arc Γ



Exemple

Nouvel exemple :

Exemple

Nouvel exemple : Le folium de Descartes (1638)

Exemple

Nouvel exemple : Le folium de Descartes (1638)

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \dfrac{3t}{1+t^3} \\ y(t) = \dfrac{3t^2}{1+t^3}, \end{cases} \qquad t \in D_{\vec{r}}$$

Exemple

Nouvel exemple : Le folium de Descartes (1638)

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \dfrac{3t}{1+t^3} \\ y(t) = \dfrac{3t^2}{1+t^3}, \end{cases} \qquad t \in D_{\vec{r}} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}\,.$$

Exemple

Nouvel exemple : Le folium de Descartes (1638)

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \dfrac{3t}{1+t^3} \\ y(t) = \dfrac{3t^2}{1+t^3}, \end{cases} \qquad t \in D_{\vec{r}} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

- Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$

Exemple

Nouvel exemple : Le folium de Descartes (1638)

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \dfrac{3t}{1+t^3} \\ y(t) = \dfrac{3t^2}{1+t^3}, \end{cases} \qquad t \in D_{\vec{r}} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}\,.$$

- Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ ne sont ni paires ni impaires :

Exemple

Nouvel exemple : Le folium de Descartes (1638)

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \dfrac{3t}{1+t^3} \\ y(t) = \dfrac{3t^2}{1+t^3}, \end{cases} \qquad t \in D_{\vec{r}} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}\,.$$

- Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ ne sont ni paires ni impaires : il n'y a pas de symétrie évidente de la trajectoire Γ.

Exemple

Nouvel exemple : Le folium de Descartes (1638)

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \dfrac{3t}{1+t^3} \\ y(t) = \dfrac{3t^2}{1+t^3}, \end{cases} \qquad t \in D_{\vec{r}} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}\,.$$

- Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ ne sont ni paires ni impaires : il n'y a pas de symétrie évidente de la trajectoire Γ.

  Elles ne sont pas non plus périodiques,

Exemple

Nouvel exemple : Le folium de Descartes (1638)

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \dfrac{3t}{1+t^3} \\ y(t) = \dfrac{3t^2}{1+t^3}, \end{cases} \qquad t \in D_{\vec{r}} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}\,.$$

- Les fonctions coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ ne sont ni paires ni impaires : il n'y a pas de symétrie évidente de la trajectoire Γ.
  Elles ne sont pas non plus périodiques, on étudie $\vec{r}\,(t)$ sur son domaine de définition : $D_{\vec{r}} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Le folium de Descartes

- Limites aux point frontières de $D_{\vec{r}} =]-\infty\,,\,-1\,[\,\cup\,]-1\,,\,+\infty\,[$

Le folium de Descartes

- Limites aux point frontières de $D_{\vec{r}} =]-\infty\,,\,-1\,[\,\cup\,]-1\,,\,+\infty\,[$
  - $*$ Lorsque $t \to \pm\infty$:

Le folium de Descartes

- Limites aux point frontières de $D_{\vec{r}} =]-\infty\,,\,-1\,[\,\cup\,]-1\,,\,+\infty\,[$
  - $*$ Lorsque $t \to \pm\infty$:

$$\lim_{t\to\pm\infty} x(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t}{1+t^3} = 0$$

Le folium de Descartes

- Limites aux point frontières de $D_{\vec{r}} = \,]-\infty\,,\,-1\,[\,\cup\,]-1\,,\,+\infty\,[$

  * Lorsque $t \to \pm\infty$:

$$\lim_{t\to\pm\infty} x(t) \;=\; \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t}{1+t^3} = 0$$

Le folium de Descartes

- Limites aux point frontières de $D_{\vec{r}} = \left]-\infty\,, -1\right[\cup \left]-1\,, +\infty\right[$

  * Lorsque $t \to \pm\infty$:

$$\lim_{t\to\pm\infty} x(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t}{1+t^3} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{t\to\pm\infty} y(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t^2}{1+t^3} = 0\,.$$

Le folium de Descartes

- Limites aux point frontières de $D_{\vec{r}} = \left]-\infty\,,\,-1\right[\cup \left]-1\,,\,+\infty\right[$

  $*$ Lorsque $t \to \pm\infty$:

$$\lim_{t\to\pm\infty} x(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t}{1+t^3} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{t\to\pm\infty} y(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t^2}{1+t^3} = 0\,.$$

  La trajectoire Γ n'admet donc pas de branche infinie lorsque $t \to \pm\infty$.

Le folium de Descartes

- Limites aux point frontières de $D_{\vec{r}} = \,]-\infty\,,\,-1\,[\,\cup\,]-1\,,\,+\infty\,[$

  $*$ Lorsque $t \to \pm\infty$:

  $$\lim_{t\to\pm\infty} x(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t}{1+t^3} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{t\to\pm\infty} y(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t^2}{1+t^3} = 0\,.$$

  La trajectoire Γ n'admet donc pas de branche infinie lorsque $t \to \pm\infty$.

  Le point courant $M(t)$ tend vers l'origine,

Le folium de Descartes

- Limites aux point frontières de $D_{\vec{r}} =]-\infty\,,\,-1\,[\,\cup\,]-1\,,\,+\infty\,[$

  $*$ Lorsque $t \to \pm\infty$:

  $$\lim_{t\to\pm\infty} x(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t}{1+t^3} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{t\to\pm\infty} y(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t^2}{1+t^3} = 0\,.$$

  La trajectoire Γ n'admet donc pas de branche infinie lorsque $t \to \pm\infty$.

  Le point courant $M(t)$ tend vers l'origine, mais comment ?

Le folium de Descartes

- Limites aux point frontières de $D_{\vec{r}} =]-\infty\,, -1\,[\,\cup\,]-1\,, +\infty\,[$

  $*$ Lorsque $t \to \pm\infty$:

  $$\lim_{t\to\pm\infty} x(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t}{1+t^3} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{t\to\pm\infty} y(t) = \lim_{t\to\pm\infty} \frac{3t^2}{1+t^3} = 0\,.$$

  La trajectoire Γ n'admet donc pas de branche infinie lorsque $t \to \pm\infty$.

  Le point courant $M(t)$ tend vers l'origine, mais comment ?

  Il faudra étudier cette situation à l'aide de la dérivée des fonctions coordonnées.

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t\to -1^{\pm}} x(t) = \lim_{t\to -1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty$$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t\to-1^{\pm}} x(t) = \lim_{t\to-1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t\to-1^{\pm}} y(t) = \lim_{t\to-1^{\pm}} \frac{3t^2}{1+t^3} = \pm\infty\,.$$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t \to -1^{\pm}} x(t) = \lim_{t \to -1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t \to -1^{\pm}} y(t) = \lim_{t \to -1^{\pm}} \frac{3t^2}{1+t^3} = \pm\infty\,.$$

On recherche donc une éventuelle asymptote oblique :

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t\to -1^{\pm}} x(t) = \lim_{t\to -1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t\to -1^{\pm}} y(t) = \lim_{t\to -1^{\pm}} \frac{3t^2}{1+t^3} = \pm\infty\,.$$

On recherche donc une éventuelle asymptote oblique :

- $\displaystyle\lim_{t\to -1} \frac{y(t)}{x(t)}$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t\to -1^{\pm}} x(t) = \lim_{t\to -1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t\to -1^{\pm}} y(t) = \lim_{t\to -1^{\pm}} \frac{3t^2}{1+t^3} = \pm\infty\,.$$

On recherche donc une éventuelle asymptote oblique :

- $\displaystyle \lim_{t\to -1} \frac{y(t)}{x(t)} = \lim_{t\to -1} \frac{3t^2}{3t}$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t\to-1^{\pm}} x(t) = \lim_{t\to-1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t\to-1^{\pm}} y(t) = \lim_{t\to-1^{\pm}} \frac{3t^2}{1+t^3} = \pm\infty\,.$$

On recherche donc une éventuelle asymptote oblique :

- $\displaystyle\lim_{t\to-1} \frac{y(t)}{x(t)} = \lim_{t\to-1} \frac{3t^2}{3t} = \lim_{t\to-1} t = -1$
- $\displaystyle\lim_{t\to-1} \left[\, y(t) - (-1)\, x(t) \,\right]$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t\to-1^{\pm}} x(t) = \lim_{t\to-1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t\to-1^{\pm}} y(t) = \lim_{t\to-1^{\pm}} \frac{3t^2}{1+t^3} = \pm\infty\,.$$

On recherche donc une éventuelle asymptote oblique :

- $\displaystyle \lim_{t\to-1} \frac{y(t)}{x(t)} = \lim_{t\to-1} \frac{3t^2}{3t} = \lim_{t\to-1} t = -1$
- $\displaystyle \lim_{t\to-1} [\,y(t) - (-1)\,x(t)\,] = \lim_{t\to-1} \frac{3t^2+3t}{1+t^3}$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t \to -1^{\pm}} x(t) = \lim_{t \to -1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t \to -1^{\pm}} y(t) = \lim_{t \to -1^{\pm}} \frac{3t^2}{1+t^3} = \pm\infty\,.$$

On recherche donc une éventuelle asymptote oblique :

- $\displaystyle \lim_{t \to -1} \frac{y(t)}{x(t)} = \lim_{t \to -1} \frac{3t^2}{3t} = \lim_{t \to -1} t = -1$
- $\displaystyle \lim_{t \to -1} \left[y(t) - (-1)\, x(t) \right] = \lim_{t \to -1} \frac{3t^2+3t}{1+t^3} = \lim_{t \to -1} \frac{3t\,(t+1)}{(1+t)\,(1-t+t^2)}$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t \to -1^{\pm}} x(t) = \lim_{t \to -1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t \to -1^{\pm}} y(t) = \lim_{t \to -1^{\pm}} \frac{3t^2}{1+t^3} = \pm\infty \,.$$

On recherche donc une éventuelle asymptote oblique :

- $\displaystyle \lim_{t \to -1} \frac{y(t)}{x(t)} = \lim_{t \to -1} \frac{3t^2}{3t} = \lim_{t \to -1} t = -1$
- $\displaystyle \lim_{t \to -1} \left[y(t) - (-1)\, x(t) \right] = \lim_{t \to -1} \frac{3t^2+3t}{1+t^3} = \lim_{t \to -1} \frac{3t\,(t+1)}{(1+t)\,(1-t+t^2)}$

$$= \lim_{t \to -1} \frac{3t}{1-t+t^2}$$

Le folium de Descartes

$*$ Lorsque $t \to -1^{\pm}$:

$$\lim_{t\to -1^{\pm}} x(t) = \lim_{t\to -1^{\pm}} \frac{3t}{1+t^3} = \mp\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t\to -1^{\pm}} y(t) = \lim_{t\to -1^{\pm}} \frac{3t^2}{1+t^3} = \pm\infty\,.$$

On recherche donc une éventuelle asymptote oblique :

- $\displaystyle \lim_{t\to -1} \frac{y(t)}{x(t)} = \lim_{t\to -1} \frac{3t^2}{3t} = \lim_{t\to -1} t = -1$
- $\displaystyle \lim_{t\to -1} \left[y(t) - (-1)\,x(t)\right] = \lim_{t\to -1} \frac{3t^2+3t}{1+t^3} = \lim_{t\to -1} \frac{3t\,(t+1)}{(1+t)\,(1-t+t^2)}$

$$= \lim_{t\to -1} \frac{3t}{1-t+t^2} = -1\,.$$

Le folium de Descartes

La trajectoire Γ admet donc une asymptote oblique d'équation $y = -x - 1$, lorsque $t \to -1$.

Le folium de Descartes

La trajectoire Γ admet donc une asymptote oblique d'équation $y = -x - 1$, lorsque $t \to -1$.

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

Le folium de Descartes

La trajectoire Γ admet donc une asymptote oblique d'équation $y = -x - 1$, lorsque $t \to -1$.

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

  * $\dot{x}(t) = 3 \left[\dfrac{t}{1+t^3} \right]^{\cdot}$

Le folium de Descartes

La trajectoire Γ admet donc une asymptote oblique d'équation $y = -x - 1$, lorsque $t \to -1$.

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

  $*$ $$\dot{x}(t) = 3\left[\frac{t}{1+t^3}\right]^{\cdot} = 3\,\frac{(1+t^3) - t\,(3t^2)}{(1+t^3)^2}$$

Le folium de Descartes

La trajectoire Γ admet donc une asymptote oblique d'équation $y = -x - 1$, lorsque $t \to -1$.

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

  $*$ $$\dot{x}(t) = 3\left[\frac{t}{1+t^3}\right]^{\cdot} = 3\,\frac{(1+t^3) - t\,(3t^2)}{(1+t^3)^2} = 3\,\frac{1-2t^3}{(1+t^3)^2}.$$

Le folium de Descartes

La trajectoire Γ admet donc une asymptote oblique d'équation $y = -x - 1$, lorsque $t \to -1$.

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

$$* \quad \dot{x}(t) = 3\left[\frac{t}{1+t^3}\right]^{\cdot} = 3\,\frac{(1+t^3) - t\,(3t^2)}{(1+t^3)^2} = 3\,\frac{1-2t^3}{(1+t^3)^2}\,.$$

$$\begin{aligned} & \dot{x}(t) = 0 \\ \Leftrightarrow \quad & t = \tfrac{1}{\sqrt[3]{2}} \end{aligned}$$

Le folium de Descartes

La trajectoire Γ admet donc une asymptote oblique d'équation $y = -x - 1$, lorsque $t \to -1$.

- Dérivée et signe des fonctions coordonnées

$*$ $\dot{x}(t) = 3 \left[\dfrac{t}{1+t^3} \right]^{\cdot} = 3\, \dfrac{(1+t^3) - t\,(3t^2)}{(1+t^3)^2} = 3\, \dfrac{1-2t^3}{(1+t^3)^2}\,.$

$$\dot{x}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

t	$-\infty$		-1		$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$		$+\infty$
$\dot{x}(t)$		$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Le folium de Descartes

* $\dot{y}(t) = 3\left[\dfrac{t^2}{1+t^3}\right]^{\cdot}$

Le folium de Descartes

* $\dot{y}(t) = 3\left[\dfrac{t^2}{1+t^3}\right]^{\cdot} = 3\,\dfrac{2t\,(1+t^3) - t^2\,(3t^2)}{(1+t^3)^2}$

Le folium de Descartes

* $\dot{y}(t) = 3\left[\frac{t^2}{1+t^3}\right]^{\cdot} = 3\,\frac{2t\,(1+t^3) - t^2\,(3t^2)}{(1+t^3)^2} = 3\,\frac{t\,(2-t^3)}{(1+t^3)^2}\,.$

Le folium de Descartes

$$* \quad \dot{y}(t) = 3\left[\frac{t^2}{1+t^3}\right]^{\cdot} = 3\,\frac{2t\,(1+t^3) - t^2\,(3t^2)}{(1+t^3)^2} = 3\,\frac{t\,(2-t^3)}{(1+t^3)^2}\,.$$

$$\dot{y}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = 0 \quad \text{ou} \quad t = \sqrt[3]{2}\,.$$

Le folium de Descartes

$$* \quad \dot{y}(t) = 3\left[\frac{t^2}{1+t^3}\right]^{\cdot} = 3\,\frac{2t\,(1+t^3) - t^2\,(3t^2)}{(1+t^3)^2} = 3\,\frac{t\,(2-t^3)}{(1+t^3)^2}\,.$$

$$\dot{y}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = 0 \quad \text{ou} \quad t = \sqrt[3]{2}\,.$$

t	$-\infty$		-1		0		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{y}(t)$		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Le folium de Descartes

$*\ \dot{y}(t) = 3\left[\dfrac{t^2}{1+t^3}\right]^{\cdot} = 3\,\dfrac{2t\,(1+t^3) - t^2\,(3t^2)}{(1+t^3)^2} = 3\,\dfrac{t\,(2-t^3)}{(1+t^3)^2}\,.$

$$\dot{y}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = 0 \quad \text{ou} \quad t = \sqrt[3]{2}\,.$$

t	$-\infty$		-1		0		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{y}(t)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$,

Le folium de Descartes

$*$ $\dot{y}(t) = 3\left[\dfrac{t^2}{1+t^3}\right]^{\cdot} = 3\,\dfrac{2t\,(1+t^3) - t^2\,(3t^2)}{(1+t^3)^2} = 3\,\dfrac{t\,(2-t^3)}{(1+t^3)^2}\,.$

$$\dot{y}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = 0 \quad \text{ou} \quad t = \sqrt[3]{2}\,.$$

t	$-\infty$		-1		0		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{y}(t)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Pas de zéro commun entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}(t)$, donc pas de point stationnaire.

Le folium de Descartes

- Points remarquables

Le folium de Descartes

- Points remarquables
  - En $t = 0$,

Le folium de Descartes

- Points remarquables
  - $*$ En $t = 0$, $x = 0$ et $y = 0$,

Le folium de Descartes

- Points remarquables
  - En $t = 0$, $x = 0$ et $y = 0$, l'origine O est un point à tangente horizontale.

Le folium de Descartes

- Points remarquables

  * En $t = 0$, $x = 0$ et $y = 0$, l'origine O est un point à tangente horizontale.

  * En $t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$,

Le folium de Descartes

- Points remarquables

  * En $t = 0$, $x = 0$ et $y = 0$, l'origine O est un point à tangente horizontale.

  * En $t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, $x = \sqrt[3]{4}$ et $y = \sqrt[3]{2}$,

Le folium de Descartes

- Points remarquables
  - $*$ En $t = 0$, $x = 0$ et $y = 0$, l'origine O est un point à tangente horizontale.
  - $*$ En $t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, $x = \sqrt[3]{4}$ et $y = \sqrt[3]{2}$, $P\left(\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{2}\right)$ est un point à tangente verticale.

Le folium de Descartes

- Points remarquables

  * En $t = 0$, $x = 0$ et $y = 0$, l'origine O est un point à tangente horizontale.
  * En $t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, $x = \sqrt[3]{4}$ et $y = \sqrt[3]{2}$, $P\left(\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{2}\right)$ est un point à tangente verticale.
  * En $t = \sqrt[3]{2}$,

Le folium de Descartes

- Points remarquables

  * En $t = 0$, $x = 0$ et $y = 0$, l'origine O est un point à tangente horizontale.

  * En $t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, $x = \sqrt[3]{4}$ et $y = \sqrt[3]{2}$, $P\left(\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{2}\right)$ est un point à tangente verticale.

  * En $t = \sqrt[3]{2}$, $x = \sqrt[3]{2}$ et $y = \sqrt[3]{4}$,

Le folium de Descartes

- Points remarquables

  * En $t = 0$, $x = 0$ et $y = 0$, l'origine O est un point à tangente horizontale.
  * En $t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, $x = \sqrt[3]{4}$ et $y = \sqrt[3]{2}$, $P\left(\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{2}\right)$ est un point à tangente verticale.
  * En $t = \sqrt[3]{2}$, $x = \sqrt[3]{2}$ et $y = \sqrt[3]{4}$, $Q\left(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4}\right)$ est un point à tangente horizontale.

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$,

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers

$$\lim_{t \to -\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}$$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers

$$\lim_{t\to-\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t\to-\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3}$$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers
$$\lim_{t\to-\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t\to-\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3} = -\infty\,.$$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers

$$\lim_{t \to -\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t \to -\infty} \frac{t\,(2 - t^3)}{1 - 2t^3} = -\infty\,.$$

Le point courant $M(t)$ "quitte" l'origine le long d'une "tangente verticale".

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers

$$\lim_{t\to-\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t\to-\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3} = -\infty\,.$$

Le point courant $M(t)$ "quitte" l'origine le long d'une "tangente verticale".

* De même, lorsque $t \to +\infty$,

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers
$$\lim_{t \to -\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t \to -\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3} = -\infty\,.$$
Le point courant $M(t)$ "quitte" l'origine le long d'une "tangente verticale".

* De même, lorsque $t \to +\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers
$$\lim_{t\to-\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t\to-\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3} = -\infty\,.$$
Le point courant $M(t)$ "quitte" l'origine le long d'une "tangente verticale".

* De même, lorsque $t \to +\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et
$$\lim_{t\to+\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}$$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers

$$\lim_{t\to-\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t\to-\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3} = -\infty\,.$$

Le point courant $M(t)$ "quitte" l'origine le long d'une "tangente verticale".

* De même, lorsque $t \to +\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et

$$\lim_{t\to+\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t\to+\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3}$$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers
$$\lim_{t\to-\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t\to-\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3} = -\infty\,.$$
Le point courant $M(t)$ "quitte" l'origine le long d'une "tangente verticale".

* De même, lorsque $t \to +\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et
$$\lim_{t\to+\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t\to+\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3} = +\infty\,.$$

Le folium de Descartes

* Lorsque $t \to -\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et la pente de la tangente à Γ tend vers

$$\lim_{t \to -\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t \to -\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3} = -\infty\,.$$

Le point courant $M(t)$ "quitte" l'origine le long d'une "tangente verticale".

* De même, lorsque $t \to +\infty$, $M(t)$ tend vers l'origine O et

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \lim_{t \to +\infty} \frac{t\,(2-t^3)}{1-2t^3} = +\infty\,.$$

Le point courant $M(t)$ "rejoint" l'origine le long d'une "tangente verticale".

Le folium de Descartes

- Tableau de variation

Le folium de Descartes

- Tableau de variation

t	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{x}(t)$		$+$	$\Vert$	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\searrow$	0
$\dot{y}(t)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	0

Le folium de Descartes

- Tableau de variation

t	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{x}(t)$		$+$	$\Vert$	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\searrow$	0
$\dot{y}(t)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	0

"TV"

Le folium de Descartes

- Tableau de variation

t	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{x}(t)$		$+$	$\Vert$	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\searrow$	0
$\dot{y}(t)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	0
	"TV"		AO								

Le folium de Descartes

- Tableau de variation

t	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{x}(t)$		$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
$x(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$ $\|$ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\searrow$	0
$\dot{y}(t)$		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	$+\infty$ $\|$ $-\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	0
	"TV"		AO		TH						

Le folium de Descartes

- Tableau de variation

t	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{x}(t)$		$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
$x(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\searrow$	0
$\dot{y}(t)$		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	0
	"TV"		AO		TH		TV				

Le folium de Descartes

- Tableau de variation

t	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{x}(t)$		$+$	$\parallel$	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty \parallel -\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\searrow$	0
$\dot{y}(t)$		$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	$+\infty \parallel -\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	0
	"TV"		AO		TH		TV		TH		

Le folium de Descartes

- Tableau de variation

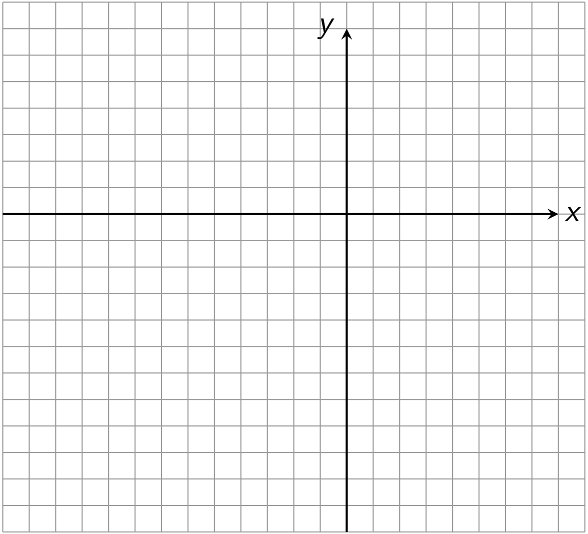
t	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$\dot{x}(t)$		$+$	$\Vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	
$x(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$ $\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\searrow$	0
$\dot{y}(t)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$y(t)$	0	$\searrow$	$+\infty$ $\Vert$ $-\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[3]{2}$	$\nearrow$	$\sqrt[3]{4}$	$\searrow$	0
	"TV"		AO		TH		TV		TH		"TV"

Exemple

- Représentation du
  folium de Descartes

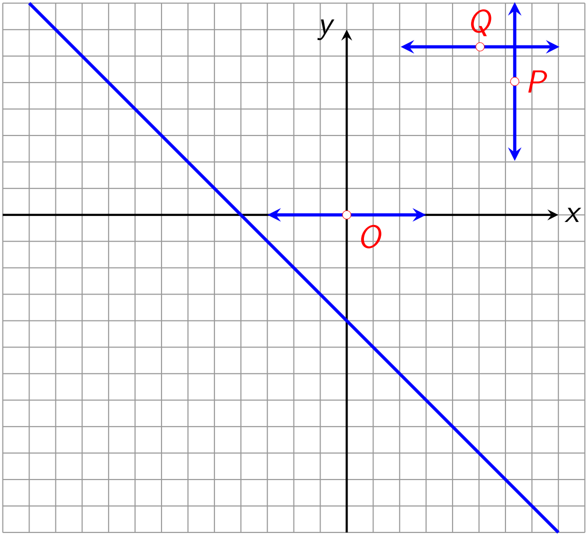
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



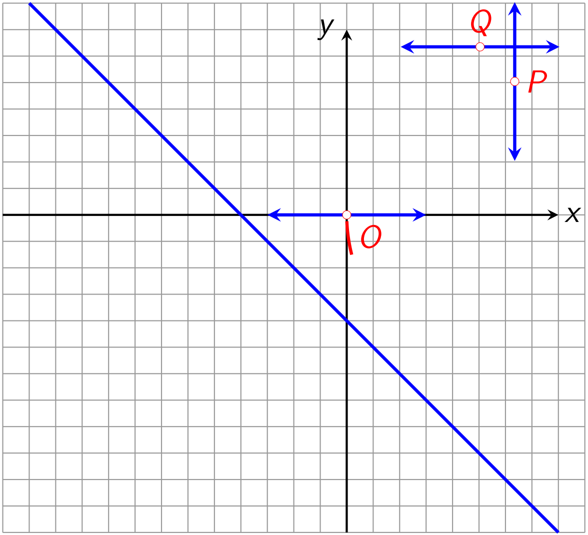
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



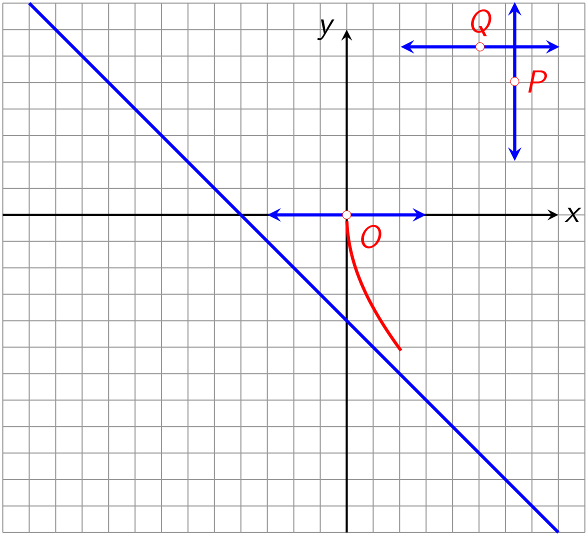
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



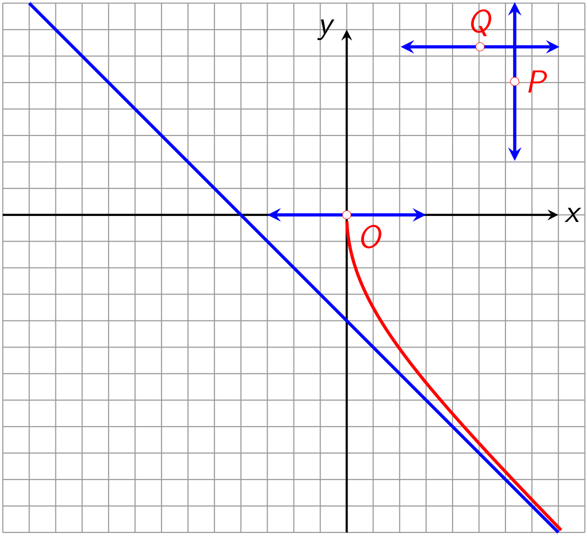
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



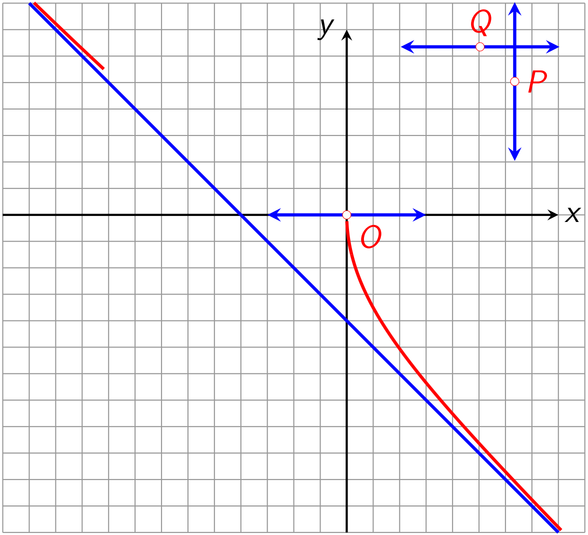
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



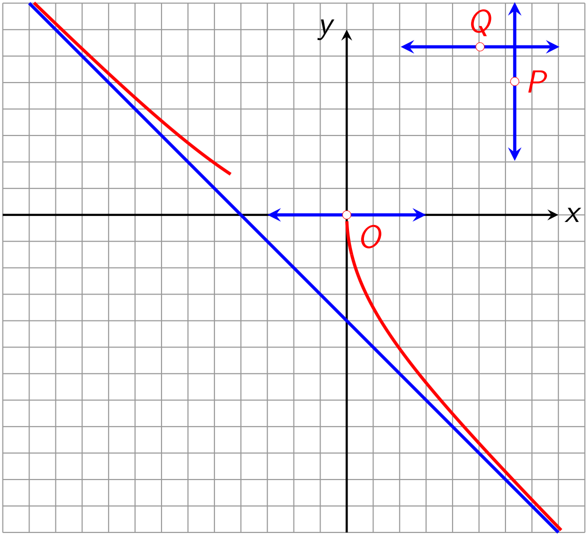
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



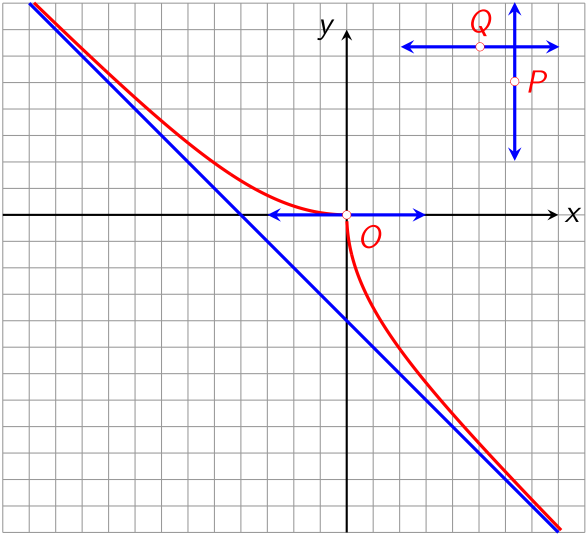
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



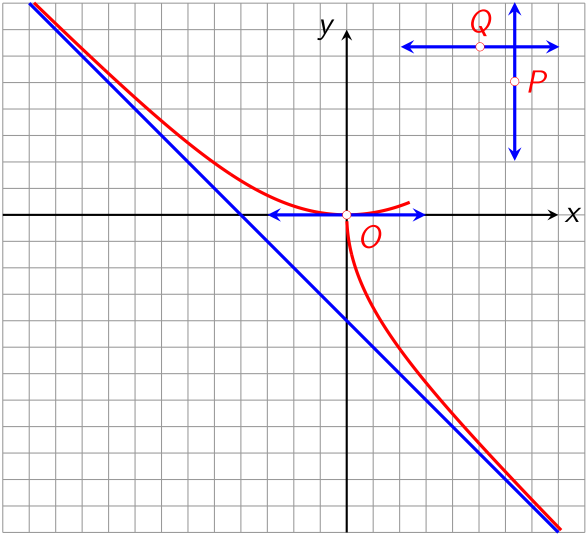
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



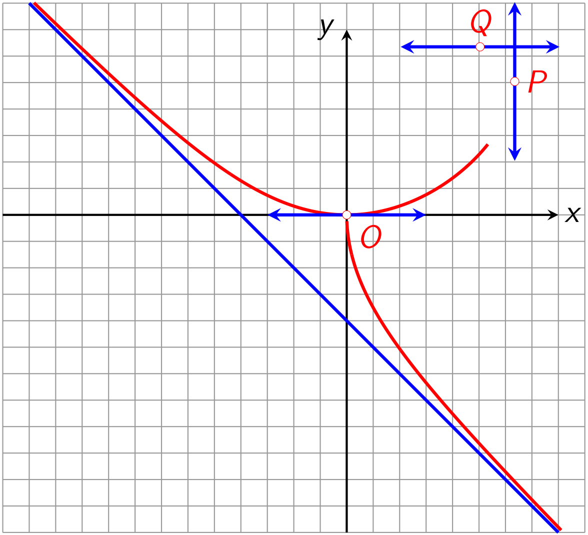
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



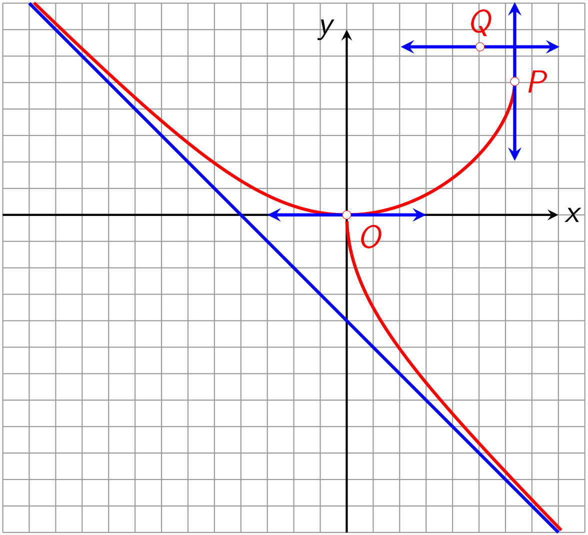
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



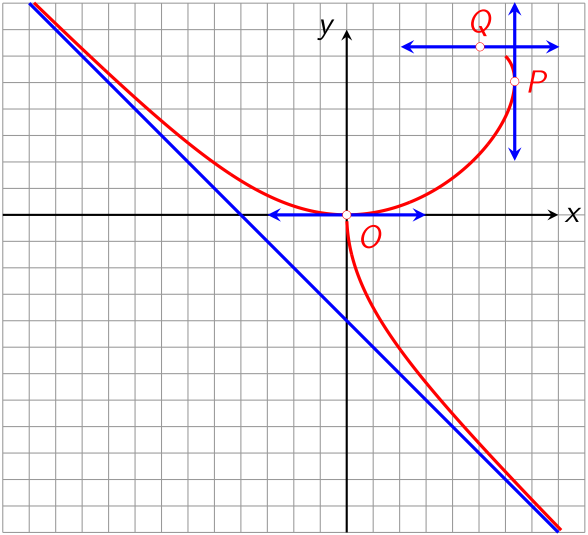
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



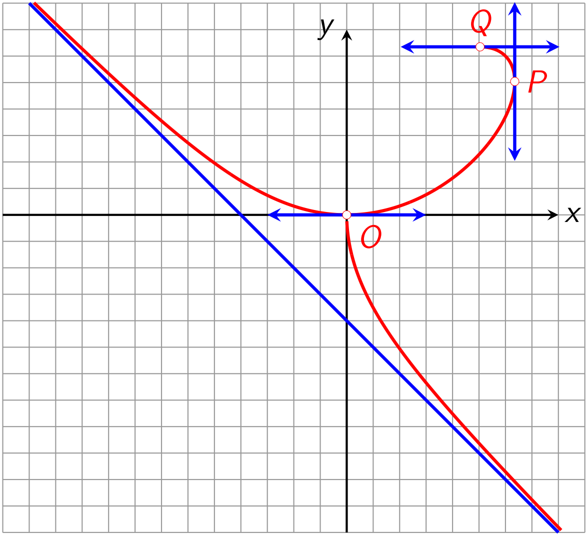
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



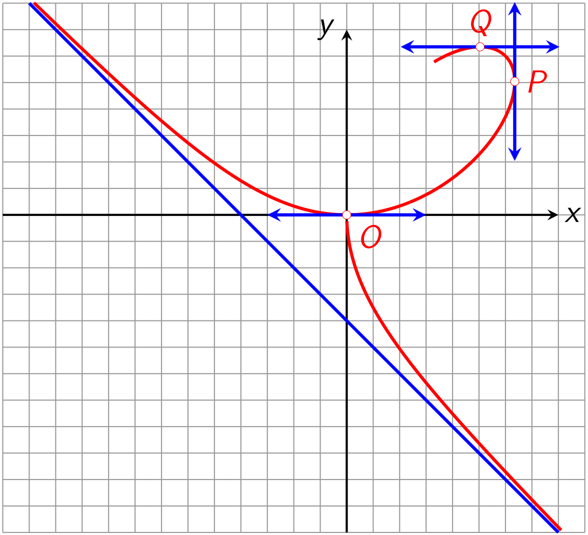
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



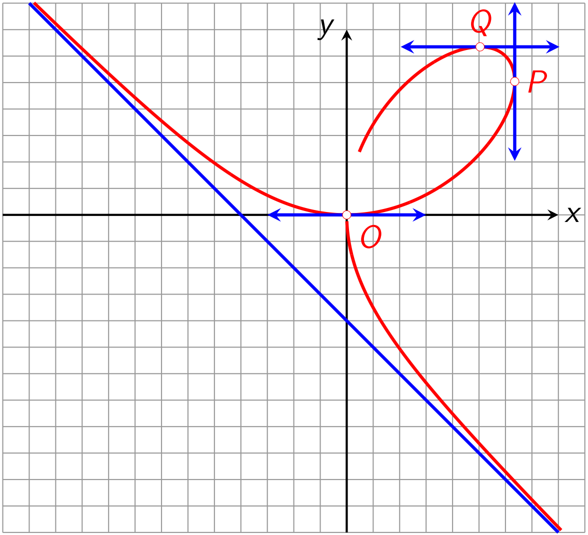
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



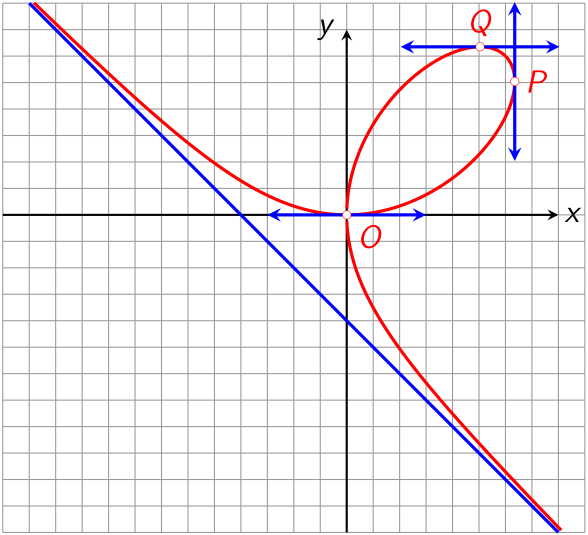
Exemple

- Représentation du folium de Descartes



Exemple

- Représentation du folium de Descartes



Le folium de Descartes

Remarques historiques :

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne.

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne. Cette étude fut complétée par Huygens en 1692.

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne. Cette étude fut complétée par Huygens en 1692.

Cette courbe est, à l'origine,

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne. Cette étude fut complétée par Huygens en 1692.

Cette courbe est, à l'origine, définie comme
la cubique d'équation : $x^3 + y^3 = 3\,x\,y$.

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne. Cette étude fut complétée par Huygens en 1692.

Cette courbe est, à l'origine, définie comme
la cubique d'équation : $x^3 + y^3 = 3\,x\,y$.

Sous cette forme,

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne. Cette étude fut complétée par Huygens en 1692.

Cette courbe est, à l'origine, définie comme la cubique d'équation : $x^3 + y^3 = 3\,x\,y$.

Sous cette forme, la symétrie du folium de Descartes par rapport à l'axe $y = x$

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne. Cette étude fut complétée par Huygens en 1692.

Cette courbe est, à l'origine, définie comme la cubique d'équation : $x^3 + y^3 = 3\,x\,y$.

Sous cette forme, la symétrie du folium de Descartes par rapport à l'axe $y = x$ apparaît facilement,

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne. Cette étude fut complétée par Huygens en 1692.

Cette courbe est, à l'origine, définie comme la cubique d'équation : $x^3 + y^3 = 3\,x\,y$.

Sous cette forme, la symétrie du folium de Descartes par rapport à l'axe $y = x$ apparaît facilement, en effet si (x, y) est un point de Γ ,

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne. Cette étude fut complétée par Huygens en 1692.

Cette courbe est, à l'origine, définie comme la cubique d'équation : $x^3 + y^3 = 3\,x\,y$.

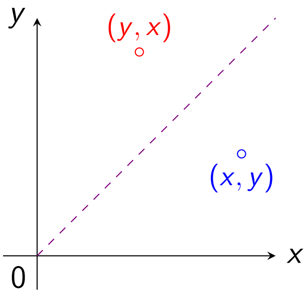
Sous cette forme, la symétrie du folium de Descartes par rapport à l'axe $y = x$ apparaît facilement, en effet si (x, y) est un point de Γ , alors (y, x) l'est aussi.

Le folium de Descartes

Remarques historiques : Le folium est étudié par Descartes et Roberval et apparaît en 1638 lors d'une correspondance avec Mersenne. Cette étude fut complétée par Huygens en 1692.

Cette courbe est, à l'origine, définie comme la cubique d'équation : $x^3 + y^3 = 3\,x\,y$.

Sous cette forme, la symétrie du folium de Descartes par rapport à l'axe $y = x$ apparaît facilement, en effet si (x, y) est un point de Γ , alors (y, x) l'est aussi.



Le folium de Descartes

On obtient une paramétrisation de cette courbe

Le folium de Descartes

On obtient une paramétrisation de cette courbe en posant : $y = t\,x$.

Le folium de Descartes

On obtient une paramétrisation de cette courbe en posant : $y = t\,x$.

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 3\,x\,y \\ y = t\,x \end{cases}$$

Le folium de Descartes

On obtient une paramétrisation de cette courbe en posant : $y = t\,x$.

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 3\,x\,y \\ y = t\,x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + (t\,x)^3 = 3\,x\,(t\,x) \\ y = t\,x \end{cases}$$

Le folium de Descartes

On obtient une paramétrisation de cette courbe en posant : $y = t\,x$.

$$\left\{\begin{array}{l} x^3 + y^3 = 3\,x\,y \\ y = t\,x \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} x^3 + (t\,x)^3 = 3\,x\,(t\,x) \\ y = t\,x \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} x^2\,\left[x\,(1 + t^3) - 3t\right] = 0 \\ y = t\,x \end{array}\right.$$

Le folium de Descartes

On obtient une paramétrisation de cette courbe en posant : $y = t\,x$.

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 3\,x\,y \\ y = t\,x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + (t\,x)^3 = 3\,x\,(t\,x) \\ y = t\,x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2\,[\,x\,(1+t^3) - 3t\,] = 0 \\ y = t\,x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3t}{1+t^3} \\ y = \frac{3t^2}{1+t^3}\,. \end{cases}$$