

Introduction à l'Astrophysique

Série 8: Corrigé

Laboratoire d'Astrophysique <http://lastro.epfl.ch>
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Semestre de printemps 2025

Exercice 1 : Nuage moléculaire en effondrement

- a) i. La conservation du moment cinétique : $I_0\omega_0 = I_f\omega_f$. Donc :

$$\omega_f = \frac{I_0\omega_0}{I_f} \propto \frac{4}{5} \frac{r_0^2\omega_0}{r^2}.$$

- ii. On obtient :

$$r_f = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^2 \omega_0^2 r_0^4}{GM}.$$

- b) i. Par le point précédent, on a :

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{r_f GM}}{\frac{4}{5} r_0^2}.$$

Numériquement nous obtenons : $\omega_0 \approx 2.5 \cdot 10^{-16}$ rad/s.

- ii. La vitesse de rotation initiale au bord du nuage est $v_0 = \omega_0 r_0 \approx 3.7$ m/s.
iii. La vitesse angulaire finale du disque :

$$\omega_f = \frac{4}{5} \left(\frac{r_0}{r_f} \right)^2 \omega_0 \approx 2.0 \cdot 10^{-10} \text{ rad/s}$$

Ce qui donne une période de rotation, pour notre disque rigide, de

$$P = \frac{2\pi}{\omega_f} / (60 * 60 * 24 * 365) \approx 1000 \text{ années.}$$

- iv. $P^2 = r^3/M$, avec P en années, r en AU, et M en M_\odot . Pour une masse solaire et 100 AU, on obtient bien une période de 1000 ans. Ce n'est pas étonnant, nous sommes partis, comme simplification, d'une équation décrivant l'orbite circulaire d'un point matériel autour d'un objet de masse M . Nos calculs précédents sont algébriquement équivalents à cette application de la troisième loi de Kepler.

Exercice 2 : SN 1987a

- a) La moitié de la masse du coeur se trouve sous forme de protons, i.e. le coeur contient $M_p = 1 M_\odot$ de protons. Ce qui correspond à un nombre de protons

$$n = \frac{M_p}{m_p} = 1.20 \times 10^{57}$$

Si on transforme tous les protons en neutrons, on produit donc n neutrinos. Ceci correspond à un flux sur Terre de :

$$N = \frac{n}{4\pi d^2} = 4.01 \times 10^{13} \text{ m}^{-2}.$$

- b) Le flux de neutrino sur Terre provenant de SN 1987A est estimé à $N = 1.3 \times 10^{14} \text{ m}^{-2}$. Ceci est comparable et un peu supérieur à la valeur obtenue au point précédent. En fait, il y a encore d'autres processus qui sont à l'origine de la création de neutrinos. Notamment la création de paires neutrino-antineutrino qui vont refroidir le coeur extrêmement chaud (100 GK) de l'étoile à neutron.
- c) Le flux d'énergie des neutrinos sur Terre par unité de surface se calcule directement :

$$N \cdot E_\nu = 87.5 \text{ J m}^{-2}. \quad (1)$$

L'énergie émise par la supernova sous forme de neutrinos est donc :

$$E = N \cdot E_\nu \cdot 4\pi d^2 = 2.62 \times 10^{45} \text{ J}. \quad (2)$$

- d) L'énergie gravitationnelle de la naine blanche est :

$$|U_g| \simeq \frac{GM^2}{R} = 8.20 \times 10^{43} \text{ J}. \quad (3)$$

Cette énergie est plus d'un ordre de grandeur inférieure à l'énergie émise sous forme de neutrinos lors de l'explosion de SN 1987A.