

# Modèle du noyau composé (4)

- Pour une réaction  $a+A$  donnant un état final quelconque ayant passé par une résonance dans l'onde  $\ell$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{el}}^{(\ell)} &= \frac{\pi}{k^2} (2\ell + 1) \frac{\Gamma_a^2}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} \\ \sigma_{\text{inel}}^{(\ell)} &= \frac{\pi}{k^2} (2\ell + 1) \frac{\Gamma_a (\Gamma - \Gamma_a)}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} \\ \sigma_{\text{tot}}^{(\ell)} &= \frac{\pi}{k^2} (2\ell + 1) \frac{\Gamma_a \Gamma}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}\end{aligned}$$

en remplaçant  
(2ℓ+1) par le  
facteur de spin  
donné à la page  
précédente

$\Gamma_a$  = largeur partielle de la résonance dans le canal  $a+A$

$\Gamma$  = largeur totale de la résonance

$E_0$  = énergie centrale de la résonance

$E$  = énergie totale de la collision dans le centre de masse

$k = k(E)$  = nombre d'onde du projectile  $a$  par rapport à la cible  $A$

$\Gamma = \hbar/\tau$ , où  $\tau$  est  
la durée de vie  
moyenne de la  
résonance

# Diagramme d'Argand (1)

$$T_\ell = \frac{-\Gamma_a/2}{(E - E_0) + i\Gamma/2}$$

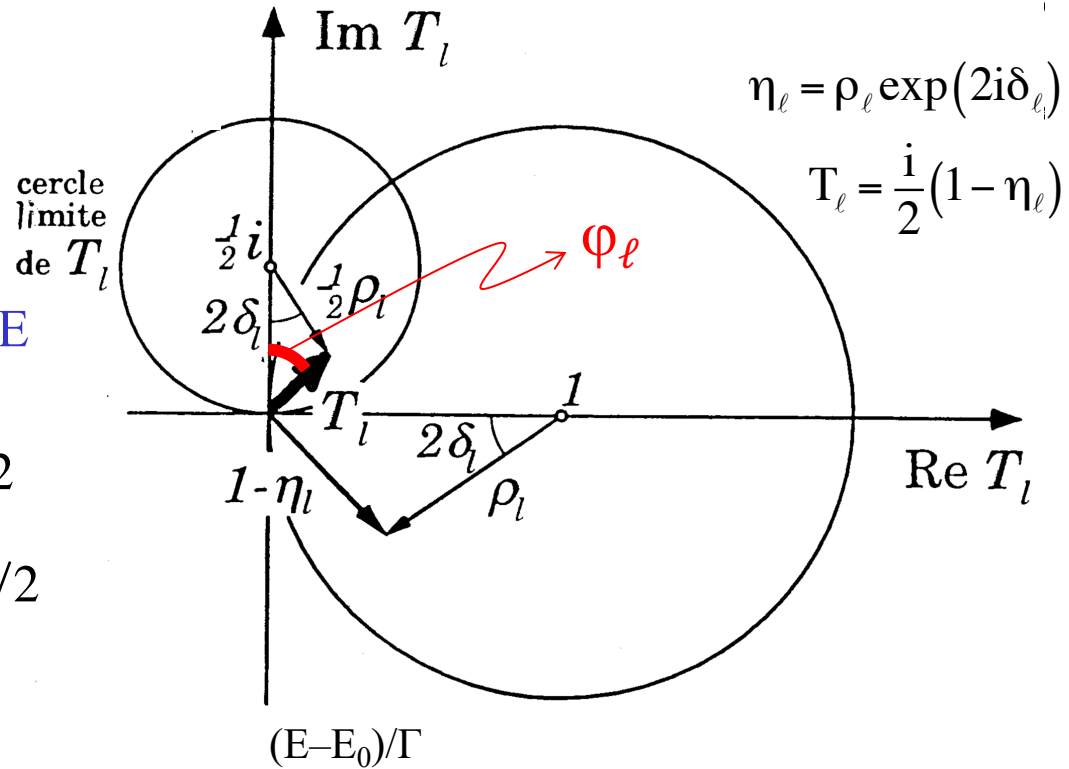
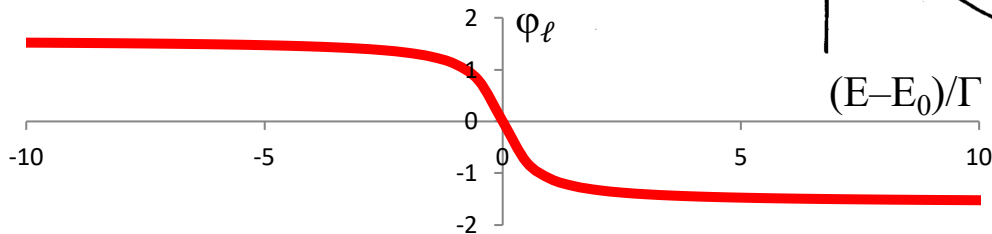
de sorte que

$$\sigma_{\text{el}}^{(\ell)} = \frac{4\pi}{k^2} (2\ell + 1) |T_\ell|^2 = \frac{\pi}{k^2} (2\ell + 1) \frac{\Gamma_a^2}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}$$

$$\phi_\ell = -\arctan\left(\frac{E - E_0}{\Gamma/2}\right)$$

- Evolution de  $\phi_\ell$  en fonction de E au voisinage de la résonance:

$$\begin{array}{ll} E \ll E_0 - \Gamma/2 & \Rightarrow \phi_\ell \cong \pi/2 \\ E = E_0 & \Rightarrow \phi_\ell = 0 \\ E \gg E_0 + \Gamma/2 & \Rightarrow \phi_\ell \cong -\pi/2 \end{array}$$

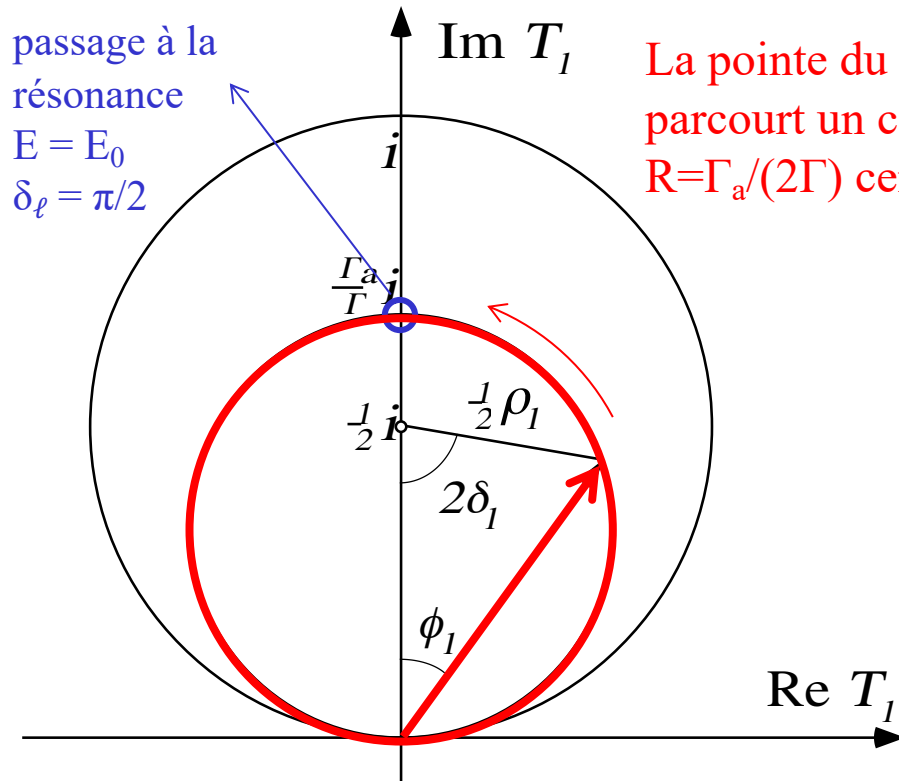


# Diagramme d'Argand (2)

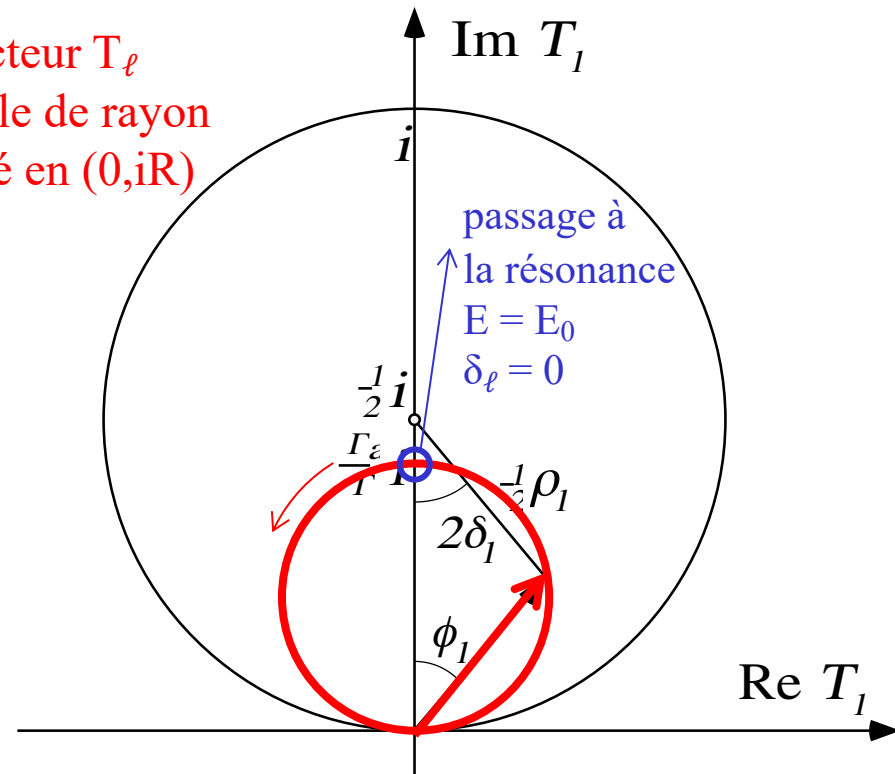
$$T_\ell = \frac{-\Gamma_a/2}{(E - E_0) + i\Gamma/2}$$

de sorte que

$$\sigma_{\text{el}}^{(\ell)} = \frac{4\pi}{k^2} (2\ell + 1) |T_\ell|^2 = \frac{\pi}{k^2} (2\ell + 1) \frac{\Gamma_a^2}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}$$



cas avec peu d'inélasticité



cas avec beaucoup d'inélasticité

# Description d'une résonance selon Wigner (1)

- Comportement asymptotique de la fonction d'onde dans le cas d'une résonance dans l'onde  $\ell=0$

$$\begin{aligned}\psi(\vec{r}) &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{\pi(2\ell+1)} \frac{i^\ell}{ikr} \left[ \eta_\ell \exp\left(i\left(kr - \frac{\pi}{2}\ell\right)\right) - \exp\left(-i\left(kr - \frac{\pi}{2}\ell\right)\right) \right] Y_\ell^0(\theta) \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{ikr} \left[ \eta_0 \exp(ikr) - \exp(-ikr) \right] Y_0^0(\theta) \quad \text{avec } \eta_0 = \eta = \rho \exp(2i\delta)\end{aligned}$$

- Potentiel de portée finie a:  $\begin{cases} V(r) \neq 0 & \text{si } r < a \\ V(r) = 0 & \text{si } r \geq a \end{cases}$ 
  - la fonction d'onde radiale  $R(r) = u(r)/r$  doit être continue et dérivable en  $r=a$   $\begin{cases} u(r) = \text{sol. de l'éq. de Schrödinger} & \text{si } r < a \\ u(r) = \frac{\sqrt{\pi}}{ik} [\eta \exp(ikr) - \exp(-ikr)] Y_0^0 & \text{si } r \geq a \end{cases}$
  - dérivée logarithmique en  $r=a$

$$f = \left[ r \frac{d}{dr} \log_e u(r) \right]_{r=a} = \left[ \frac{r}{u(r)} \frac{du(r)}{dr} \right]_{r=a} \rightarrow \eta = \frac{f + ika}{f - ika} \exp(-2ika)$$

# Description d'une résonance selon Wigner (2)

- Section efficace élastique ( $\ell=0$ )

$$\sigma_{\text{el}}^{(0)} = \frac{\pi}{k^2} |1 - \eta|^2 = \frac{\pi}{k^2} |A_{\text{pot}} + A_{\text{res}}|^2$$

$$A_{\text{pot}} = \exp(2ika) - 1$$

amplitude potentielle

$$A_{\text{res}} = \frac{-2ika}{f - ika}$$

amplitude résonante

- cas particulier:

- diffusion à basse énergie ( $ka \ll 1$ )  
sur une petite sphère « dure »  
(ou « parfaitement réfléchissante »)

$$V(r) = \infty \quad \text{pour } r < a$$

$$u(r) = 0 \quad \text{pour } r < a$$

$$\Rightarrow f = \infty$$

$$\Rightarrow A_{\text{res}} = 0 \quad \Rightarrow \sigma_{\text{el}}^{(0)} = 4\pi a^2$$

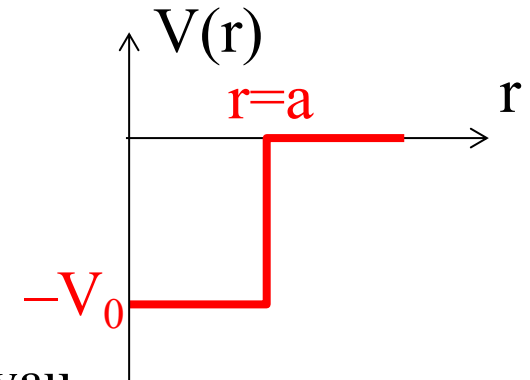
- Section efficace inélastique ( $\ell=0$ )

$$\sigma_{\text{inel}}^{(0)} = \frac{\pi}{k^2} (1 - |\eta|^2) = \frac{\pi}{k^2} (1 - |1 - A_{\text{res}}|^2) = \frac{\pi}{k^2} \frac{-4ka \operatorname{Im} f}{|f - ika|^2} \quad \text{avec } \operatorname{Im} f \leq 0$$

$$\operatorname{Im} f = 0 \quad (f \text{ réel}) \quad \Leftrightarrow \quad \sigma_{\text{inel}}^{(0)} = 0 \quad (\text{cas purement élastique})$$

# Réaction quasi-purement inélastique ( $\ell=0$ )

- Pour un neutron incident, on peut supposer un puits de potentiel rectangulaire de profondeur  $V_0$



$$\frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} = T = \text{énergie cinétique du projectile loin du noyau}$$

$$\frac{\hbar^2 K^2}{2\mu} = T + V_0 = \text{énergie cinétique du projectile dans le noyau}$$

- Si on admet que tout projectile en  $r=a$  est absorbé, la fonction d'onde radiale dans le noyau est une onde sphérique entrante uniquement

$$R(r) \propto \frac{\exp(-iKr)}{r} \text{ pour } r \leq a \Rightarrow f = -iKa \Rightarrow \sigma_{\text{inel}}^{(0)} = \frac{4\pi K}{k(k+K)^2}$$

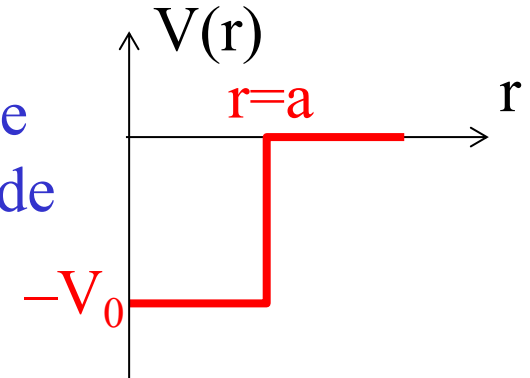
monotone  
décroissante  
avec  $T$

- pour un projectile très lent,  
 $T \ll V_0$  et  $k \ll K$ :

$$\sigma_{\text{inel}}^{(0)} \propto \frac{1}{k} \propto \frac{1}{\text{vitesse du projectile}}$$

# Réaction purement élastique ( $\ell=0$ )

- Si on admet que tout projectile arrivant en  $r=a$  pénètre dans le noyau puis en ressort sans perdre d'énergie (diffusion élastique), la fonction d'onde radiale dans le noyau est



$$R(r) \propto \frac{\exp(i(Kr + 2\xi))}{r} - \frac{\exp(-iKr)}{r}$$

$2\xi$  = déphasage de l'onde sortante par rapport à l'onde entrante

- La dérivée logarithmique  $f$  s'annule pour certaines valeurs de  $E$

$$f = Ka \cot(Ka + \xi) \quad \text{réel}$$

$$f(E_0) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{passage à la résonance d'énergie } E_0$$

car, si  $f$  est réel,  $|A_{\text{res}}|^2$  est max. quand  $f=0$

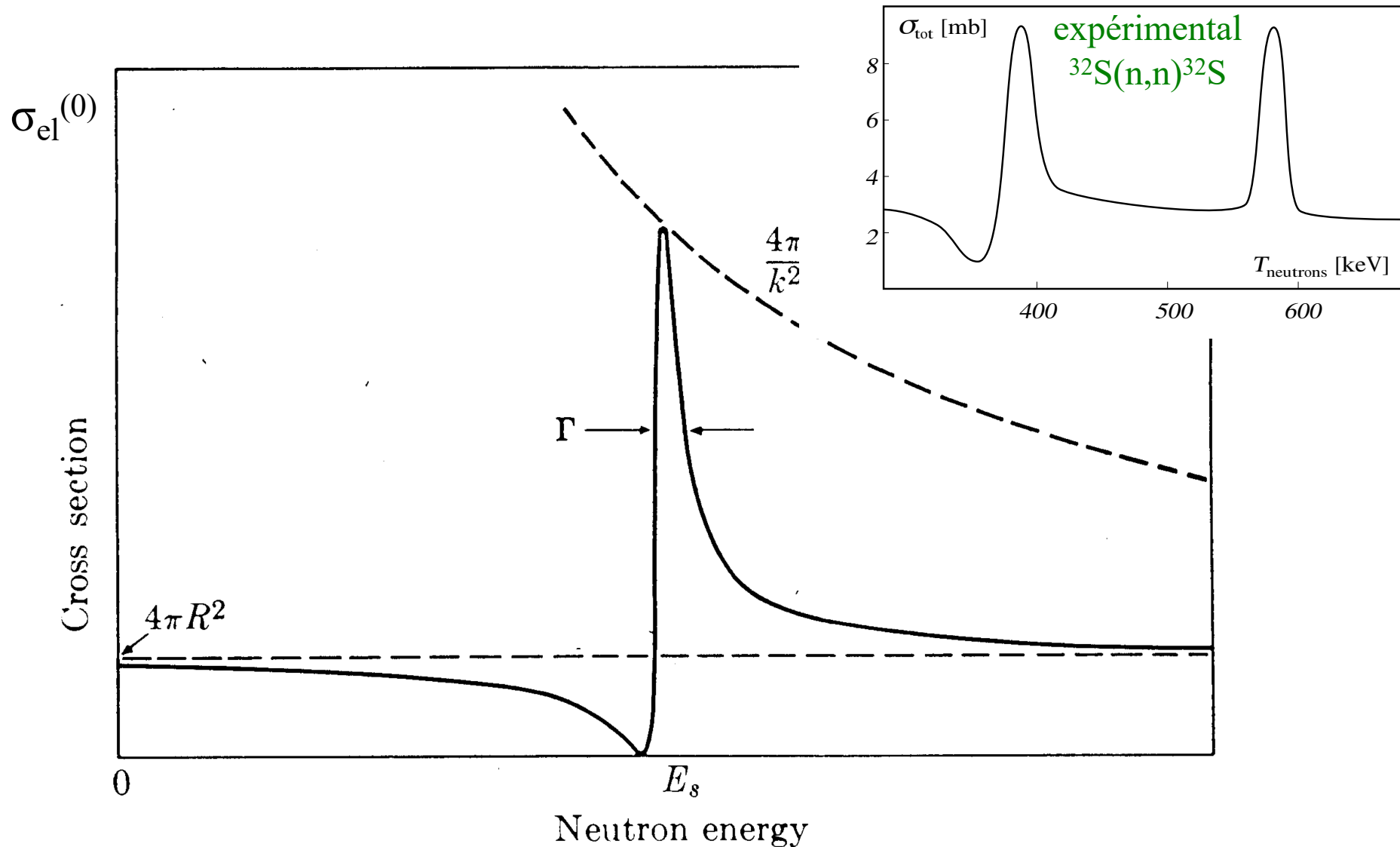
- Au voisinage de la résonance

$$\sigma_{\text{el}}^{(0)} = \frac{\pi}{k^2} \left| \underbrace{\exp(2ika) - 1}_{A_{\text{pot}}} + \underbrace{\frac{i\Gamma_{\text{el}}}{E - E_0 + i\Gamma/2}}_{A_{\text{res}}} \right|^2$$

$A_{\text{pot}}$

$A_{\text{res}}$

# Section efficace de diffusion élastique de neutrons au voisinage d'une résonance dans l'onde $\ell=0$





# Diffusion élastique dans l'onde $\ell=0$ (diag. d'Argand)

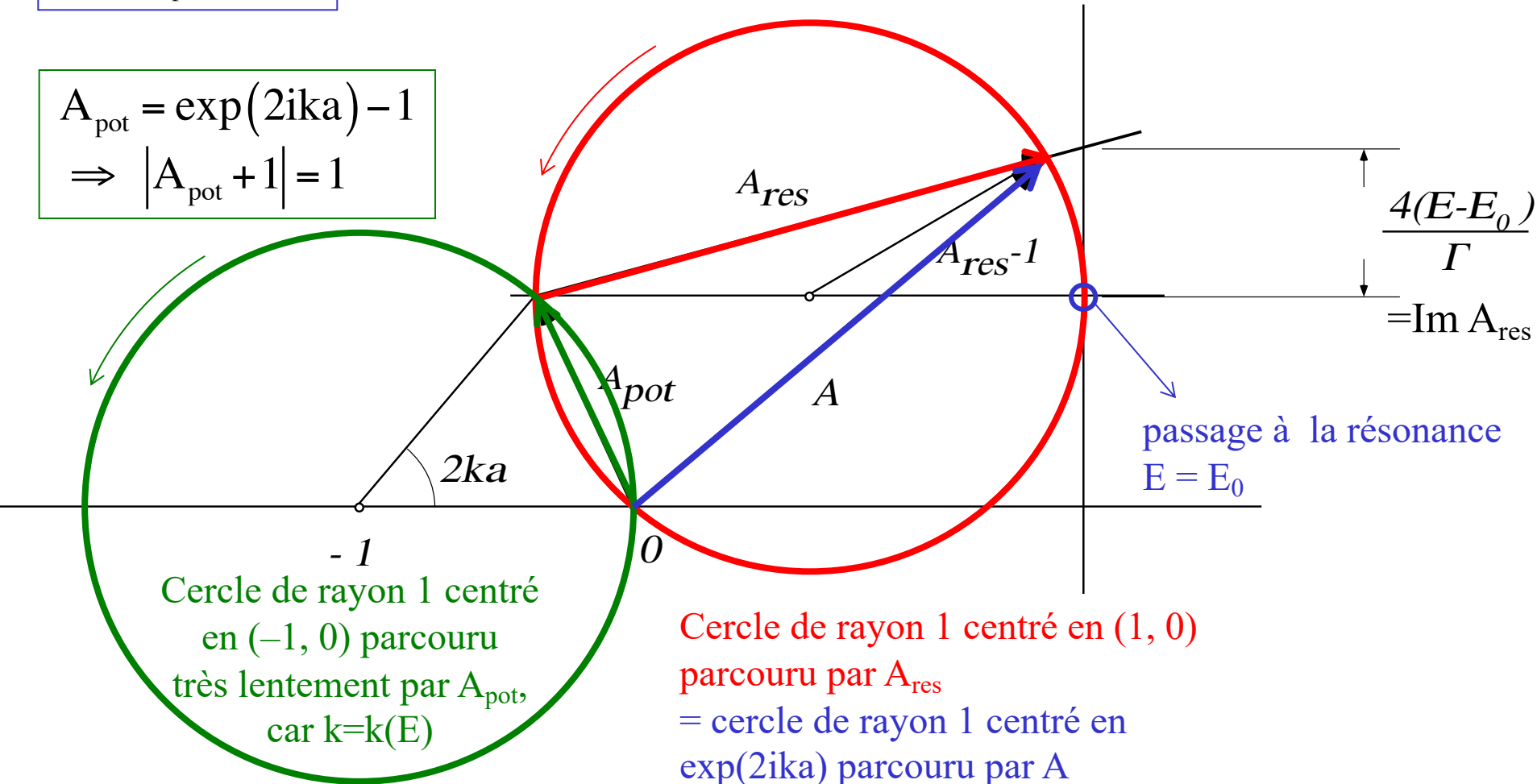
$$\sigma_{\text{el}}^{(0)} = \frac{\pi}{k^2} |A|^2$$

$$A = A_{\text{pot}} + A_{\text{res}}$$

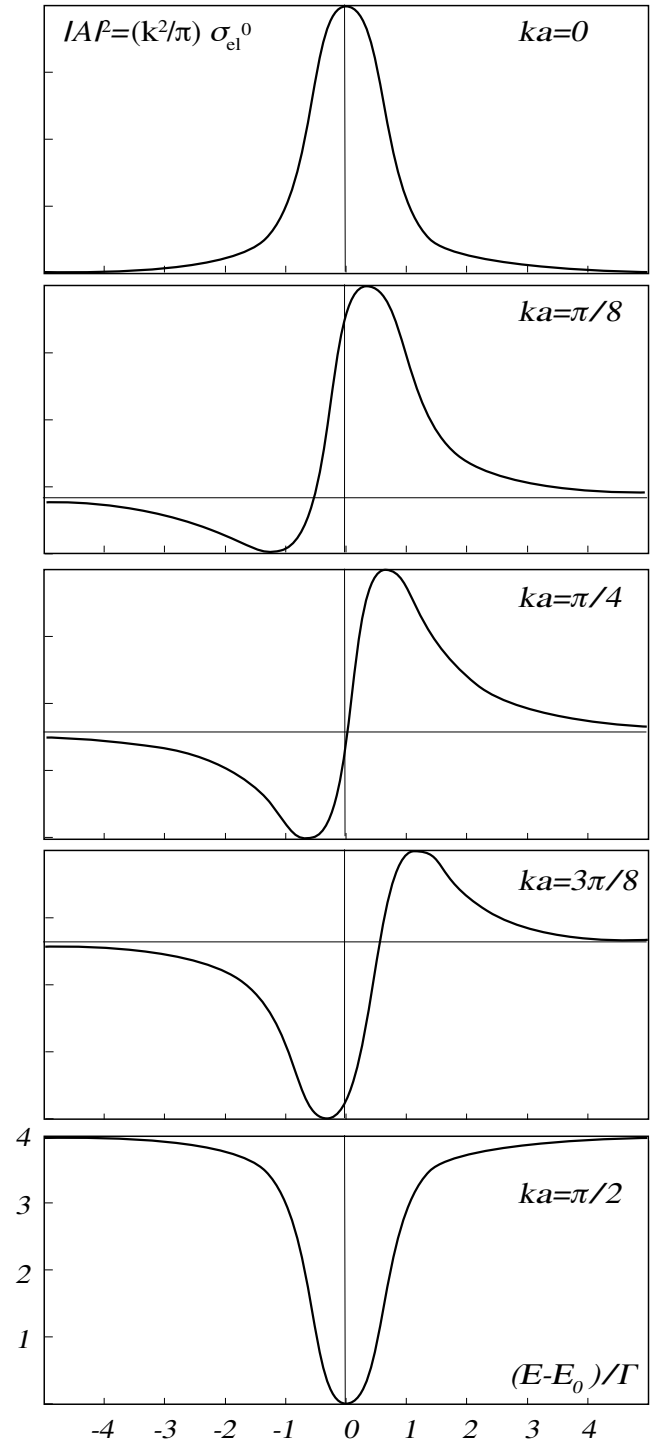
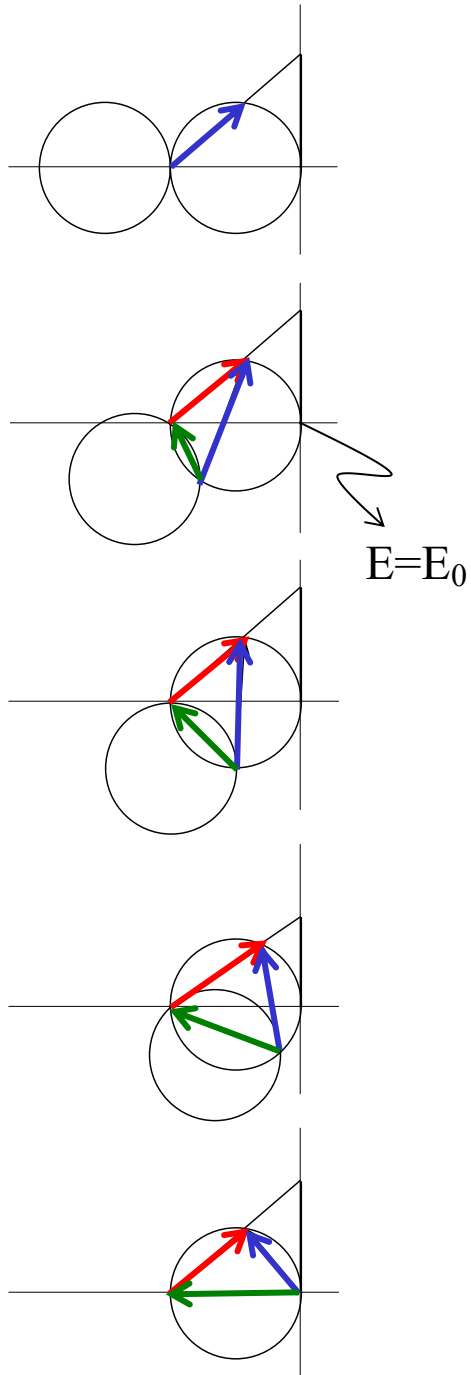
$$A_{\text{res}} = \frac{i\Gamma}{E - E_0 + i\Gamma/2} \Rightarrow |A_{\text{res}} - 1| = 1$$

$$A_{\text{pot}} = \exp(2ika) - 1$$

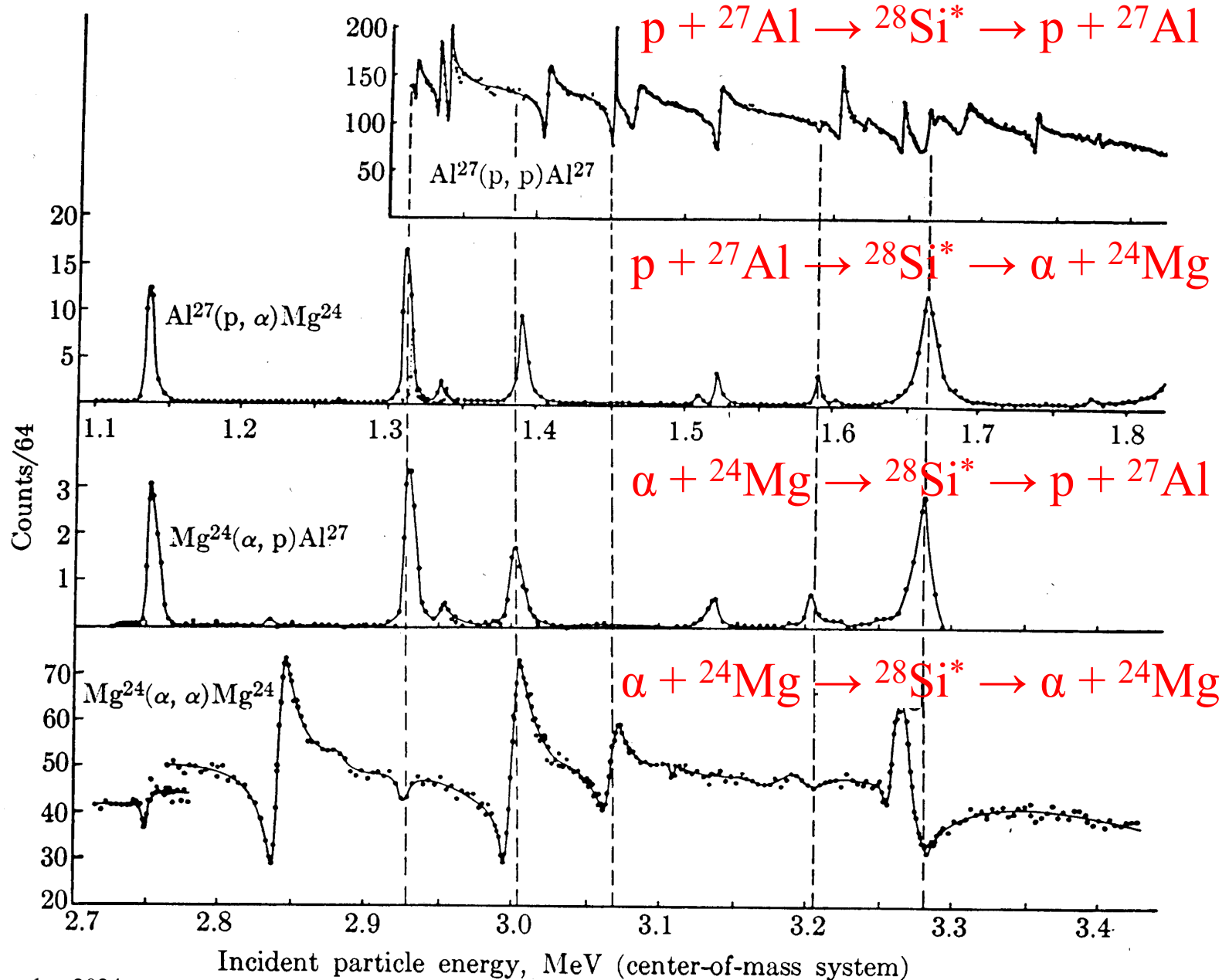
$$\Rightarrow |A_{\text{pot}} + 1| = 1$$



$$A = A_{\text{pot}} + A_{\text{res}}$$



# Résonances correspondants aux niveaux excités du $^{28}\text{Si}$



# Résonances correspondants aux niveaux excités du $^{28}\text{Si}$

