Introduction à l'Astrophysique

Série 6: Corrigé

Laboratoire d'Astrophysique `http://lastro.epfl.ch`
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Semestre de printemps 2025

Exercice 1 : Résolution angulaire

La résolution angulaire θ d'un télescope de diamètre $D = 8$ m observant à la longueur d'onde $\lambda = 5'000$ Å est donnée par l'expression :

$$\theta = 1.22\,\frac{\lambda}{D} \qquad \Rightarrow \qquad \theta = 7.63 \times 10^{-8}\ \text{radians} = 0.015''. \tag{1}$$

La taille angulaire $\Delta\theta$ d'une étoile de rayon $R_\odot = 6.955 \times 10^8$ m située à une distance d est, dans l'approximation des petits angles :

$$\Delta\theta = \frac{2R_\odot}{d}. \tag{2}$$

La distance maximale d à laquelle il est possible de résoudre l'étoile s'obtient par :

$$\Delta\theta = \theta \qquad \Rightarrow \qquad d = \frac{2D\,R_\odot}{1.22\,\lambda} = 1.83 \times 10^{16}\ \text{m} = 0.59\ \text{pc}. \tag{3}$$

Ceci explique pourquoi il est si difficile de mesurer le diamètre des étoiles. Pour une supergéante rouge, le rayon $R \simeq 300\ R_\odot$ et donc $d \simeq 180$ pc.

Exercice 2 : Paramètres stellaires de δ Scorpii

a) Le flux à la surface de l'étoile est :

$$F = \sigma T_{\text{eff}}^4 = 3.49 \times 10^{10}\ \text{W m}^{-2}. \tag{4}$$

b) Le flux f de l'étoile reçu à la surface de la Terre est :

$$f = F\frac{4\pi R^2}{4\pi d^2} = 3.01 \times 10^{-8}\ \text{W m}^2 = 2.20 \times 10^{-11}\ S. \tag{5}$$

c) La luminosité de l'étoile est donnée par :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 = 1.17 \times 10^{31}\ \text{W} \simeq 3.06 \times 10^4\ L_\odot. \tag{6}$$

d) La magnitude absolue bolométrique de δ Scorpii s'obtient par comparaison à celle du Soleil :

$$M_{\text{bol}} = M_{\text{bol},\odot} - 2.5\log(L/L_\odot) = -6.57 \text{ mag} \tag{7}$$

où la magnitude bolométrique absolue du Soleil est $M_{\text{bol},\odot}$ = 4.64 mag.

e) La correction bolométrique est donnée par $BC = M_{\text{bol}} - M_V$. Pour δ Scorpii, on connaît la correction bolométrique, et donc :

$$M_V = M_{\text{bol}} - BC = -6.57 \text{ mag} + 2.93 \text{ mag} = -3.64 \text{ mag}. \tag{8}$$

f) Le module de distance est par définition :

$$\mu_V = m_V - M_V = 5\log(d[pc]) - 5 = 6.28 \text{ mag}. \tag{9}$$

g) La magnitude visuelle apparente de l'étoile s'obtient à partir du module de distance :

$$m_V = \mu_V + M_V = 2.64 \text{ mag}. \tag{10}$$

h) On utilise la loi de Wien $\lambda_{\text{max}} \cdot T$ = 2.90$\times$10^{-3} m K, nous obtenons :

$$\lambda_{max} = 1.04 \times 10^{-7} \text{ m} = 1035.7 \text{ Å}. \tag{11}$$

Exercice 3 : Classification Spectrale

a) En comparant l'indice de couleur $(B-V) = 1.64$ mag avec les valeurs de la table de données stellaires pour des étoiles de classe de luminosité V, nous identifions le type spectral de l'étoile comme étant M5. La correction bolométrique vaut $BC = -2.73$ mag.

b) La distance de l'étoile est :

$$d = \frac{1}{p['']} = 4\,\text{pc}. \tag{12}$$

Le module de distance est :

$$\mu_V = m_V - M_V = 5\log(d[\text{pc}]) - 5 = -1.99\,. \tag{13}$$

La magnitude visuelle absolue est par conséquent :

$$M_V = m_V + 1.99 = 11.79\,. \tag{14}$$

Des valeurs de la table, on sait qu'une étoile de classe spectrale M5 a une correction bolométrique $BC = -2.73$ mag, donc sa magnitude bolométrique absolue est :

$$M_{\text{bol}} = M_V + BC = 9.06\,. \tag{15}$$

Pour évaluer la luminosité de l'étoile en luminosité solaire, nous utilisons l'équation :

$$M_{\text{bol}} - M_{\text{bol},\odot} = -2.5\log\left(\frac{L}{L_\odot}\right) \qquad \Rightarrow \qquad L = 1.71 \times 10^{-2}\, L_\odot\,, \tag{16}$$

où $M_{\text{bol},\odot} = 4.64$ mag.

c) Dans la table des données stellaires, la température correspondant aux étoiles de la séquence principale de classe spectrale M5 vaut $T_{\text{eff}} = 3240$ K. Connaissant la luminosité de l'étoile, nous pouvons en déduire son rayon R :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \qquad \Rightarrow \qquad R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T_{\text{eff}}^4}} = 2.89 \times 10^8 \text{ m} = 0.41\, R_\odot\,. \quad (17)$$

d) Nous pouvons utiliser la relation masse-luminosité pour les étoiles de la séquence principale pour calculer la masse :

$$\log\left(\frac{L}{L_\odot}\right) = 3.8 \log\left(\frac{M}{M_\odot}\right) + 0.08 \quad \Rightarrow \quad \frac{M}{M_\odot} = 10^{\frac{\log(L/L_\odot) - 0.08}{3.8}} = 0.33 \quad (18)$$