EPFL

Ens. : Frédéric Courbin
Introduction à l'astrophysique - Physique
6 juillet 2022
Durée : 3 heures (15h15 - 18h15)

1

Zisisme

Corrigé

SCIPER : 31415

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page.

Ce document est imprimé recto-verso, il contient 16 pages, les dernières pouvant être vides.

Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une calculatrice est permise pendant l'épreuve.
- Aucun autre appareil électronique n'est autorisé.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Pour les questions de type **vrai-faux**, on comptera :
  $+1$ point si la réponse est correcte,
  0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  -0.5 point si la réponse est incorrecte.
  – Le total des points point ne pourra être négatif
- Si besoin demandez du papier brouillon aux assistants
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.
- Le total des points à obtenir est de 60.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

Pour votre examen, imprimez de préférence les documents compilés à l'aide de auto-multiple-choice.

Première partie, questions du type Vrai ou Faux

Pour chaque question, marquer (sans faire de ratures) la case VRAI si l'affirmation est **toujours vraie** ou la case FAUX si elle **n'est pas toujours vraie** (c'est-à-dire si elle est parfois fausse).

Question 1 Les étoiles les plus chaudes sont plus bleues que les étoiles les plus froides.

■ VRAI □ FAUX

Question 2 La Luminosité d'une étoile, donnée par $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ n'est correcte que dans le filtre V.

□ VRAI ■ FAUX

Question 3 Dans un diagramme HR, les étoiles se déplacent le long de la séquence principale au cours de leur vie.

□ VRAI ■ FAUX

Question 4 Les photons peuvent imprimer une force sur un astre.

■ VRAI □ FAUX

Question 5 Un diagramme de HR, de Hertzprung-Russell permet d'estimer l'âge des étoiles des amas stellaires.

■ VRAI □ FAUX

Question 6 Tous les éléments chimiques plus légers que le Fer sont fabriqués dans les étoiles sur la séquence principale dans le diagramme HR.

□ VRAI ■ FAUX

Question 7 Les constantes de Oort permettent de mesurer la vitesse angulaire du Soleil dans la Voie Lactée et son accélération.

■ VRAI □ FAUX

Question 8 La Terre est légèrement plus proche du Soleil en été

□ VRAI ■ FAUX

Question 9 Dans le diagramme HR, une étoile avec un indice de couleur $B - V = 1$ est plus bleue qu'une autre avec $B - V = 2$

■ VRAI □ FAUX

Question 10 Une étoile naine blanche peut potentiellement briller aussi longtemps que le temps de vie de l'Univers.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 11 Une étoile est vue au zénith un soir de pleine Lune est vue aussi au zénith 24h après.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 12 Il est impossible de mesurer la magnitude bolométrique directement, seulement de l'estimer à partir d'autres mesures de magnitude dans des filtres.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 13 Jupiter a 4 Lunes principales. Celle la plus lointaine de Jupiter a une vitesse sur orbite plus grande que la plus proche.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 14 La résolution d'une observation ne dépend que de la longueur d'onde et du diamètre du télescope.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 15 Plus une étoile est massive plus elle vit longtemps.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 16 Le diagramme HR d'une population d'étoiles mesure leur luminosité et leur température

■ VRAI ☐ FAUX

Question 17 Les réactions nucléaires dans les étoiles s'allument grâce à la force de gravitation.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 18 Le temps de chute libre d'un astre en effondrement peut se calculer avec la 3ième loi de Képler.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 19 Seul 4% de la matière présente dans l'Univers est sombre.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 20 Les galaxies elliptiques deviennent ensuite des galaxies spirales au cours de leur existence, selon la séquence évolutive de Hubble.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 21 L'évolution d'une étoile dépend principalement de sa masse initiale.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 22 Quand les marées sont hautes en un point de la Terre, elles le sont aussi aux antipodes.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 23 Le phénomène de lentille gravitationnelle ainsi que l'absorption par la poussière interstellaire sont deux phénomènes achromatiques.

☐ VRAI ■ FAUX

Question 24 L'effet de lentille gravitationnelle peut produire plusieurs images d'un même astre.

■ VRAI ☐ FAUX

Question 25 Le module des forces de marée décroît en $1/r^2$

☐ VRAI ■ FAUX

Deuxième partie: Distances en astrophysique

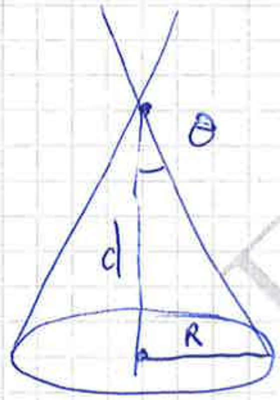
Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être **soigneusement justifiée**, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 26: *Cette question est notée sur 3 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ■3

1- Décrire la méthode des parallaxes en s'aidant de schémas, 2- en quoi cette méthode est liée à la définition du **parsec**, que l'on rappellera ? 3- sachant que les plus petits angles mesurables sur la voute céleste sont de 10^{-6} secondes d'arc, quelle est la distance maximale mesurable par la méthode des parallaxes ?

La méthode des parallaxes est une méthode purement géométrique permettant de mesurer des distances à partir du mouvement orbital de la Terre dont le 1/2 grand axe est connu $R \sim 150.10^6$ km.



θ : angle que soustend le rayon de l'orbite terrestre à une distance d

Si $\theta = 1''$ et $d = 1$ pc on a une parallaxe de $1''$ qui est la définition du parsec (parallaxe de 1 seconde)

Le parsec est la distance à laquelle R soutend un angle de $1''$.

$\theta \approx \frac{R}{d}$ ou $\theta = \frac{1}{d}$ si R est mesuré en UA

Si $\Delta\theta = 10^{-6}$ alors $d = 10^{6}$ pc, distance max mesurable $\rightarrow$ 1 Mpc $\sim$ la distance à M31.

Question 27: *Cette question est notée sur 2 points.*

☐0 ☐1 ■2

On rappelle la définition de la magnitude apparente d'un astre: $m = -2.5 \times \log(F) + K$, où F est le flux lumineux reçu d'un objet de luminosité L depuis une distance d. K est une constant de calibration. 1- établir la différence entre la magnitude apparente m et la magnitude absolue M du même astre s'il était vu à une distance de 10 pc. 2- Comment s'appelle cette relation ?

F est le flux reçu à la distance $d \rightarrow F = L/4\pi d^2$

avec L la luminosité. $m = -2.5 \log\left(\frac{F}{4\pi d^2}\right) + K$

$M = -2.5 \log \frac{F}{4\pi(10)^2} + k$

$m - M = -2.5 \log \frac{F}{4\pi d^2} + 2.5 \log \frac{F}{4\pi\ 10^2}$

$= 2.5 \log \frac{4\pi d^2}{4\pi\ 10^2} = 5 \log d - 5$

Il s'agit du module de distance.

Question 28: *Cette question est notée sur 3 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ■3

Les étoiles du type *Cepheides*, montrent des variations périodiques de leur luminosité, L, dues à leur pulsation en rayon, R. Les variations qui en résultent peuvent atteindre $dm = 1$ mag. Sachant que $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ avec T la température constante de l'étoile pendant les pulsations et que σ est la constante de Stefan-Boltzmann, calculer la variation relative de rayon dR/R qui rend compte d'une variation de luminosité de $dm = 1$ mag.

$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \rightarrow dL = 8\pi R \sigma T^4 dR$ car T cste

$m = -2.5 \log \frac{L}{4\pi d^2} = -2.5 \log e . \ln L$

$+ \underbrace{2.5 \log e \ \ln(4\pi d^2)}_{\text{constant}}$

$dm = -2.5 \log e \frac{dL}{L}$

d'où $dm = -2.5 \log e \cdot \frac{8\pi R \sigma T^4}{4\pi R^2 \sigma T^4} dR$

$= -2.5 \log e \frac{2}{R} dR$

$= -5 \log e \frac{dR}{R}$

$\Rightarrow \frac{dR}{R} = -\frac{dm}{5 \log e}$

Si $dm = 1 \rightarrow \frac{dR}{R} = -\frac{1}{5 \log e} = -0.46$

46 % de variation en rayon paraît énorme mais nous avons négligé toute variation de température, qui ajouterait une terme positif dans dL et diminuerait le dR/R final.

Question 29: *Cette question est notée sur 1 point.*

☐0 ■1

Comment l'expression obtenue à la question 27 se modifie si de la poussière se trouve sur la ligne de visée vers un astre ? Récrire cette expression en tenant compte de l'absorption, A (en magnitudes). La poussière provoque t'elle une sur-estimation ou une sous-estimation de la distance réelle à l'astre (justifier!) ?

Nous avions trouvé $m - M = 5 \log d - 5$

Si A est l'absorption totale intégrée sur la ligne de visée

alors $m - M = 5 \log d - 5 + A$

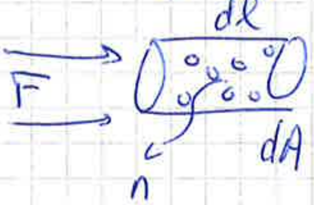
"A" augmente le module de distance (ou "m") et nous sur-estimons donc la distance réelle

Question 30: *Cette question est notée sur 4 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ■4

L'absorption, A, est due à des grains de poussière dont le coefficient d'extinction est $C_{\text{ext}} = \pi \cdot R^2$, où R est le rayon des grains, supposés identiques et repartis uniformément depuis la Terre jusqu'à l'astre à une distance D. 1- Exprimer A en fonction de C_{ext}, D et de la densité numérique des grains, N, par unité de volume. 2- Que vaut N si $D = 50$ kpc pour des grains de poussière de 1 μm de rayon ? On prendra 1 magnitude d'absorption.

On cherche à calculer la diminution de flux par les grains sur la ligne de visée



$$\frac{dF}{F} = -\frac{n\, C_{ext}\, dl\, dA}{dA} = -n\, C_{ext}\, dl$$

dF/F est la fraction de la surface dA "écrantée" par les n grains par unité de volume. On note $dF/F = -\tau(l)$

La solution de l'équation diff est $F = F_0\, e^{-\tau(l)}$ avec F_0 le flux non absorbé.

$$\ln \frac{F}{F_0} = -\tau(l) = \log e \,(\log F - \log F_0)$$

En utilisant la définition des magnitudes $m = -2.5 \lg F$

on obtient $m - m_0 = -2.5\, \tau(D) \log e$ après intégration jusqu'à la distance D.

$\rightarrow \quad m - m_0 = -2.5\, n\, C_{ext} \cdot D \cdot \log e$

avec $C_{ext} = \pi R^2$

App numérique $\rightarrow n = \cancel{6 \cdot 10^{-17}\, m^{-3}}\ 1.9 \cdot 10^{-10}\, m^{-3}$

Troisième partie: Masse des galaxies

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être **soigneusement justifiée**, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 32: *Cette question est notée sur 3 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ■3

Les galaxies spirales sont composées d'un disque, d'un bulbe et d'un halo en rotation non-rigide. 1- Décrire brièvement ces trois éléments. 2- Calculer la forme de la courbe de rotation d'une galaxie spirale et dire en quoi cette prédiction ne rend pas compte des observations. 3- Comment, en pratique, obtient t-on une courbe de rotation de galaxie (on pourra s'aider d'un schéma) ?

1. Bulbe central composé d'étoiles vieilles et peu massives avec, "souvent" un trou noir central supermassif.
Le disque contient l'essentiel du gaz et de la poussière de la galaxie ainsi que les étoiles jeunes, massives et à haute température (donc bleues d'après la loi du corps noir). Le tout est dans un halo de matière sombre contenant aussi les amas globulaires.

2. Pour une particule test dans le disque : $\frac{v^2}{R} = \frac{G M(R)}{R^2}$

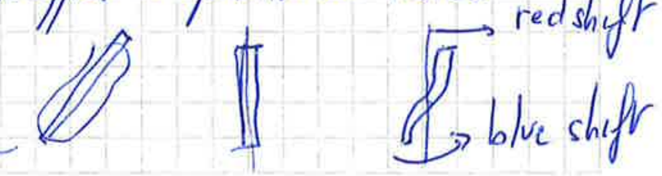
$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{G M(R)}{R}}$ A petite distance du centre si ρ est constant $\rightarrow M(R) = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow v \propto R$

Loin du centre $M(R) = M \Rightarrow v \propto 1/\sqrt{R}$

$v = cste$ → observation avec v plus élevé que la prédiction
⇒ présence de matière additionnelle.

3. On mesure v par effet Doppler à partir de raies d'émission dans le disque

fente ←



Question 33: *Cette question est notée sur 3 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ■3

Utiliser l'équation de conservation de la masse pour montrer que le profile de densité (de masse) de la matière totale (visible + sombre) dans une galaxie spirale décroît moins vite avec le rayon que le profile de densité stellaire (masse visible). Ce dernier décroît en $\rho(r) \propto r^{-3.5}$.

L'équation de conservation de la masse est : $dM = 4\pi R^2 \rho \, dR$

Mais on a aussi $M(R) = \frac{V^2 R}{G}$ d'après la question précédente

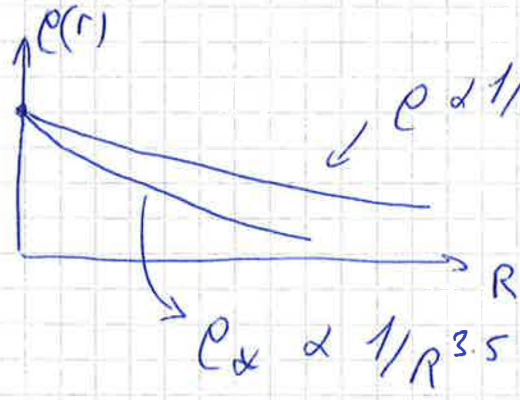
Les observations montrent que $V(R) = V$ est constante à partir d'un certain rayon donc

$$dM = \frac{V^2}{G} dR$$

En identifiant on a donc aussi $\frac{V^2}{G} = 4\pi R^2 \rho$

$\Rightarrow \rho(R) = \frac{V^2}{4\pi R^2 . G}$ donc $\rho(R) \propto \frac{1}{R^2}$

Au centre des galaxies la masse totale est "essentiellement" sous forme stellaire $\Rightarrow \rho(0) \sim \rho_*(0)$



On a donc plus de masse à grand rayon que juste ρ_*

Question 34: *Cette question est notée sur 3 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ■3

Le théorême du Viriel relie la l'énergie potentielle moyenne d'un système autogravitant à son énergie cinétique moyenne selon la relation $< K >= -1/2 \times < U >$. Le démontrer en justifiant les limites d'application. On supposera un potentiel central du type $\phi(r) = \alpha \cdot r^{(n+1)}$, où n est un nombre entier et α une constante numérique. Pourquoi le théorême du Viriel est si fondamental en astrophysique ?

Dans un système autogravitant et isolé la valeur moyenne de la quantité $S = \sum \vec{p}_k \cdot \vec{r}_k$ est nulle, si la distribution en vitesse des particules est isotrope.

$$\langle S \rangle = 0 \Rightarrow \left\langle \frac{dS}{dt} \right\rangle = 0$$

$$\left\langle \frac{dS}{dt} \right\rangle = \underbrace{\left\langle \sum \frac{d\vec{p}_k}{dt} \cdot \vec{r}_k \right\rangle}_{} + \underbrace{\left\langle \sum \vec{p}_k \cdot \frac{d\vec{r}_k}{dt} \right\rangle}_{}$$

$$= - \langle \sum m v_k^2 \rangle$$

$$= -2 \langle K \rangle$$

$$\langle \sum \vec{F}_k \cdot \vec{r}_k \rangle = \langle \sum m_k \left(\alpha (n+1) r^n \right) r \rangle$$

$$= \langle \sum m_k \cdot \alpha (n+1) r^{n+1}$$

$$= \langle \sum m_k \phi(r_k) \rangle = U$$

Pour tout système autogravitant le théorème du viriel peut être utiliser pour mesure la masse du système via l'énergie potentielle ~~#~~ en mesurant la distribution des vitesses des particules (étoiles, galaxies). Aussi utile pour mesurer des températures car $\langle K \rangle = \frac{3}{2} NkT$, si on connait U.

Question 35: *Cette question est notée sur 3 points.*

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ■ 3

Utiliser le théorême du Viriel pour exprimer la masse totale, M, d'un amas de galaxies en fonction de sa dispersion des vitesses radiales σ_r. On rappelle que l'énergie potentielle d'un tel amas peut s'écrire $U = -3GM^2/5R$, où R est le rayon caractéristique de l'amas. On supposera que les N galaxies de l'amas ont toutes la même masse. Comment mesurer en pratique la dispersion des vitesses?

Le Viriel nous dit que $-2K = U$. On a aussi $M = Nm$.

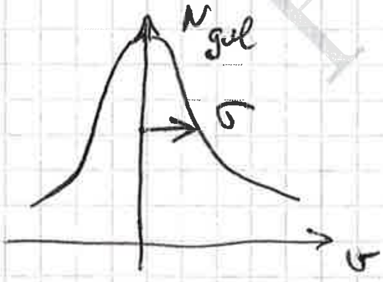
$$\Rightarrow -2 \cdot \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2 = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

$$\frac{1}{N} \sum v_i^2 = \frac{3}{5} \frac{GM}{R}$$

$$\overline{v^2} = \frac{3}{5} \frac{GM}{R}$$

Pour une distribution gaussienne des vitesses :

$\sigma^2 = \overline{v^2} - \bar{v}^2$ où $\bar{v} = 0$ car on retranche la vitesse de fond de l'amas. $\Rightarrow \sigma^2 = \overline{v^2}$



$\bar{v} = 0$

$$\sigma^2 = \frac{3}{5} \frac{GM}{R}$$

et comme $\sigma^2 = \sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + \sigma_\varphi^2$
$= 3\sigma_r^2$ car vitesses isotropes

$$\Rightarrow \sigma_r^2 = \frac{1}{5} \frac{GM}{R} \Rightarrow M = \frac{5R}{G} \sigma_r^2$$

$\searrow$ mesuré par effet Doppler en spectro

Quatrième partie: Exoplanètes

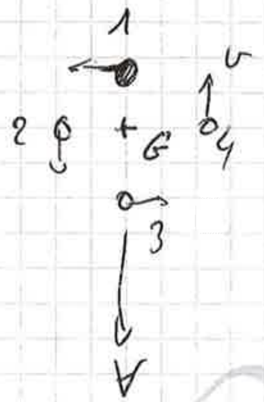
Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être **soigneusement justifiée**, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

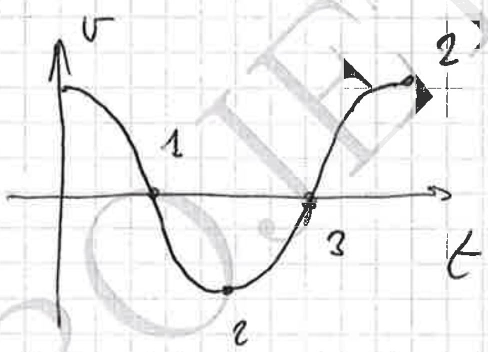
Question 37: *Cette question est notée sur 10 points.*

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Que savez-vous des exoplanètes ? Comment les découvrir par la méthode des vitesses radiales ? Par la méthode des transits ? Comment savoir si une exo-planète possède une atmosphère ? La théorie de formation des planètes indique que leur mouvement orbital est dans le même sens que le sens de rotation de l'étoile mère. Comment le montrer ou l'infirmer, en utilisant des mesures de vitesses radiales d'étoile lors d'un transit d'exoplanète devant elle ?

Points à faire apparaître :



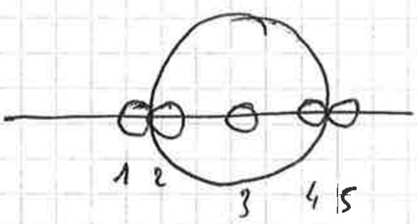


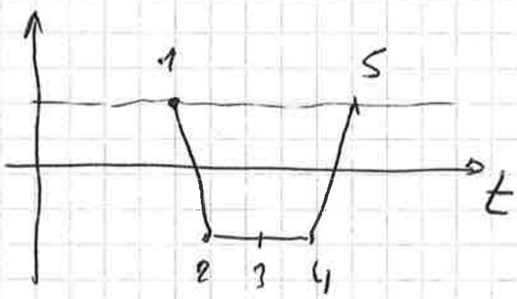
$P_* = P_{planète}$

Courbe dépend de l'inclinaison de l'orbite car on mesure v. sin i

Mesurer en spectroscopie

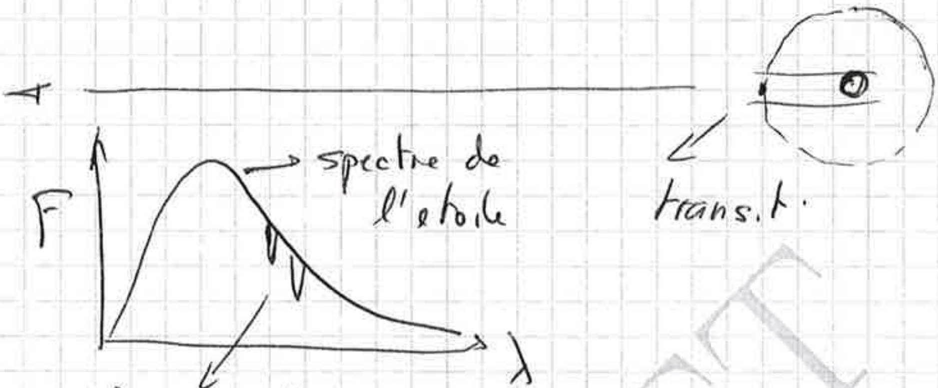
Transit.





Dans le cas i N O

- Si transit alors l'atmosphère de la planète peut apparaître en absorption dans le spectre de son étoile mère.



Raie d'absorption atmosphérique de l'exoplanète <u>pendant</u> le transit.

- Effet Rossiter - McLaughlin : changement de la courbe de vitesse pendant un transit.