Introduction à l'Astrophysique

Série 5: Enoncé

Laboratoire d'Astrophysique http://lastro.epfl.ch
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Semestre de printemps 2025

Exercice 1 : Atmosphères de planètes

Soit une planète de masse M et de rayon R. Cette planète peut retenir son atmosphère si la vitesse thermique $\bar{v} = \sqrt{2kT/\bar{\mu}m_u}$ des particules est nettement plus petite que la vitesse de libération $v_e = \sqrt{2GM/R}$. On rappelle que $\bar{\mu}$ est la masse moléculaire moyenne, $m_u = 1.66 \times 10^{-27}$ kg l'unité de masse atomique, $k = 1.381 \times 10^{-23}$ m^2 kg s^{-2} K^{-1}, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2} et T la température de l'atmosphère.

a) Soit $H = kT/g\bar{\mu}m_u$ la hauteur équivalente qui caractérise l'épaisseur de l'atmosphère de la planète. Montrez que :

$$\left(\frac{\bar{v}}{v_e}\right)^2 = \frac{H}{R}\,, \tag{1}$$

tel que le poids moléculaire moyen $\bar{\mu}$ est simplement la masse moyenne $\bar{m}$ des molécules en unités de masse atomique m_u, c'est-à-dire :

$$\bar{\mu} = \frac{\bar{m}}{m_u}\,. \tag{2}$$

b) Calculez le rapport H/R pour Mercure, Vénus, la Terre, la Lune, Mars et Titan. Leurs caractéristiques (masse, rayon, température à la surface et éléments principaux dans l'atmosphère) sont répertoriées dans le tableau ci-dessous. Les masses sont exprimées en unité de masse terrestre $M_\oplus = 5.973 \times 10^{24}$ kg et les distances en unité de rayon terrestre $R_\oplus = 6.378 \times 10^6$ m.

	Mercure	Vénus	Terre	Lune	Mars	Titan
$R \quad [R_T]$	0.38	0.95	1	0.27	0.53	0.40
$M \quad [M_T]$	0.055	0.82	1	0.012	0.11	0.023
T_{surf} [K]	443	733	288	250	223	94
éléments	O	CO_2	78% N_2 22% O_2	Ar	CO_2	N_2

Quelles conclusions tirez-vous de vos résultats ?

Exercice 2 : Toutatis et le choc possible avec la Terre

Toutatis, ce petit astéroïde, identifié en 1989 par Christian Pollas, depuis l'observatoire du CERGA (Centre d'Étude et de Recherche en Géodynamique et Astrométrie), a une trajectoire très elliptique. Sa période orbitale est $P = 3.98$ ans. A chaque période, il passe à l'intérieur de l'orbite de la Terre ; en 2004, il est passé à seulement 4.0 distances Terre-Lune de la Terre [1] !

Cet astéroïde est donc susceptible d'entrer en collision avec la Terre un jour. Mais cette possibilité n'est pas pour un avenir proche. Nous allons calculer quelle serait l'énergie de l'impact si un tel phénomène se produisait. Supposons pour simplifier le problème que Toutatis heurte la Terre de façon perpendiculaire à la vitesse orbitale de cette dernière.

a) Calculez la masse de Toutatis en sachant que son volume peut être approximé par un parallélépipède de dimensions $4.6 \times 1.92 \times 2.29$ km. La densité de l'astéroïde est approximativement deux fois celle de l'eau.

b) Calculez la vitesse et l'énergie cinétique qu'aurait l'astéroïde au moment de l'impact. Comparez l'énergie libérée par l'astéroïde par rapport à celle délivrée par l'explosion de la bombe atomique de Nagasaki : $E_{\text{Nag}} \simeq 8.3 \times 10^{13}$ Joules.

c) Nous nous rappelons que l'échelle des magnitudes sismiques de Richter est donnée par une loi linéaire du logarithme de l'énergie libérée :

$$m = k \log_{10} E + C\,. \tag{3}$$

Sachant que l'énergie d'un séisme de magnitude 7 est trente fois supérieure que celle d'un séisme de magnitude 6 et que celle d'un séisme de magnitude 5 est environ l'énergie libérée par une bombe semblable à celle de Nagasaki, trouvez la relation liant la magnitude sismique dans l'échelle de Richter. Calculez la magnitude sismique que provoquerait un impact de Toutatis avec la Terre.

1. http://echo.jpl.nasa.gov/asteroids/4179_Toutatis/toutatis.html