

## Série 4: Enoncé

Laboratoire d'Astrophysique <http://lastro.epfl.ch>  
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne  
Semestre de printemps 2025

### Rappel théorique

---

Dans le problème à 2 corps, on considère deux objets de masse  $m_1$  et  $m_2$ , qui décrivent chacun une orbite elliptique dont le foyer est le centre de masse du système. On avait vu qu'on pouvait traiter cette situation comme un problème à un corps avec une masse réduite  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  en mouvement autour d'une masse fixe  $M = m_1 + m_2$ . La masse  $\mu$  décrit alors une ellipse de demi-grand axe  $a$  autour de  $M$ . Dans ce contexte, la troisième loi de Kepler donne la période de l'orbite :

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)} . \quad (1)$$

### Méthode des vitesses radiales

Considérons un système binaire constitué d'une étoile et d'une planète. Chacun des objets décrit une orbite elliptique dont le foyer est le centre de masse du système. Les raies spectrales stellaires qui nous parviennent (à travers un spectromètre) sont en conséquence tantôt décalées vers le bleu (l'étoile s'approche de l'observateur), tantôt vers le rouge (l'étoile s'éloigne), par effet Doppler.

La mesure de ce décalage spectral est traduite en une vitesse selon la ligne de visée, appelée vitesse radiale. Ce décalage apparaît comme un phénomène périodique et d'amplitude bien inférieure à ce que l'on attendrait d'une perturbation due à un compagnon stellaire. Le décalage s'interprète donc comme la signature d'une perturbation due à la présence d'une planète autour de l'étoile.

C'est ce phénomène qui a conduit à la découverte de la première planète extrasolaire autour d'une étoile semblable à notre Soleil. Cette planète fut découverte autour de l'étoile 51 Peg en 1995 par Michel Mayor et Didier Queloz, de l'Observatoire de Genève (Prix Nobel de Physique 2019). Depuis, plus de 4000 planètes extrasolaires ont été recensées.

### Exercice 1 : Planète extrasolaire

---

Dans la figure 1, on donne la courbe de vitesse radiale mesurée pour l'étoile 51 Peg. En abscisse, on représente la phase de l'orbite, i.e. le temps divisé par la période. Cette dernière vaut  $P = 4.23$  jours.

Lorsque l'orbite est quasi-circulaire, la courbe de la vitesse radiale a la forme d'une sinusoïde. L'excentricité de l'orbite a pour effet de déformer cette sinusoïde. Dans le cas de 51 Peg, la courbe reste très proche d'une sinusoïde, on peut donc supposer que l'orbite est circulaire (i.e. l'excentricité  $e = 0$ ).

Pour simplifier, on supposera en outre que l'angle d'inclinaison  $i$  du plan de l'orbite par rapport au plan du ciel est de  $90^\circ$ . L'étoile 51 Peg est très semblable à notre Soleil, on posera sa masse  $M_\star = M_\odot = 1.98 \times 10^{30}$  kg et son rayon  $R_\star = R_\odot = 6.96 \times 10^8$  m. De plus, la masse de la planète est certainement négligeable par rapport à celle de l'étoile, vu la faible amplitude du mouvement de l'étoile. On donne encore la distance  $d = 14.7$  pc de 51 Peg à la Terre.

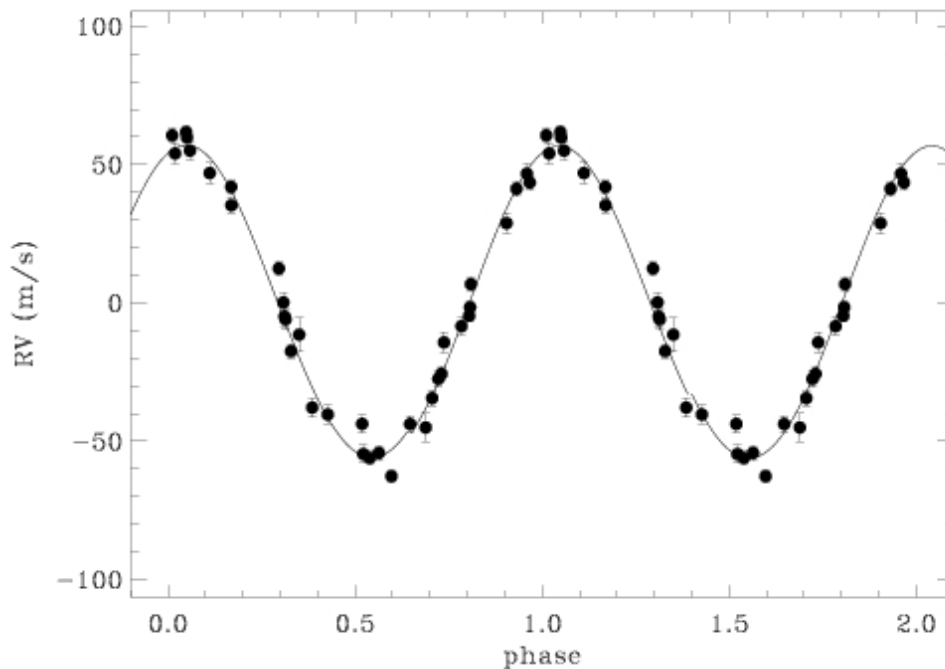


FIGURE 1 – Courbe de vitesse radiale de l'étoile 51 Peg.

- a) A partir de la troisième loi de Kepler, de la conservation de la quantité de mouvement et des informations données ci-dessus, déterminez la masse  $M_p$  de la planète orbitant autour de l'étoile 51 Peg. Comparez cette masse à celle de Jupiter  $M_J = 1.90 \times 10^{27}$  kg.
- b) Un interféromètre a une résolution  $\pi = \lambda/D$ , où  $D$  est la longueur de la base de l'interféromètre. Quelle longueur  $D$  minimale serait nécessaire pour résoudre le système étoile-planète décrit ci-dessus dans les longueurs d'onde visibles (i.e. à  $5'000 \text{ \AA}$ ) ? Comparez la valeur obtenue avec  $D \simeq 100$  m du VLTI.
- c) L'albedo  $A$  d'une planète donne la fraction d'énergie qui est réfléchiée par la planète. Si  $A = 1$ , la planète réfléchit toute l'énergie reçue de la part de l'étoile. Supposons que l'albedo de la planète de 51 Peg vaut  $A = 0.3$ , et que l'énergie rayonnée

par la planète provient principalement de la réflexion de la lumière de son étoile. L'étoile 51 Peg a une certaine luminosité  $L_*$ . Estimez la différence de magnitude entre la planète et l'étoile, en considérant la planète comme un disque de rayon  $R_p = 3.0 \times 10^7$  m, et en supposant que ce disque est éclairé de manière homogène par l'étoile.

- d) On suppose toujours que la planète a un rayon  $R_p = 3.0 \times 10^7$  m. Lorsque la planète passe entre l'étoile et l'observateur, cette première obscurcit une partie de l'étoile, ce qui donne lieu à un transit. D'après les informations données précédemment, combien de temps dure ce transit ? Et quelle est sa profondeur maximale (en terme de magnitude) ?

Indication : supposez que le disque apparent de l'étoile émet de manière homogène.

## Exercice 2 : Absorption dans les amas ouverts

---

Deux amas ouverts, vus l'un à côté de l'autre dans la direction du plan galactique, ont un diamètre angulaire de  $\theta = \alpha$  et  $\theta = 3\alpha$  et un module de distance de 16.0 et 11.0 mag, respectivement. En faisant l'hypothèse que leurs diamètres linéaires sont égaux, déterminez leur distance ainsi que le taux d'absorption par unité de distance  $a = A/r$  (avec  $A$  = absorption totale et  $r$  = distance en kpc). Quelles distances auriez-vous déduits si vous n'aviez pas tenu compte de l'absorption ? (Notez que les amas sont tous deux absorbés par la poussière.)