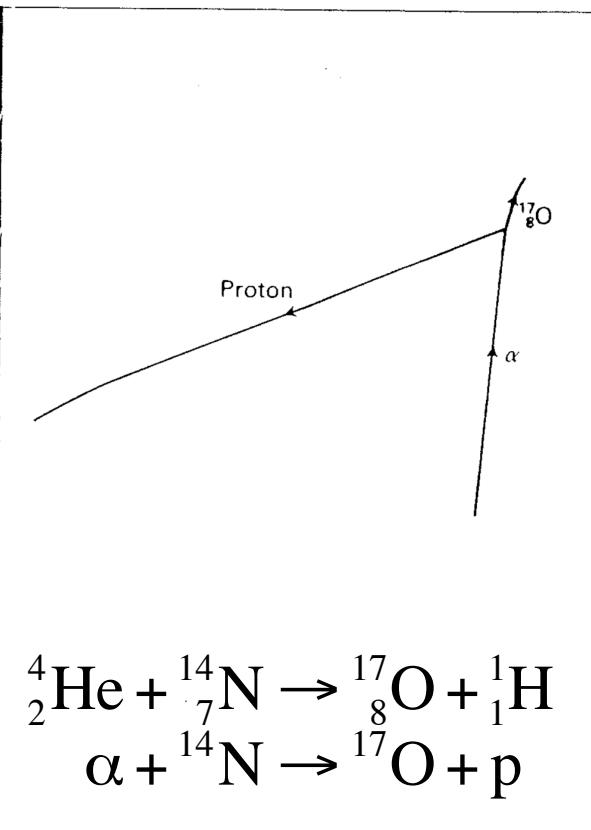
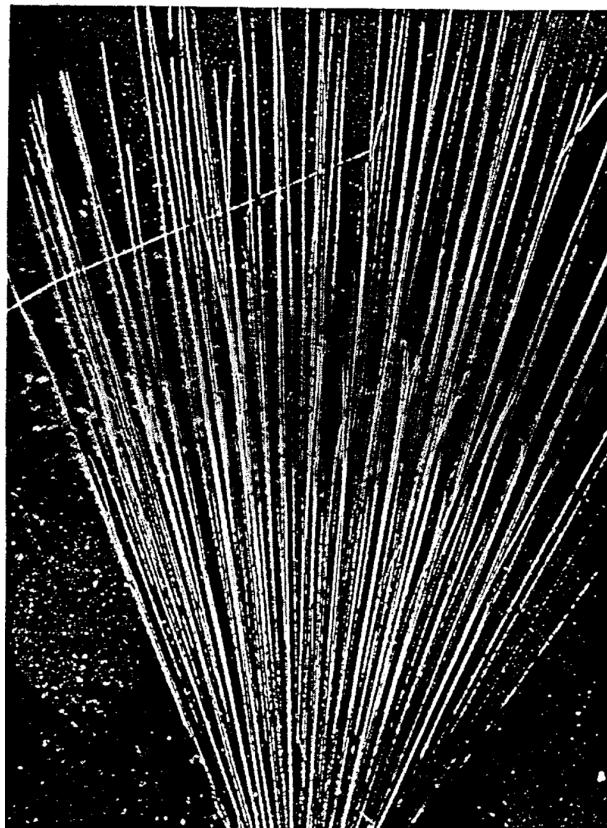


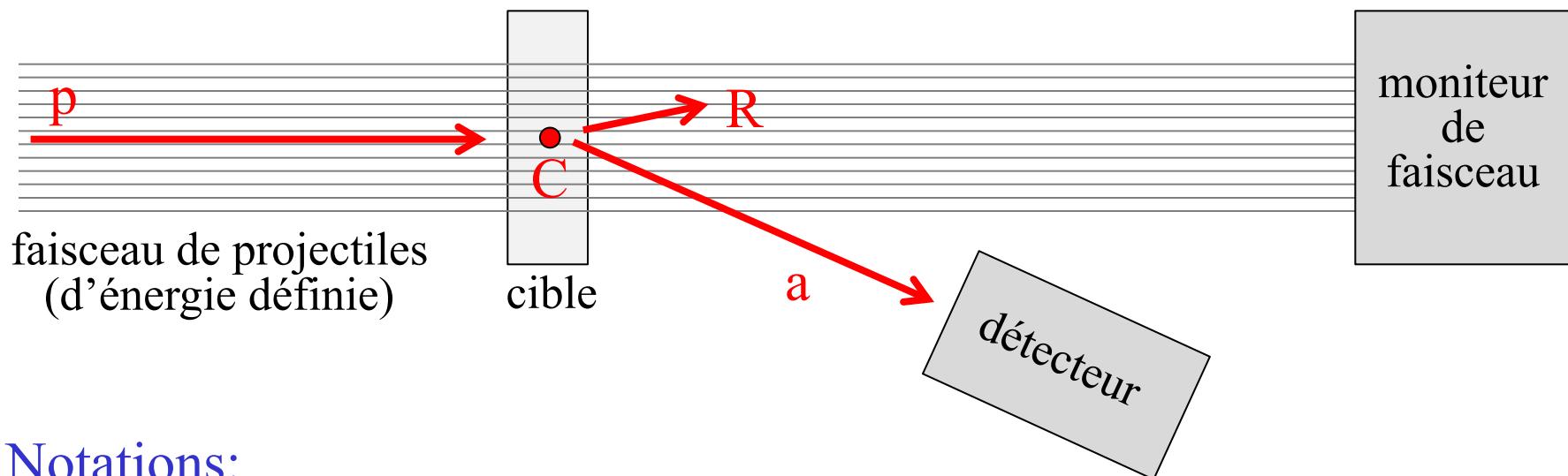
# Dernier chapitre : réactions nucléaires

- Sommaire
  - Introduction
  - Cinématique non-relativiste
  - Description quantique de la diffusion
  - Résonances
  - Modèle du noyau composé de Bohr

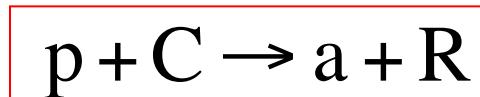


Première réaction nucléaire observée en 1919 par Rutherford (et photographiée en 1925 par Blackett avec une chambre à brouillard)

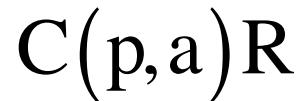
# Réactions nucléaires



- Notations:



ou bien



$p$  = projectile (noyau, pion, électron, ...),  $E > 1$  MeV si chargé positivement

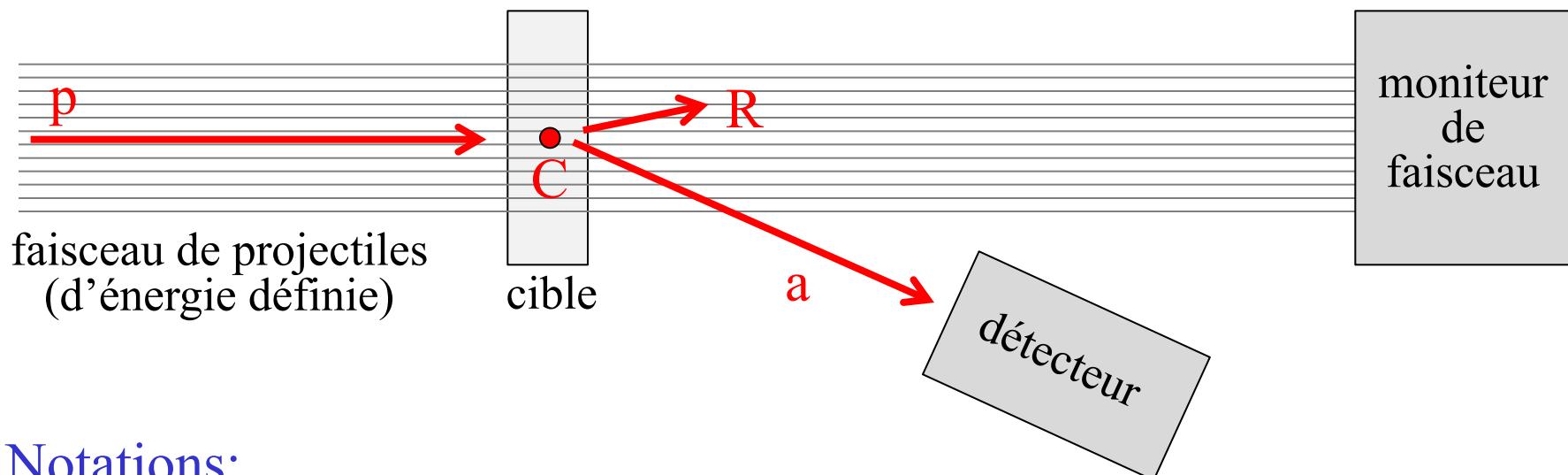
$C$  = cible (noyau au repos)

$a$  = particule détectée

$R$  = noyau de recul

- exemple:  $^{14}N(\alpha, p)^{17}O$

# Réactions nucléaires



- Notations:



p = projectile (noyau, pion, électron, ...), E > 1 MeV si chargé positivement

C = cible (noyau au repos)

a = particule détectée

R = noyau de recul

- exemples:  $^{14}_7N(\alpha, p)^{17}_8O$   
 $^{9}_4Be(\alpha, n)^{12}_6C$

# Réactions nucléaires: définitions

- Energie libérée dans une réaction:  
$$Q = (m_p + m_C - m_a - m_R)c^2 = T_a + T_R - T_p$$
- Réaction exoergique  $\Leftrightarrow Q > 0$
- Réaction endoergique  $\Leftrightarrow Q < 0$ 
  - seuil d'une réaction:  
$$T_p > T_{\text{seuil}} = -Q \left(1 + \frac{m_p}{m_C}\right)$$
- Diffusion:
  - réaction où on retrouve le projectile dans l'état final      par ex.  ${}^7\text{Li}(p,pT){}^4\text{He}$
- Diffusion élastique ( $\Rightarrow Q = 0$ )
  - réaction où les particules finales sont les mêmes que les particules initiales  
(et dans le même état d'énergie interne)      par ex.  ${}^{12}\text{C}(n,n){}^{12}\text{C}$
- Diffusion inélastique      par ex.  ${}^{12}\text{C}(n,n){}^{12}\text{C}^*$
- Réaction nucléaire (sans diffusion)      par ex.  ${}^9\text{Be}(\alpha,n){}^{12}\text{C}$

# Qu'apprend-on en étudiant les réactions nucléaires ?

- Masses, niveaux d'énergie, spins et parités, ... des noyaux
  - mesure des valeurs de Q
  - spectroscopie nucléaire
- Taille et structure des noyaux
  - découverte du noyau (Rutherford)
  - diffusion de neutrons (ou d'électrons)
    - distribution de matière (ou de charge) dans les noyaux
- Nucléosynthèse en astrophysique et cosmologie
  - abondance naturelle des isotopes
  - « fonctionnement » des étoiles
- Production d'énergie et d'isotopes artificiels
  - centrales nucléaires
  - isotopes pour applications industrielles ou médicales

# Spectroscopie nucléaire

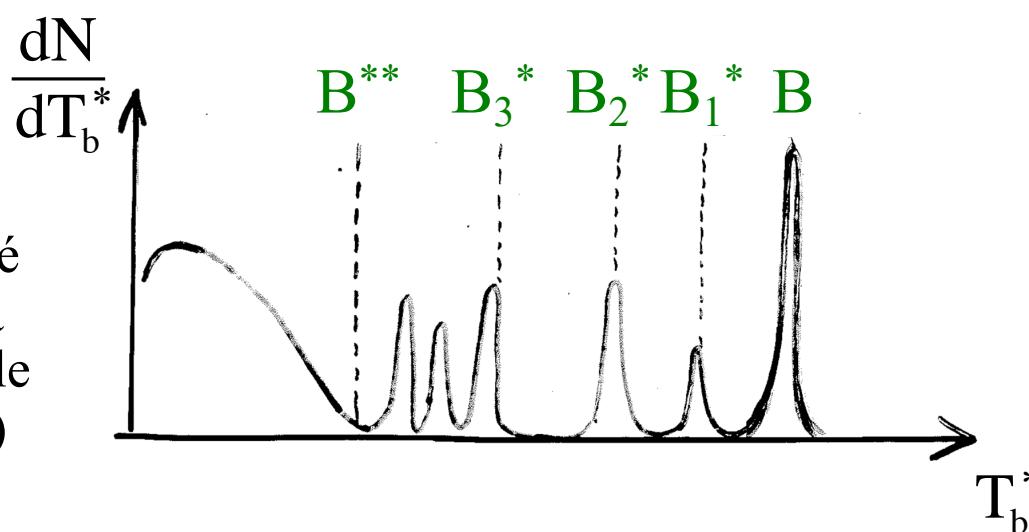
- Réaction



- Le noyau B peut aussi être produit dans un état excité  $B_i^*$  ou  $B^{**}$



(à un angle donné  
d'émission de la  
particule b, dans le  
centre de masse)



# Description quantique de la diffusion (1)

- Diffusion élastique  $a + A \rightarrow a + A$
- Equation de Schrödinger stationnaire

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_a} \vec{\nabla}_a^2 - \frac{\hbar^2}{2m_A} \vec{\nabla}_A^2 + V(\vec{r}_a - \vec{r}_A) \right] \Psi_{\text{tot}}(\vec{r}_a, \vec{r}_A) = T_{\text{tot}} \Psi_{\text{tot}}(\vec{r}_a, \vec{r}_A)$$

- changement de coordonnées  $(\vec{r}_a, \vec{r}_A) \rightarrow (\vec{r}, \vec{R})$   $\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_a - \vec{r}_A \\ \vec{R} = \frac{m_a \vec{r}_a + m_A \vec{r}_A}{m_a + m_A} \end{cases}$  coordonnées relatives  
coordonnées du centre de masse

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}_r^2 - \frac{\hbar^2}{2M} \vec{\nabla}_R^2 + V(\vec{r}) \right] \Psi_{\text{tot}}(\vec{r}, \vec{R}) = T_{\text{tot}} \Psi_{\text{tot}}(\vec{r}, \vec{R})$$

- avec  $\begin{cases} \mu = \frac{m_a m_A}{m_a + m_A} & \text{masse réduite} \\ M = m_a + m_A & \text{masse totale} \end{cases}$

# Description quantique de la diffusion (2)

- Séparation des variables  $\psi_{\text{tot}}(\vec{r}, \vec{R}) = \psi(\vec{r})\psi_{\text{CM}}(\vec{R})$
- L'équation de Schrödinger devient, après division par  $\psi_{\text{tot}}$

$$\underbrace{\frac{1}{\psi(\vec{r})} \left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}_r^2 + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r})}_{= \text{constante} = T} + \underbrace{\frac{1}{\psi_{\text{CM}}(\vec{R})} \left[ -\frac{\hbar^2}{2M} \vec{\nabla}_R^2 \right] \psi_{\text{CM}}(\vec{R})}_{= \text{constante} = T_{\text{CM}}} = T_{\text{tot}}$$

- On obtient deux équations:

- mouvement de la particule relative dans un potentiel  $V(\vec{r})$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}_r^2 + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = T \psi(\vec{r})$$

- mouvement du centre de masse (« particule » libre)

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2M} \vec{\nabla}_R^2 \right] \psi_{\text{CM}}(\vec{R}) = T_{\text{CM}} \psi_{\text{CM}}(\vec{R})$$

# Description quantique de la diffusion (3)

- Etats stationnaires asymptotiques, pour  $r$  grand tel que  $V(\vec{r})=0$ :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}^2 \right] \psi_{\text{libre}}(\vec{r}) = T \psi_{\text{libre}}(\vec{r})$$

- Solutions physiques

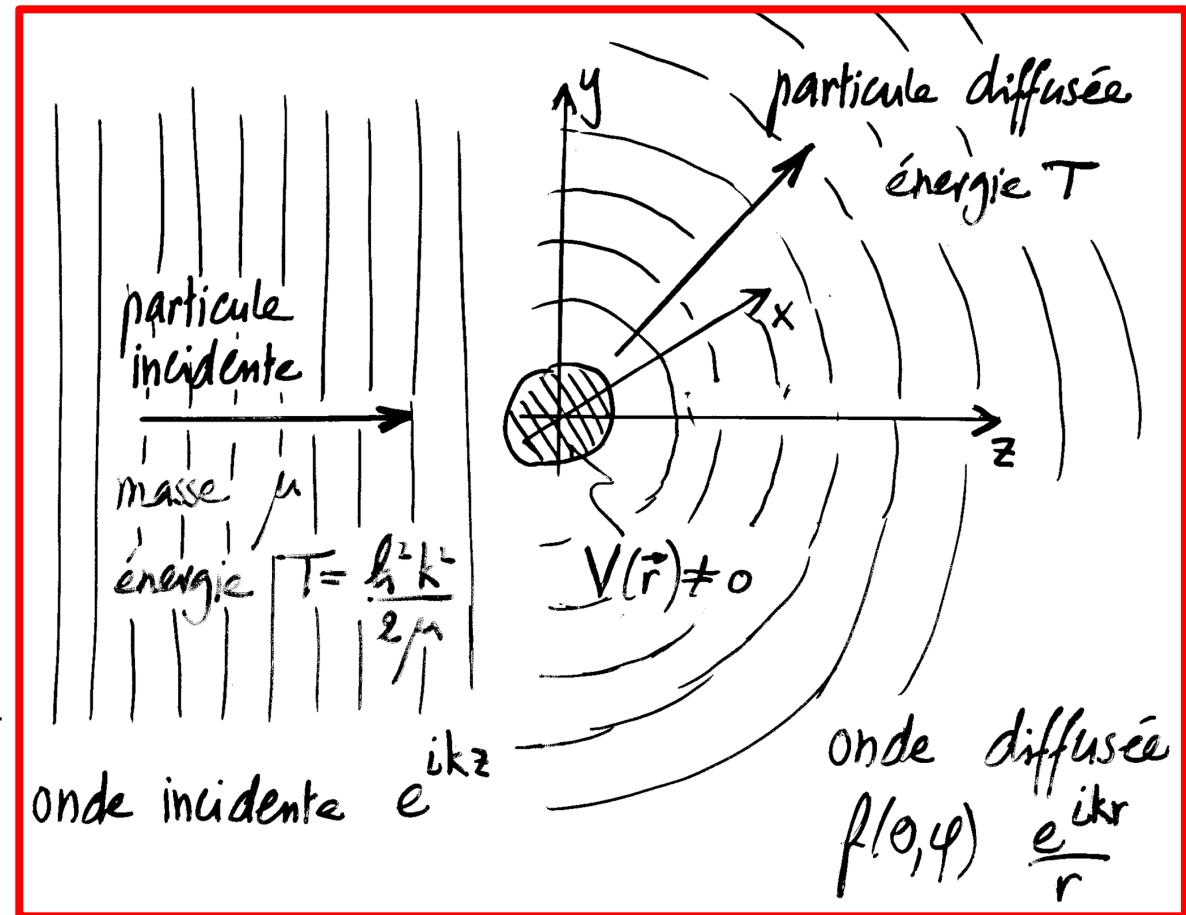
- particule incidente
  - onde plane se propageant selon Oz

$$\psi_{\text{inc}}(\vec{r}) \rightarrow \exp(ikz)$$

- particule diffusée
  - onde sphérique sortante

$$\psi_{\text{diff}}(\vec{r}) \rightarrow f(\theta, \varphi) \frac{\exp(ikr)}{r}$$

amplitude de diffusion



# Description quantique de la diffusion (4)

- Onde totale

$$\psi(\vec{r}) = \psi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \psi_{\text{diff}}(\vec{r}) \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} \exp(ikz) + f(\theta, \varphi) \frac{\exp(ikr)}{r}$$

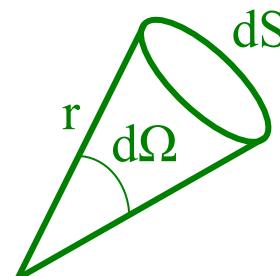
- Calcul section efficace élastique

- flux incident:  $F_{\text{inc}} = C |\psi_{\text{inc}}|^2 v = C \frac{\hbar k}{\mu}$

- flux diffusé:  $F_{\text{diff}} = C |\psi_{\text{diff}}|^2 v = C \frac{\hbar k}{\mu} \frac{|f(\theta, \varphi)|^2}{r^2}$

- nombre  $dn$  de particules diffusées élastiquement

dans  $d\Omega$  par unité de temps:  $dn = F_{\text{diff}} dS = F_{\text{diff}} r^2 d\Omega \Rightarrow d\sigma_{\text{el}} = \frac{dn}{F_{\text{inc}}} = |f(\theta, \varphi)|^2 d\Omega$



- Section efficace élastique différentielle

$$\boxed{\frac{d\sigma_{\text{el}}}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2}$$

Hypothèse pour la suite:  
projectile et cible  
non polarisés  
 $\Rightarrow f(\theta, \varphi) = f(\theta)$

# Décomposition en ondes partielles (1)

- Equation de Schrödinger stationnaire d'une particule libre

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}^2 \right] \psi_{\text{libre}}(\vec{r}) = T \psi_{\text{libre}}(\vec{r}) \Leftrightarrow \left[ \vec{\nabla}^2 + k^2 \right] \psi_{\text{libre}}(\vec{r}) = 0, \quad T = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$$

- les solutions de moment cinétique orbital  $\ell$  défini

$$\psi_{k\ell m}(\vec{r}) = R_{k\ell}(r) Y_\ell^m(\theta, \varphi) \quad k = \text{« nombre quantique radial » (continu)} \\ Y_\ell^m = \text{harmonique sphérique}$$

forment une base des fonctions d'onde stationnaires

- Décomposition de l'onde plane incidente sur cette base

$$\exp(ikz) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{+\ell} c_{k\ell m} \psi_{k\ell m}(\vec{r}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} c_{k\ell 0} \psi_{k\ell 0}(\vec{r}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} c_{k\ell 0} R_{k\ell}(r) Y_\ell^0(\theta)$$

car  $\exp(ikz)$  est une fonction propre de  $L_z$  pour la valeur propre  $m = 0$ :

$$L_z \exp(ikz) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} \exp(ikr \cos \theta) = 0$$

# Décomposition en ondes partielles (2)

- Comportement asymptotique de l'onde incidente:

$$\begin{aligned}\psi_{\text{inc}}(\vec{r}) &\xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} \exp(ikz) = \sum_{\ell=0}^{\infty} c_{k\ell 0} R_{k\ell}(r) Y_{\ell}^0(\theta) \\ &\xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{\pi(2\ell+1)} \frac{i^{\ell}}{ik} \left[ \frac{\exp\left(i\left(kr - \frac{\pi}{2}\ell\right)\right)}{r} - \frac{\exp\left(-i\left(kr - \frac{\pi}{2}\ell\right)\right)}{r} \right] Y_{\ell}^0(\theta)\end{aligned}$$

- Le potentiel ne peut affecter que les ondes sphériques sortantes  
→ comportement asymptotique de l'onde totale:

$$\psi(\vec{r}) \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{\pi(2\ell+1)} \frac{i^{\ell}}{ik} \left[ \frac{\exp\left(i\left(kr - \frac{\pi}{2}\ell\right)\right)}{r} - \frac{\exp\left(-i\left(kr - \frac{\pi}{2}\ell\right)\right)}{r} \right] Y_{\ell}^0(\theta)$$

coefficients complexes décrivant l'action du potentiel,  
c'est-à-dire l'interaction entre le projectile et la cible

# Décomposition en ondes partielles (3)

- Comportement asymptotique de l'onde diffusée:

$$\begin{aligned}\psi_{\text{diff}}(\vec{r}) = \psi(\vec{r}) - \psi_{\text{inc}}(\vec{r}) &\xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{\pi(2\ell+1)} \frac{i^\ell}{ikr} (\eta_\ell - 1) \exp\left(i\left(kr - \frac{\pi}{2}\ell\right)\right) Y_\ell^0(\theta) \\ &= \frac{\exp(ikr)}{r} \underbrace{\sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{\pi(2\ell+1)} \frac{i}{k} (1 - \eta_\ell) Y_\ell^0(\theta)}_{= \text{amplitude de diffusion} = f(\theta)}\end{aligned}$$

- On définit l'amplitude d'onde partielle:

$$T_\ell = \frac{i}{2} (1 - \eta_\ell)$$

- Amplitude de diffusion:

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2\ell+1)} T_\ell Y_\ell^0(\theta)$$

# Décomposition en ondes partielles (4)

- Section efficace différentielle élastique:

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{\ell'=0}^{\infty} \sqrt{2\ell+1} \sqrt{2\ell'+1} (1 - \eta_{\ell}) (1 - \eta_{\ell'}^*) Y_{\ell}^0(\theta) Y_{\ell'}^{0*}(\theta)$$

- Section efficace élastique:

$$\sigma_{el} = \int \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} d\Omega = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) |1 - \eta_{\ell}|^2 = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) |T_{\ell}|^2$$

ou bien

$$\sigma_{el} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sigma_{el}^{(\ell)}$$

$$\sigma_{el}^{(\ell)} = \frac{\pi}{k^2} (2\ell + 1) |1 - \eta_{\ell}|^2 = \frac{4\pi}{k^2} (2\ell + 1) |T_{\ell}|^2$$

section efficace partielle dans l'onde  $\ell$