

Un **espace vectoriel** (réel) V est un ensemble muni d'une **structure vectorielle** c'est-à-dire d'une **addition** :

$$V \times V \rightarrow V, \quad (v, w) \rightarrow v + w$$

d'une **multiplication scalaire** :

$$\mathbb{R} \times V \rightarrow V, \quad (\alpha, v) \rightarrow \alpha v$$

et d'un **élément neutre** (ou **nul**) 0_V vérifiant les propriétés suivantes :

$$\forall v \in V, \quad 0_V + v = v + 0_V = v$$

$$\forall v \in V, \quad \exists w \in V, \quad v + w = w + v = 0_V$$

$$\forall v, w \in V, \quad v + w = w + v$$

$$\forall u, v, w \in V, \quad (u + v) + w = u + (v + w)$$

$$\forall v \in V, \quad 1v = v$$

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \quad \forall v \in V, \quad \alpha(\beta v) = (\alpha\beta)v$$

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \quad \forall v, w \in V, \quad \alpha(v + w) = \alpha v + \alpha w$$

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \quad \forall v \in V, \quad (\alpha + \beta)v = \alpha v + \beta v$$