

**EPFL****1****Enseignant·es: Bossoney, Dubuis, Khukhro****Analyse 1 - CMS****9 janvier 2024****Durée : 105 minutes**

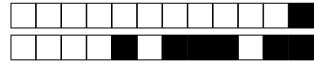
# Robin des Bois

**SCIPER : 999999**

**Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 12 questions et 12 pages, les dernières pouvant être vides. Le total est de 30 points. Ne pas dégrafer.**

- Posez votre carte d'étudiant sur la table et vérifiez votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :  
les points indiqués si la réponse est correcte,  
0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,  
0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes   Observe this guidelines   Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse   select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse   NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse   Correct an answer Antwort korrigieren
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
ce qu'il ne faut PAS faire   what should NOT be done   was man NICHT tun sollte		
<input checked="" type="checkbox"/>		



## Quelques formules de trigonométrie

### Formules d'addition :

$$\begin{aligned}\sin(x+y) &= \sin x \cos y + \cos x \sin y & \cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \tan(x+y) &= \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}\end{aligned}$$

### Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

### Formules de transformation produit-somme :

$$\begin{aligned}\cos(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \sin(y) &= -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]\end{aligned}$$

### Formules de transformation somme-produit :

$$\begin{aligned}\cos x + \cos y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \cos x - \cos y &= -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \\ \sin x + \sin y &= 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \sin x - \sin y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\end{aligned}$$

### Expressions des fonctions trigonométriques en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ :

$$\sin x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \cos x = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \tan x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$



## Première partie, questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

### Question 1 (3 points)

Soient  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  des fonctions dérivables sur  $\mathbb{R}$ . Calculer l'approximation linéaire  $A$  de  $(f \circ g)(x_0 + \Delta x)$  en  $x_0 = 2$  pour  $\Delta x = 0, 1$ .

Les valeurs suivantes sont données:

$$\begin{array}{llllll} f(2) = 3 & f(5) = 7 & f'(2) = 13 & f'(5) = 19 & f'(17) = 29 \\ g(2) = 5 & g(3) = 11 & g'(2) = 17 & g'(3) = 23 & g'(13) = 31 \end{array}$$

- $A = 9,9$   
  $A = 7,1$   
  $A = 39,3$

- $A = 37,1$   
  $A = 29,1$   
  $A = 18,6$

### Question 2 (3 points)

La limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2} + 4x)(4 - \sin(3x))$$

vaut

20.  
  $-\infty$ .  
  $+\infty$ .

12.  
 0.  
  $-20$ .

### Question 3 (3 points)

Soit  $a$  un paramètre réel et soit la fonction

$$f(x) = \frac{2x^2 + ax + a + 10}{x^2 + 2x - 3}.$$

Pour quelle valeur du paramètre  $a$  la fonction est-elle prolongeable par continuité en  $x = 1$  ?

- $a = -6$   
  $a = -3$   
  $a = 2$

- Pour tout  $a \in \mathbb{R}$   
  $a = 1$   
 Pour aucune valeur de  $a$

**Question 4** (3 points)

On considère la fonction  $f$  définie au voisinage de  $x_0 = 0$  par  $f(0) = 0$  et

$$f(x) = \frac{-2 \sin^2(x) + \sin(x) \sin(2x) - (6 \cos(x) - 6) \sin^2(x)}{\tan(x^2)} \quad \text{pour } x \neq 0.$$

Parmi les fonctions ci-dessous, laquelle est un infiniment petit équivalent (IPE) de  $f$  au voisinage de  $x_0 = 0$  ?

$-4x^2$

$-2x^2$

$-3x^2$

$2x^2$

$4x^2$

$2x$

$2x^3$

$-2x$

$3x^2$

**Question 5** (3 points)

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2} & \text{si } x < 2, \\ 2 & \text{si } x = 2, \\ (x - 2)^2 + \frac{5}{2} & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

Parmi les couples de valeurs pour  $\varepsilon$  et  $\delta$  suivants, lequel vérifie

$$\forall x, |x - 2| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(2)| < \varepsilon.$$

$\varepsilon = 1/2, \delta = 1/4.$

$\varepsilon = 1, \delta = 3/2.$

$\varepsilon = 1, \delta = 1/2.$

$\varepsilon = 1/4, \delta = 1/2.$

**Vrai ou faux**

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

**Question 6** (1 point)

Soit  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  continue sur l'intervalle  $[0, 1]$ . Si  $f(0) < -3$  et si  $f(1) > 4$ , alors  $\exists x_0 \in ]0, 1[$  tel que  $f(x_0) \in [-3, 4]$ .

VRAI       FAUX

**Question 7** (1 point)

Soient  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie au voisinage de  $+\infty$  et deux suites  $(x_n), (y_n)$  telles que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = +\infty.$$

S'il existe  $l \in \mathbb{R}$  tel que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(y_n) = l$ , alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$ .

VRAI       FAUX

**Question 8** (1 point)

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie au voisinage de  $+\infty$ . Si  $f$  ne tend pas vers 0 quand  $x \rightarrow +\infty$ , alors il n'existe aucune suite  $(x_n)$  telle que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 0.$$

VRAI       FAUX

**Question 9** (1 point)

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue en  $x_0$  mais non dérivable en  $x_0$ . La fonction  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $g(x) = (x - x_0)f(x)$  est dérivable en  $x_0$ .

VRAI       FAUX

**Question 10** (1 point)

Soient  $a < b$  et  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tels que la fonction dérivée  $f'$  est continue sur l'intervalle fermé  $[a, b]$ . On suppose de plus que  $f'$  est dérivable sur  $]a, b[$ . Alors  $\exists x_0 \in ]a, b[$  tel que

$$\frac{f'(b) - f'(a)}{b - a} = f''(x_0).$$

VRAI       FAUX



## Deuxième partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

**Question 11:** *Cette question est notée sur 5 points.*

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> .5	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .5	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .5	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .5	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .5
<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5

On se donne le point  $P(2, 1)$  et les paraboles

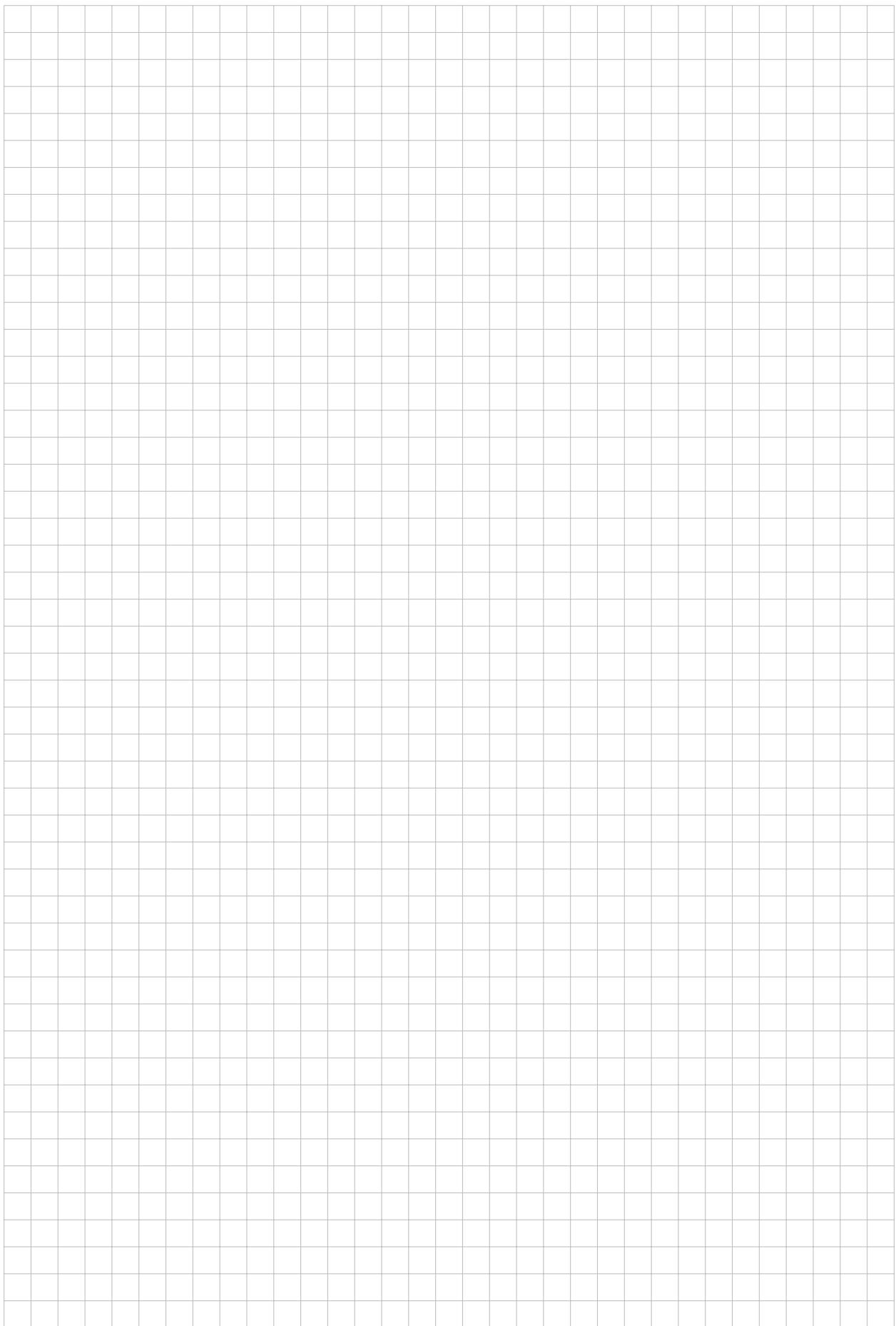
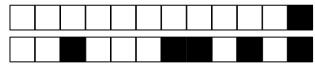
$$f_1(x) = x^2 + 2x - 7, \quad f_2(x) = -2x^2 + x - 1$$

- Déterminer l'équation de la tangente  $t_1$  au graphe de  $f_1$  au point  $P$ .
- Déterminer les équations de toutes les tangentes au graphe de  $f_2$  passant par  $P$ .
- Calculer l'angle géométrique formé en  $P$  par chacune des tangentes trouvées en (b) avec la droite  $t_1$  trouvée en (a).



+1/7/54+







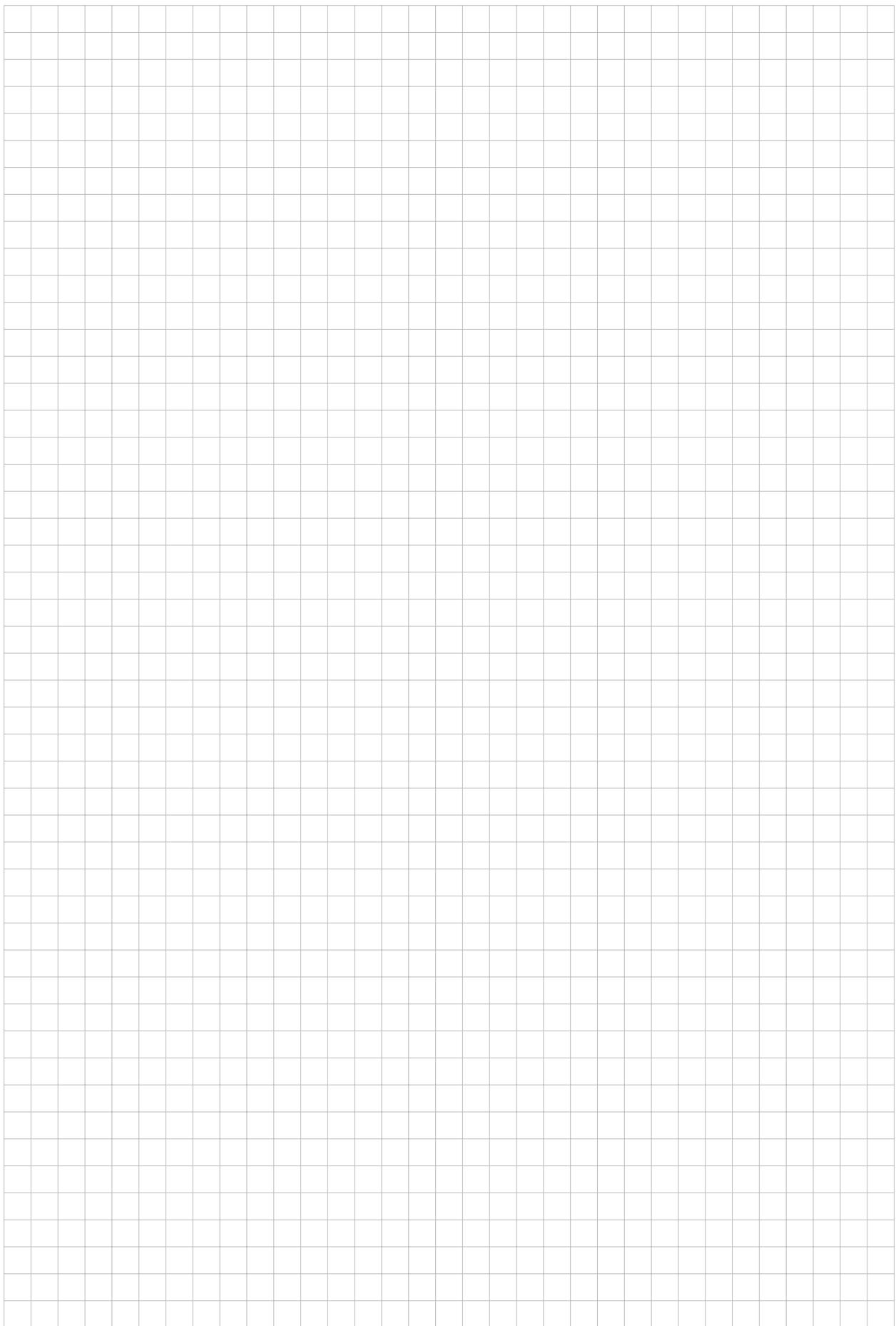
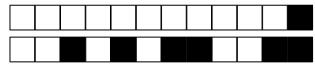
**Question 12:** Cette question est notée sur 5 points.

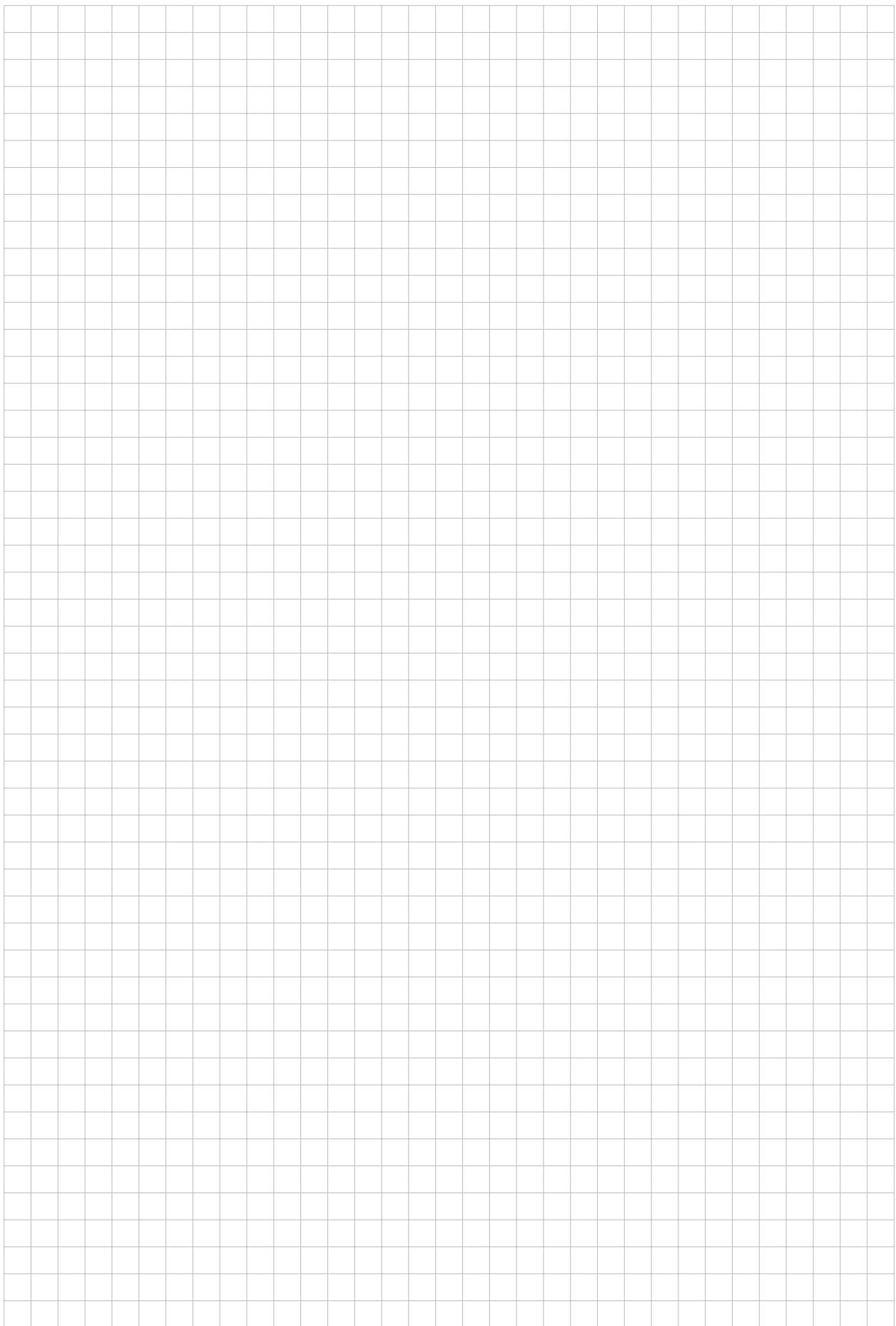
.5    .5    .5    .5    .5  
 0    1    2    3    4    5

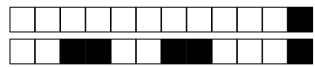
Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 \cos\left(\frac{1}{\sin(x)}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

- (a) En présentant vos étapes de calcul, calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  et en déduire que  $f$  est continue en  $x = 0$ .
- (b) En présentant vos étapes de calcul, calculer le nombre dérivé  $f'(0)$ .
- (c) En utilisant les règles de calcul, calculer  $f'(x)$  pour  $x \neq 0$ .
- (d) En justifiant votre réponse, déterminer si la fonction  $f$  est continûment dérivable en  $x = 0$ .







**EPFL****2****Enseignant·es: Bossoney, Dubuis, Khukhro****Analyse 1 - CMS****9 janvier 2024****Durée : 105 minutes**

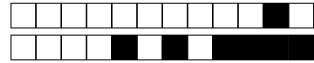
# Marianne

**SCIPER : 88888**

**Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 12 questions et 12 pages, les dernières pouvant être vides. Le total est de 30 points. Ne pas dégrafer.**

- Posez votre carte d'étudiant sur la table et vérifiez votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :  
les points indiqués si la réponse est correcte,  
0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,  
0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes   Observe this guidelines   Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse   select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse   NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse   Correct an answer Antwort korrigieren
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ce qu'il ne faut PAS faire   what should NOT be done   was man NICHT tun sollte		



## Quelques formules de trigonométrie

### Formules d'addition :

$$\begin{aligned}\sin(x+y) &= \sin x \cos y + \cos x \sin y & \cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \tan(x+y) &= \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}\end{aligned}$$

### Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

### Formules de transformation produit-somme :

$$\begin{aligned}\cos(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \sin(y) &= -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]\end{aligned}$$

### Formules de transformation somme-produit :

$$\begin{aligned}\cos x + \cos y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \cos x - \cos y &= -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \\ \sin x + \sin y &= 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \sin x - \sin y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\end{aligned}$$

### Expressions des fonctions trigonométriques en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ :

$$\sin x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \cos x = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \tan x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$



## Première partie, questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

### Question 1 (3 points)

Soit  $a$  un paramètre réel et soit la fonction

$$f(x) = \frac{2x^2 + ax + a + 10}{x^2 + 2x - 3}.$$

Pour quelle valeur du paramètre  $a$  la fonction est-elle prolongeable par continuité en  $x = 1$  ?

- |                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> $a = -6$ | <input type="checkbox"/> Pour aucune valeur de $a$    |
| <input type="checkbox"/> $a = 2$  | <input type="checkbox"/> Pour tout $a \in \mathbb{R}$ |
| <input type="checkbox"/> $a = -3$ | <input type="checkbox"/> $a = 1$                      |

### Question 2 (3 points)

Soient  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  des fonctions dérivables sur  $\mathbb{R}$ . Calculer l'approximation linéaire  $A$  de  $(f \circ g)(x_0 + \Delta x)$  en  $x_0 = 2$  pour  $\Delta x = 0, 1$ .

Les valeurs suivantes sont données:

$$\begin{array}{llllll} f(2) = 3 & f(5) = 7 & f'(2) = 13 & f'(5) = 19 & f'(17) = 29 \\ g(2) = 5 & g(3) = 11 & g'(2) = 17 & g'(3) = 23 & g'(13) = 31 \end{array}$$

- |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $A = 37, 1$ | <input type="checkbox"/> $A = 9, 9$  |
| <input type="checkbox"/> $A = 29, 1$ | <input type="checkbox"/> $A = 39, 3$ |
| <input type="checkbox"/> $A = 18, 6$ | <input type="checkbox"/> $A = 7, 1$  |

### Question 3 (3 points)

La limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2} + 4x)(4 - \sin(3x))$$

vaut

- |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 20.         | <input type="checkbox"/> 0.          |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$ . | <input type="checkbox"/> $+\infty$ . |
| <input type="checkbox"/> -20.        | <input type="checkbox"/> 12.         |

**Question 4** (3 points)On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2} & \text{si } x < 2, \\ 2 & \text{si } x = 2, \\ (x - 2)^2 + \frac{5}{2} & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

Parmi les couples de valeurs pour  $\varepsilon$  et  $\delta$  suivants, lequel vérifie

$$\forall x, |x - 2| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(2)| < \varepsilon.$$

$\varepsilon = 1, \delta = 1/2.$

$\varepsilon = 1/2, \delta = 1/4.$

$\varepsilon = 1/4, \delta = 1/2.$

$\varepsilon = 1, \delta = 3/2.$

**Question 5** (3 points)On considère la fonction  $f$  définie au voisinage de  $x_0 = 0$  par  $f(0) = 0$  et

$$f(x) = \frac{-2 \sin^2(x) + \sin(x) \sin(2x) - (6 \cos(x) - 6) \sin^2(x)}{\tan(x^2)} \quad \text{pour } x \neq 0.$$

Parmi les fonctions ci-dessous, laquelle est un infiniment petit équivalent (IPE) de  $f$  au voisinage de  $x_0 = 0$  ?

$2x$

$2x^2$

$3x^2$

$-2x^2$

$2x^3$

$-3x^2$

$4x^2$

$-4x^2$

$-2x$

**Vrai ou faux**

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

**Question 6** (1 point)

Soit  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  continue sur l'intervalle  $[0, 1]$ . Si  $f(0) < -3$  et si  $f(1) > 4$ , alors  $\exists x_0 \in ]0, 1[$  tel que  $f(x_0) \in [-3, 4]$ .

VRAI       FAUX

**Question 7** (1 point)

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie au voisinage de  $+\infty$ . Si  $f$  ne tend pas vers 0 quand  $x \rightarrow +\infty$ , alors il n'existe aucune suite  $(x_n)$  telle que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 0.$$

VRAI       FAUX

**Question 8** (1 point)

Soient  $a < b$  et  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tels que la fonction dérivée  $f'$  est continue sur l'intervalle fermé  $[a, b]$ . On suppose de plus que  $f'$  est dérivable sur  $]a, b[$ . Alors  $\exists x_0 \in ]a, b[$  tel que

$$\frac{f'(b) - f'(a)}{b - a} = f''(x_0).$$

VRAI       FAUX

**Question 9** (1 point)

Soient  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie au voisinage de  $+\infty$  et deux suites  $(x_n), (y_n)$  telles que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = +\infty.$$

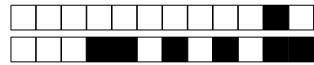
S'il existe  $l \in \mathbb{R}$  tel que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(y_n) = l$ , alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$ .

VRAI       FAUX

**Question 10** (1 point)

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue en  $x_0$  mais non dérivable en  $x_0$ . La fonction  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $g(x) = (x - x_0)f(x)$  est dérivable en  $x_0$ .

VRAI       FAUX



## Deuxième partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

**Question 11:** *Cette question est notée sur 5 points.*

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> .5	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .5	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .5	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .5	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .5
<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5

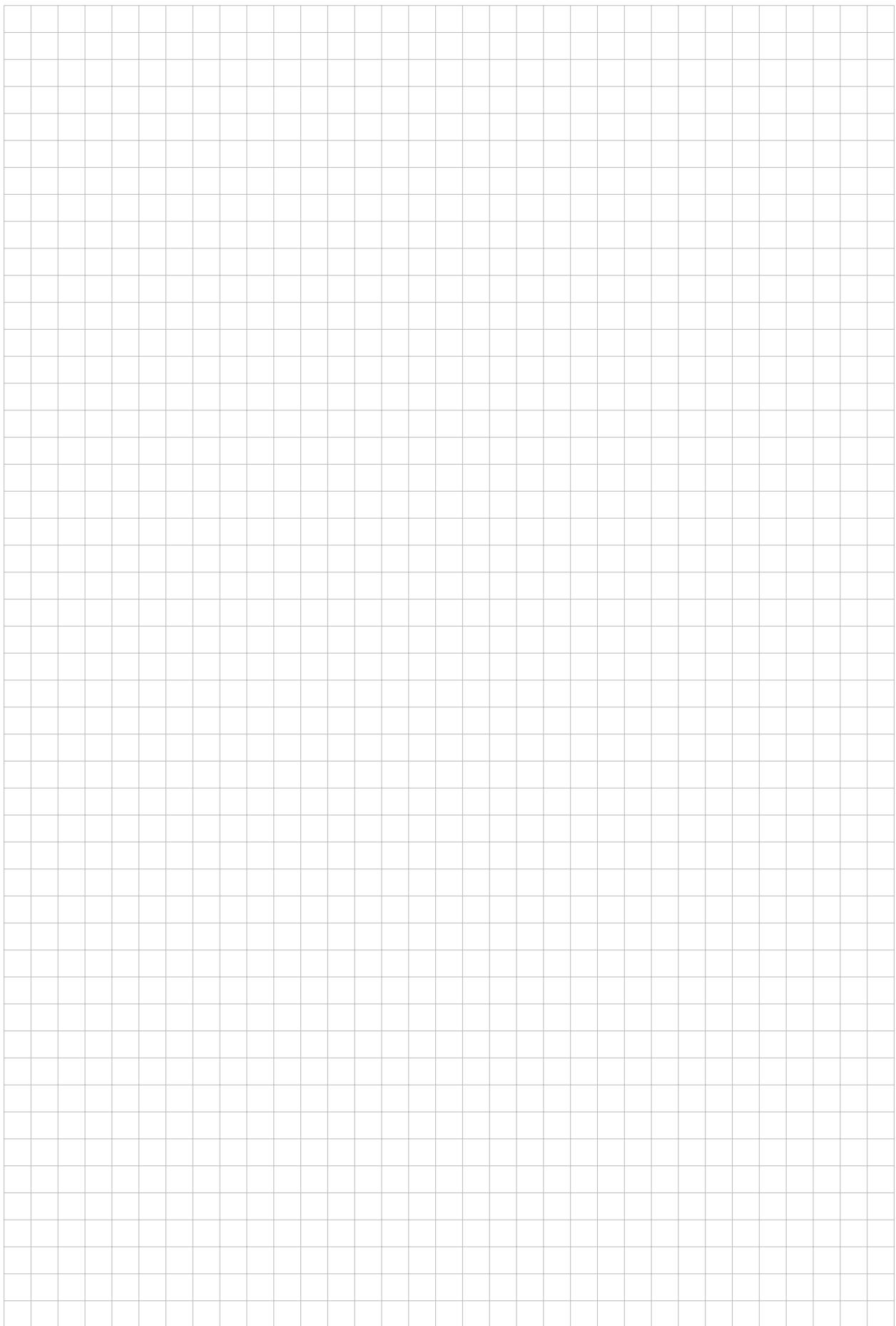
On se donne le point  $P(2, 1)$  et les paraboles

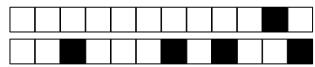
$$f_1(x) = x^2 + 2x - 7, \quad f_2(x) = -2x^2 + x - 1$$

- Déterminer l'équation de la tangente  $t_1$  au graphe de  $f_1$  au point  $P$ .
- Déterminer les équations de toutes les tangentes au graphe de  $f_2$  passant par  $P$ .
- Calculer l'angle géométrique formé en  $P$  par chacune des tangentes trouvées en (b) avec la droite  $t_1$  trouvée en (a).

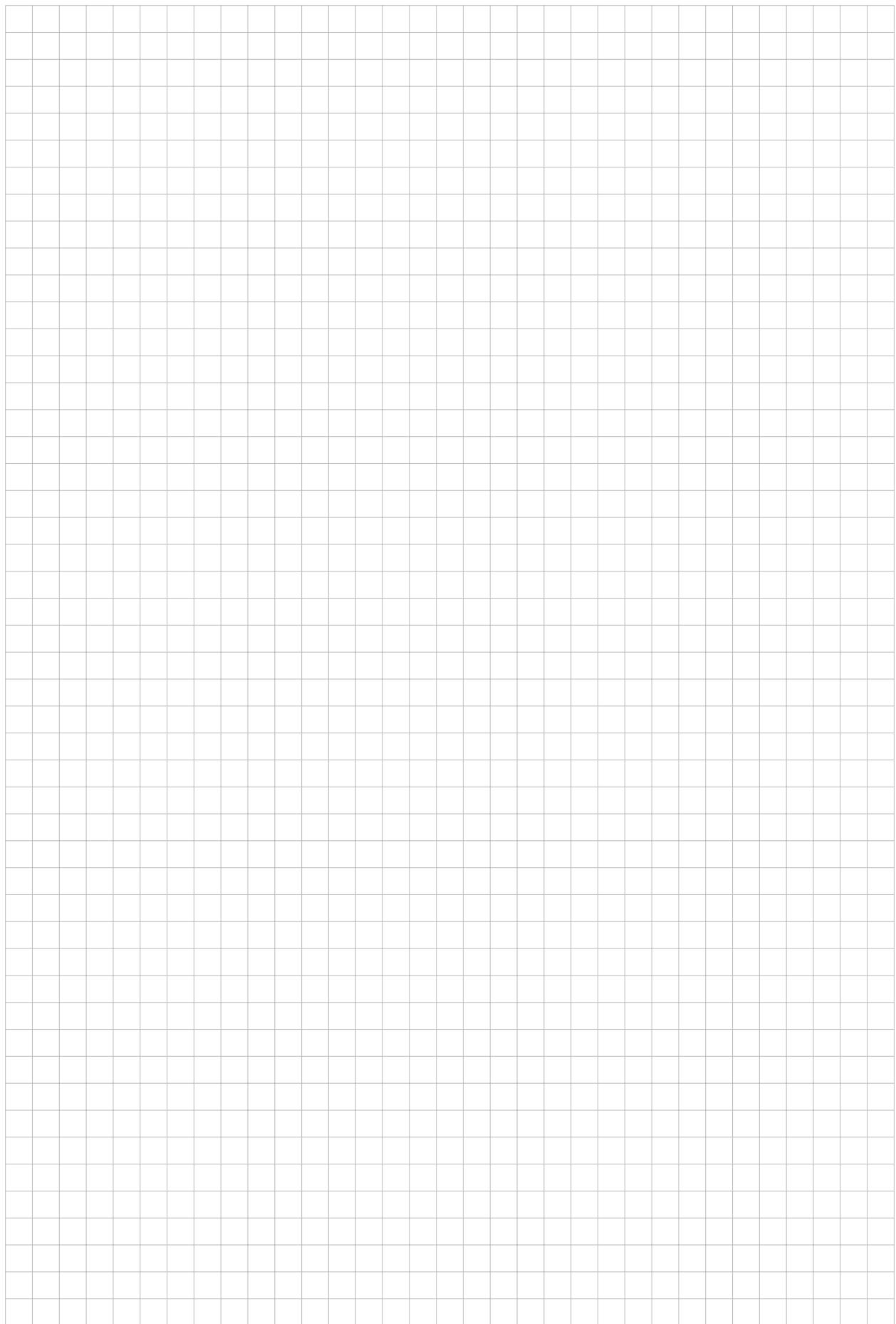


+2/7/42+





+2/8/41+





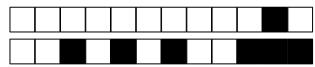
**Question 12:** Cette question est notée sur 5 points.

<input type="checkbox"/>	.5									
<input type="checkbox"/> 0		<input type="checkbox"/> 1		<input type="checkbox"/> 2		<input type="checkbox"/> 3		<input type="checkbox"/> 4		<input type="checkbox"/> 5

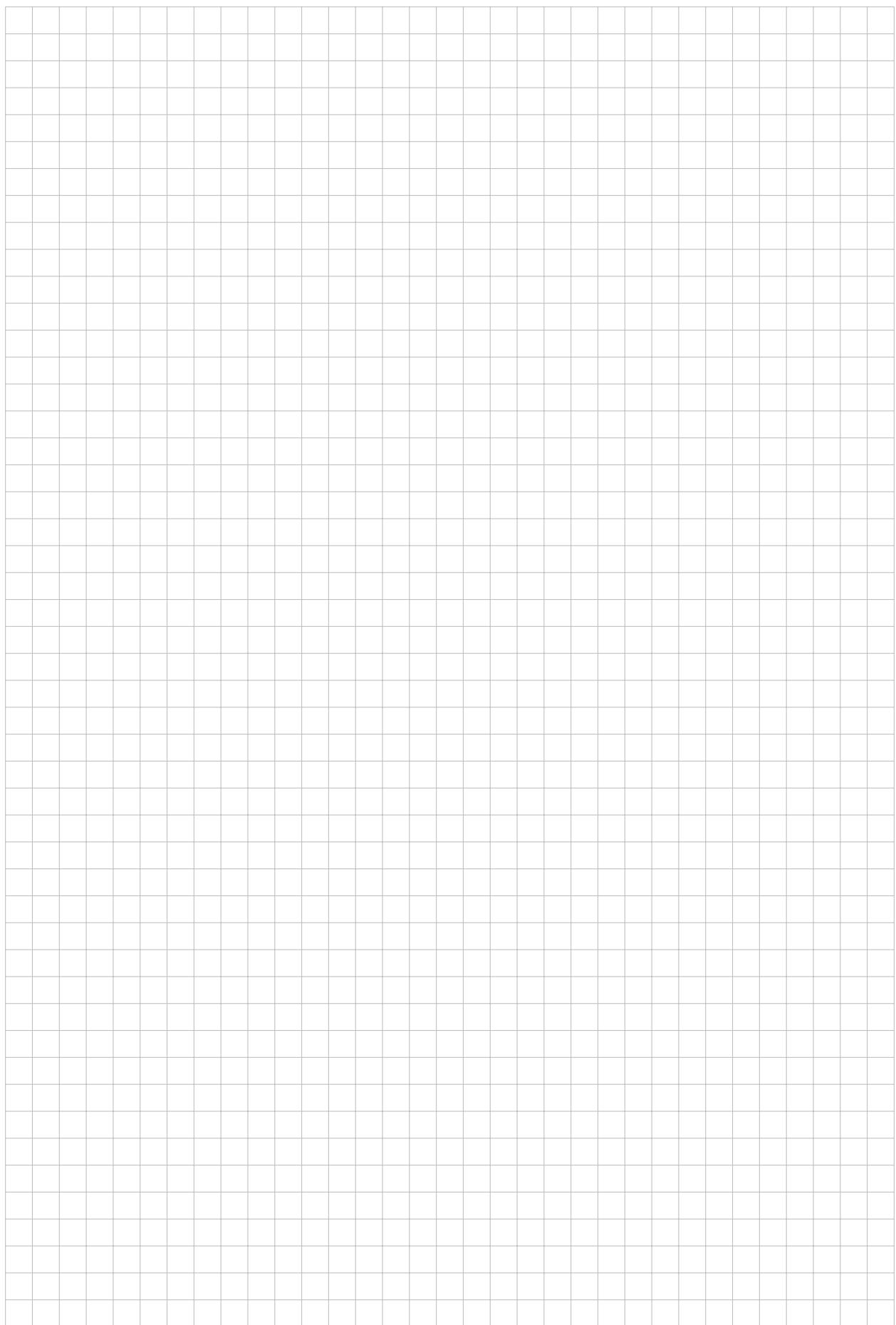
Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 \cos\left(\frac{1}{\sin(x)}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

- (a) En présentant vos étapes de calcul, calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  et en déduire que  $f$  est continue en  $x = 0$ .
- (b) En présentant vos étapes de calcul, calculer le nombre dérivé  $f'(0)$ .
- (c) En utilisant les règles de calcul, calculer  $f'(x)$  pour  $x \neq 0$ .
- (d) En justifiant votre réponse, déterminer si la fonction  $f$  est continûment dérivable en  $x = 0$ .

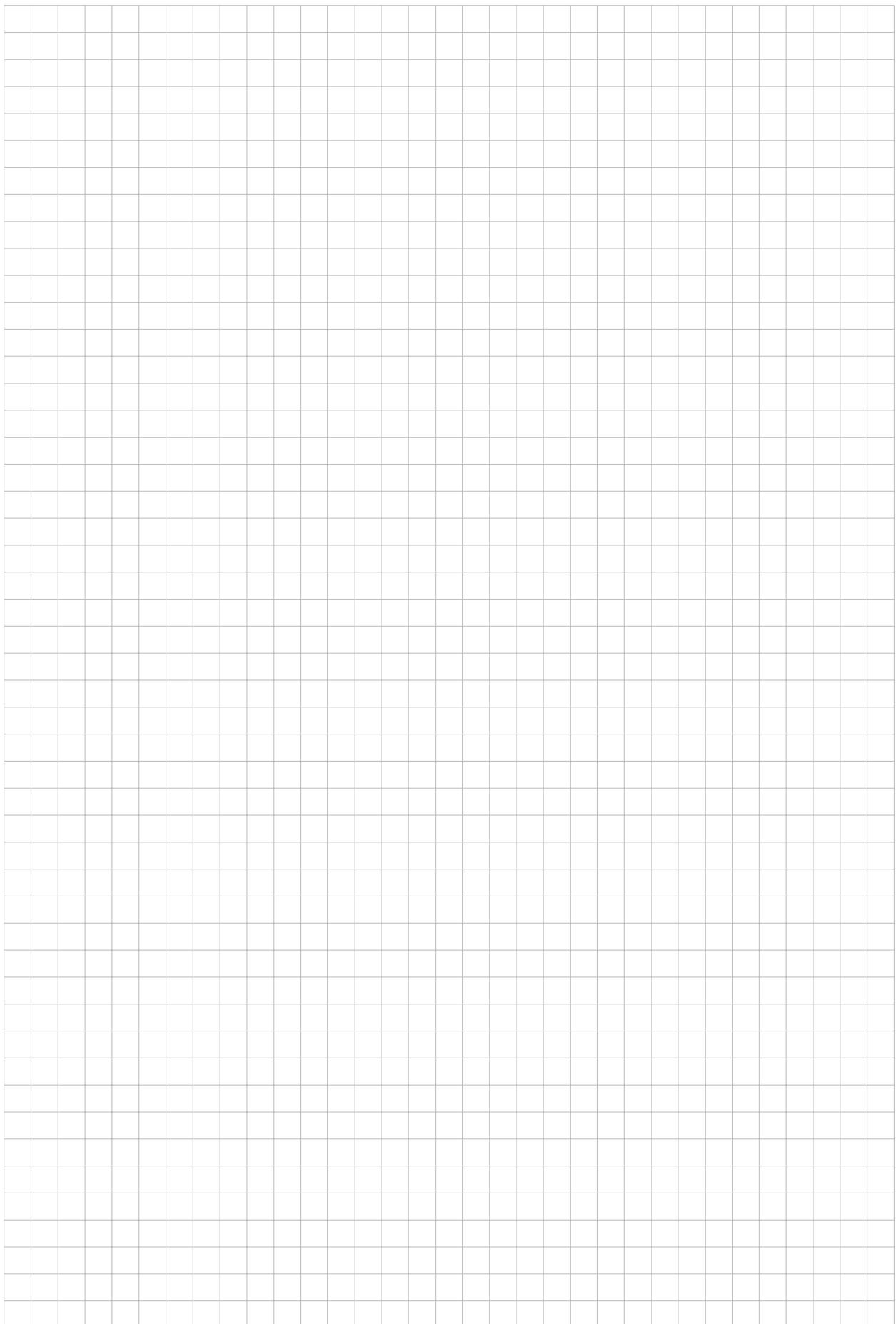


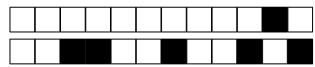
+2/10/39+





+2/11/38+





+2/12/37+