Introduction à l'Astrophysique

Série 10: Enoncé

Laboratoire d'Astrophysique http://lastro.epfl.ch
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Semestre de printemps 2025

Exercice 1 : Masse par le viriel

Le théorème du viriel permet de déduire la masse d'un système autogravitant en équilibre, si l'on connaît l'énergie cinétique totale. Or l'énergie cinétique est directement liée à la vitesse moyenne des particules. Et cette vitesse est typiquement estimée par des observations spectroscopiques, sensibles par effet Doppler aux vitesses radiales (i.e. composantes parallèles à la ligne de visée). On mesure alors l'écart-type σ_r de la distribution des vitesses radiales. On suppose que cette distribution est gaussienne.

a) En considérant que les vitesses des particules sont isotropes [1], montrez que la masse totale M d'un système en équilibre et avec une dispersion des vitesses radiales σ_r vaut :

$$M = \frac{5R\sigma_r^2}{G} \tag{1}$$

où R est le rayon du système.

b) Déterminez la masse (en $M_\odot$) des objets suivants via le théorème du viriel. Rappel : 1 pc $\approx 3 \cdot 10^{16}$ m, $G \approx 6.67 \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}, and $M_\odot \approx 2 \cdot 10^{30}$ kg.

i. Un amas ouvert ayant une dispersion de vitesse σ_r = 6 km/s et un rayon harmonique R = 1 pc.
ii. Un amas globulaire avec σ_r = 20 km/s et R = 10 pc.
iii. Un amas de galaxies avec σ_r = 1000 km/s et R = 1 Mpc.

Exercice 2 : Masse de Jeans et formation des galaxies

Soit une nébuleuse proto-galactique composée de 90% d'Hydrogène et de 10% d'Helium (fraction massique), c'est-à-dire un nuage avec une masse moléculaire moyenne de $\mu = 1.3$.

a) Supposant que la dispersion de vitesse des particules dans le gaz est σ =160 km s^{-1}, calculez la température de ce gaz. Indication : la constante de Boltzmann vaut $k = 1.38\,10^{-23}$ J K^{-1}, et l'unité de masse atomique vaut $1.66\,10^{-27}$ kg.

1. Indication : $\langle v_i^2 \rangle = \langle v_{i,x}^2 \rangle + \langle v_{i,y}^2 \rangle + \langle v_{i,z}^2 \rangle$, et $\langle v_{i,x}^2 \rangle = \langle v_{i,y}^2 \rangle = \langle v_{i,z}^2 \rangle \ldots$

b) Sachant que la densité de particules est $n = 0.05\,\mathrm{cm}^{-3} = 50000\,\mathrm{m}^{-3}$, calculez la masse volumique de la nébuleuse et sa masse de Jeans, c'est-à-dire sa masse maximale pour que l'equilibre reste maintenu. Rappel : $M_\odot \approx 2\ 10^{30}$ kg.

c) Calculez le rayon de Jeans de cette proto-galaxie et comparez le au rayon de notre Galaxie. $1\mathrm{pc} = 3\ 10^{16}$ m.

d) Supposant que les galaxies les moins massives ont une température proche de la température d'ionisation de l'hydrogène ($\sim$10000 K), estimez la masse de ces galaxies (on considère que de toutes les variables en jeu, seule change la température).

Exercice 3 : Gaz dans les amas de galaxies

Le champ gravitationnel d'un amas de galaxies est tel, que le gaz intergalactique, s'il existe, doit être chaud ($T \sim 10^6$ K) et complètement ionisé. Le milieu intergalactique consiste donc en un plasma d'électrons et de protons qui peuvent interagir. Lors de l'interaction, les électrons subissent une accélération et deviennent capables soit d'absorber, soit d'émettre des photons. Lorsqu'un électron émet un photon, il est freiné du fait de la perte d'énergie qui s'en suit. Le rayonnement résultant de l'interaction d'un électron et d'un proton est donc appelé rayonnement de freinage ou aussi bremsstrahlung. Il s'agit d'un rayonnement de freinage *thermique*, puisqu'il doit son origine à un gaz chauffé.

Le spectre de ce rayonnement dépend de la densité d'électrons, n_e, disponibles et de la température T du gaz :

$$l_\nu\ d\nu = 5.44 \times 10^{-39} \times 4\pi n_e^2 \times T^{-1/2} \times \exp(-h\nu/kT)\ d\nu \text{ erg s}^{-1}\text{cm}^{-3}$$

L'intégrale sur toutes les fréquences donne la densité volumique de rayonnement disponible

$$L_{\text{vol}} = \int l_\nu\ d\nu = 1.42 \times 10^{-27}\ n_e^2\ \sqrt{T} \text{ erg s}^{-1}\text{ cm}^{-3} \tag{2}$$

L'amas de galaxies de la Vierge contient une grande quantité de gaz intergalactique chaud (7×10^7 K) qui émet dans les rayons X.

a) Si la luminosité X du gaz est $L_X = 1.5 \times 10^{43}$ erg s^{-1}, calculez la densité d'électrons n_e et la masse de gaz en utilisant l'équation (2). Pour cela, considérez que l'amas de la Vierge a un rayon $R = 1.5$ Mpc et que l'amas est complètement rempli d'hydrogène avec $m_H = 1,66 \times 10^{-27}$ kg.

b) La luminosité visuelle de l'amas de la Vierge étant environ $L_V = 1.2 \times 10^{12} L_\odot$, estimez la masse lumineuse de l'amas en considérant un rapport $M/L \sim 3\ M_\odot/L_\odot$ comme pour la Voie Lactée.

c) En faisant l'hypothèse que le gaz à l'intérieur de l'amas ne perd de l'énergie que via bremsstrahlung thermique, utilisez l'expression de l'énergie cinétique par particule pour un gaz parfait :

$$u = \frac{3}{2}kT, \tag{3}$$

pour estimer le temps que vont prendre les particules du gaz (protons et électrons) pour perdre toute leur énergie. Considérez que L_X est constante d'un bout à l'autre de l'amas et durant tout le processus (i.e. ne varie pas au cours du temps). Comment ce temps se compare-t-il à l'âge de l'Univers ?