Spectre d'énergie d'un nucléon

Notation des niveaux d'énergie:

$n\ell j$

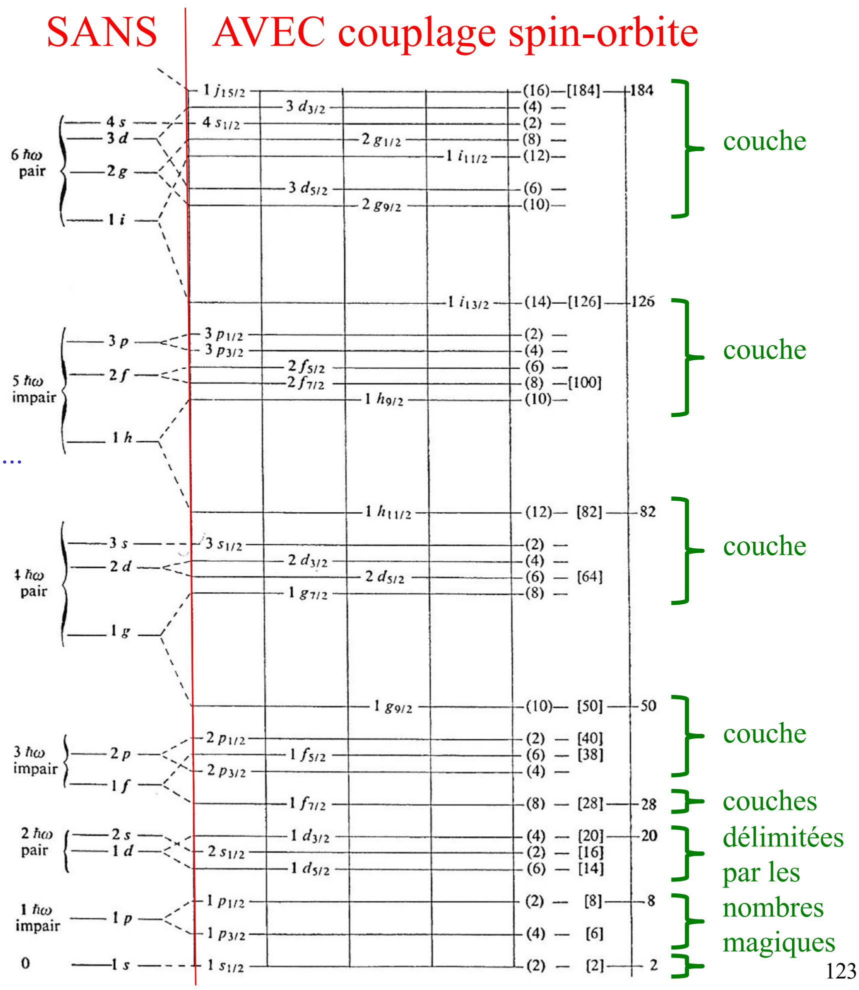
nombre quantique radial n=1, 2, ...
moment cinétique orbital ℓ= s, p, d, ...
moment cinétique total $j=\ell\pm½$

Note:

– le spectre diffère légèrement pour les protons et les neutrons si l'on tient compte du potentiel de Coulomb

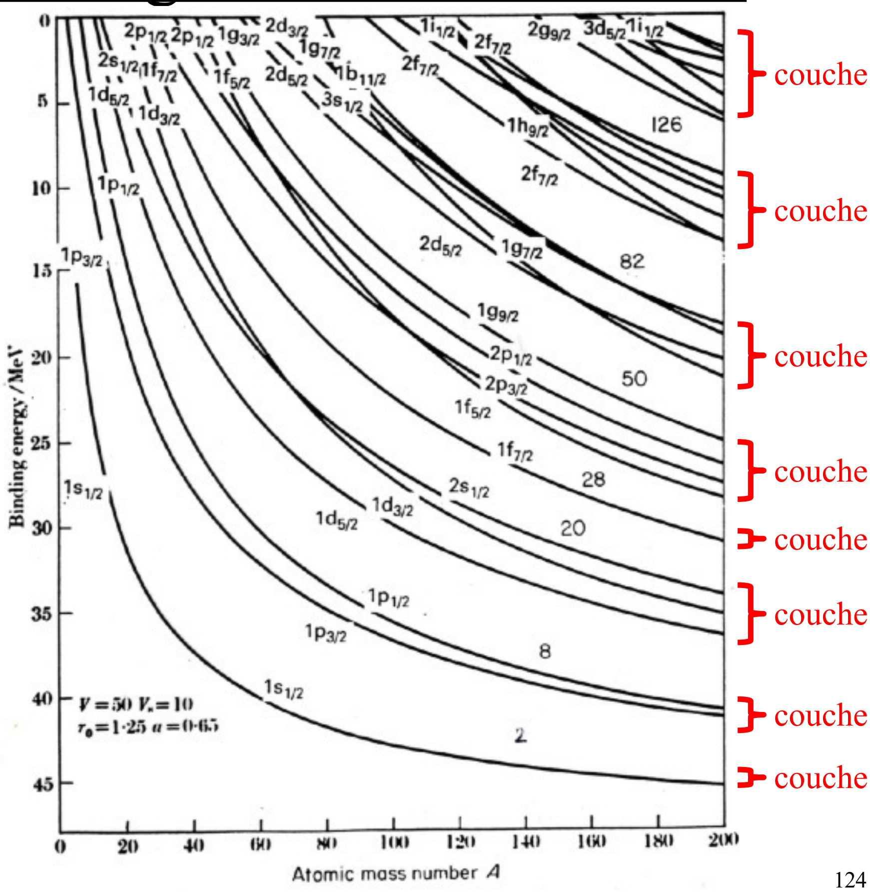
– le spectre dépend légèrement de A (extension radiale du potentiel)

→ interversions possibles des niveaux dans les couches supérieures (N, Z > 50)



Niveaux d'énergie en fonction de A

- Le potentiel V(r) dépend du rayon du noyau, donc de A
  - La séquence des niveaux d'énergie dépend de A, mais ...
    ... les nombres magiques restent largement indépendants de A



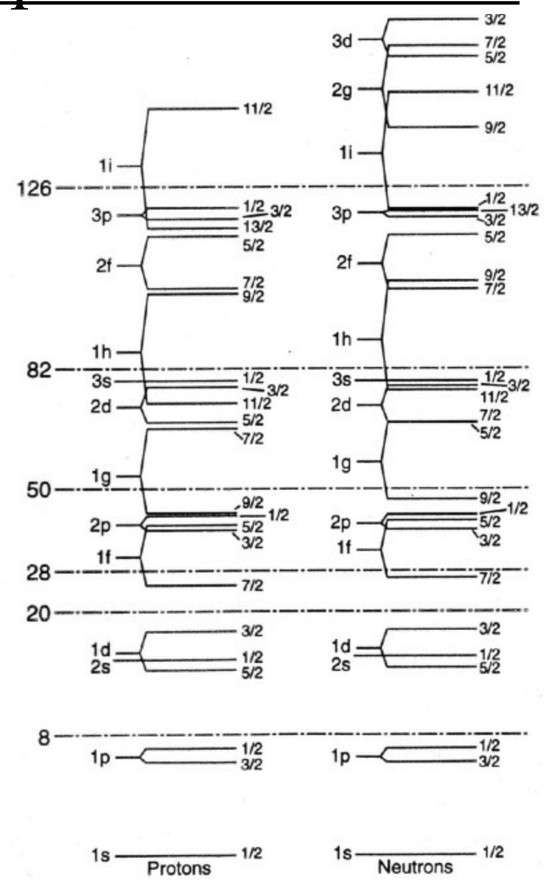
Spectre d'énergie: proton et neutron

- Pour les protons,
  répulsion Coulombienne:

$$H(r) = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V_{Saxon-Woods}(r) + \left(I_3 + \frac{1}{2}\right) V_{Coulomb}(r) + \xi(r)\vec{\ell}\cdot\vec{s}$$

  – I_3 = 3ème composante isospin (+1/2 proton, –1/2 neutron)

- Les spectres des protons et neutrons sont légèrement différents, mais les nombres magiques restent les mêmes

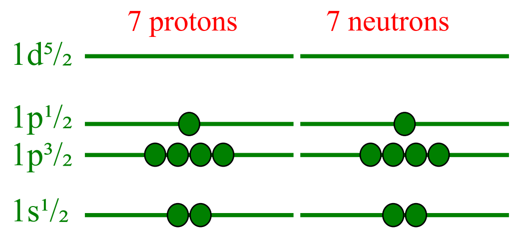


Configuration d'un noyau

- Remplissage des niveaux $n\ell j$ avec Z protons et N neutrons
  – au maximum 2j+1 protons ou neutrons par niveau $n\ell j$ (dégénerescence par rapport à m et principe d'exclusion)

- $\boxed{\text{Configuration = donnée des nombres quantiques } n\ell j \text{ de chacun des nucléons du noyau}}$
  – NB: la configuration ne suffit pas à déterminer la fonction d'onde du noyau

- Exemple:
  – état fondamental (configuration d'énergie minimale) du noyau ^{14}N



  – notation: $[\ p: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^1\ ;\ n: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^1\ ]$
  – notation abrégée: $[\ p: (1p_{1/2})^1\ ;\ n: (1p_{1/2})^1\ ]$

Energie, parité et spin des noyaux

- Energie totale (cinétique + potentielle) $$\boxed{E = \sum_{i=1}^{A} E_{n_i \ell_i j_i}}$$ ne dépend que de la configuration

- Parité totale = parité du noyau $$\boxed{P = \prod_{i=1}^{A} (-1)^{\ell_i} = (-1)^{\sum_{i=1}^{A} \ell_i}}$$ ne dépend que de la configuration

- Moment cinétique total = spin du noyau = spin nucléaire $$\boxed{\vec{J} = \sum_{i=1}^{A} \vec{j}_i = \sum_{i=1}^{A} \left(\vec{\ell}_i + \vec{s}_i \right)}$$
  - Pour trouver les valeurs possibles de J, il faut appliquer la règle de composition des moments cinétiques et l'antisymétrisation de la fonction d'onde totale des protons et des neutrons

Spin-parité des noyaux

- Niveau $n\ell j$ complet (occupé par 2j+1 nucléons identiques)

$$P = \prod_{i=1}^{2j+1} (-1)^{\ell} = (-1)^{\ell(2j+1)} = +1$$

principe d'exclusion

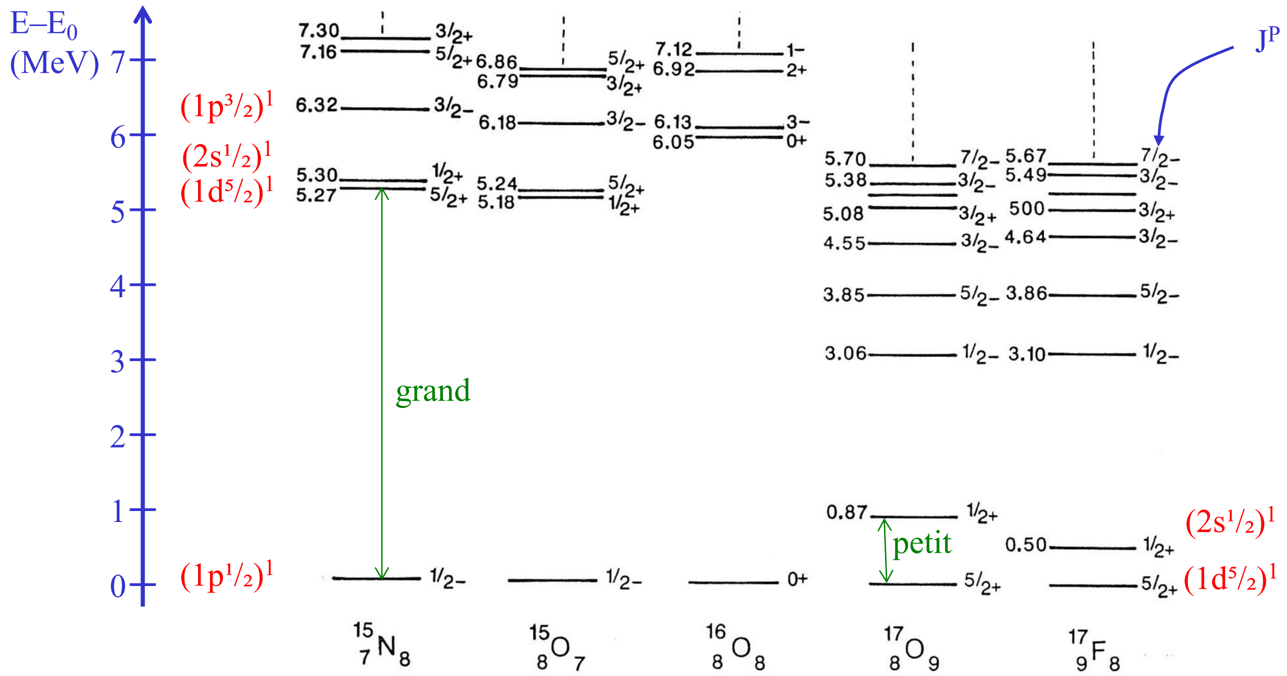
$$\vec{J} = \sum_{i=1}^{2j+1} \vec{j}_i \qquad M = \text{valeur propre de } J_z = \sum_{i=1}^{2j+1} m_i = \sum_{m=-j}^{j} m = 0$$

$\longrightarrow$ état unique (non dégénéré), $J^P = 0^+$

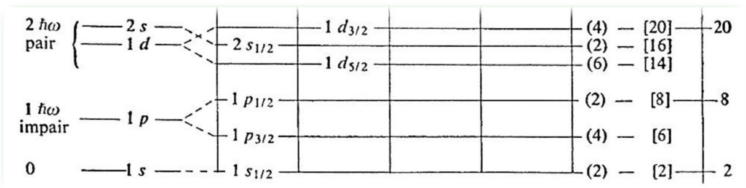
- Ensemble de plusieurs niveaux complets
  $\longrightarrow$ état unique (non dégénéré), $J^P = 0^+$

- Ensemble de plusieurs niveaux complets
  + un niveau $n\ell j$ occupé par un seul nucléon
  $\longrightarrow$ état dégénéré 2j+1 fois, $J = j$, $P = (-1)^{\ell}$

Spectres expérimentaux (^{15}N, ^{15}O, ^{16}O, ^{17}O, ^{17}F)



Spectre du nucléon indépendant

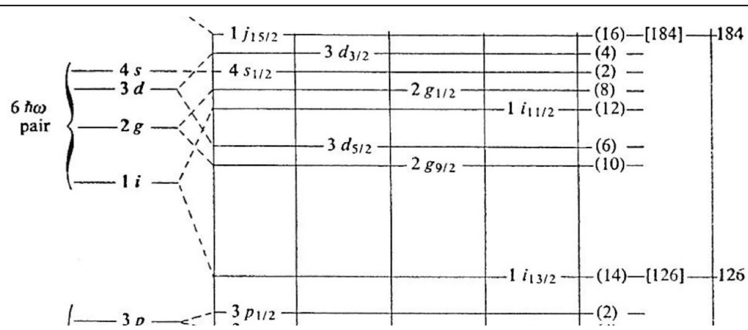


Spectre expérimental du $^{209}{}_{82}$Pb

- Couches complètes (82 protons et 126 neutrons) + 1 neutron tout seul dans la dernière couche (6 $\hbar\omega$)
  - le spectre expérimental des premiers niveaux excités du noyau donne la séquence des niveaux individuels du neutron dans la dernière couche

J^π	$^{209}_{82}$Pb E^* [MeV]	Config.
1/2⁻	2,152	$(2g_{9/2})^2(3p_{1/2})$
1/2⁺	2,032	$4s_{1/2}$
5/2⁺	1,566	$3d_{5/2}$
15/2⁻	1,422	$1j_{15/2}$
11/2⁺	0,778	$1i_{11/2}$
9/2⁺		$2g_{9/2}$

Spectre du nucléon indépendant



Moment cinétique total de deux nucléons

- Moment cinétique total $\boxed{\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2}$
- Deux bases de l'espace des états de moment cinétique total

$$\left\{ \left| j_1 m_1 j_2 m_2 \right\rangle \right\} \quad \text{états propres de } \vec{j}_1^{\,2},\ j_{1z},\ \vec{j}_2^{\,2},\ j_{2z}$$
$$\left\{ \left| j_1 j_2 J M \right\rangle \right\} \quad \text{états propres de } \vec{j}_1^{\,2},\ \vec{j}_2^{\,2},\ \vec{J}^{\,2},\ J_z$$

- Valeurs possibles pour J et M:

$$\boxed{\begin{array}{ll} |j_1 - j_2| \le J \le j_1 + j_2 & \text{par pas de 1} \\ -J \le M \le J & \text{par pas de 1} \end{array}}$$

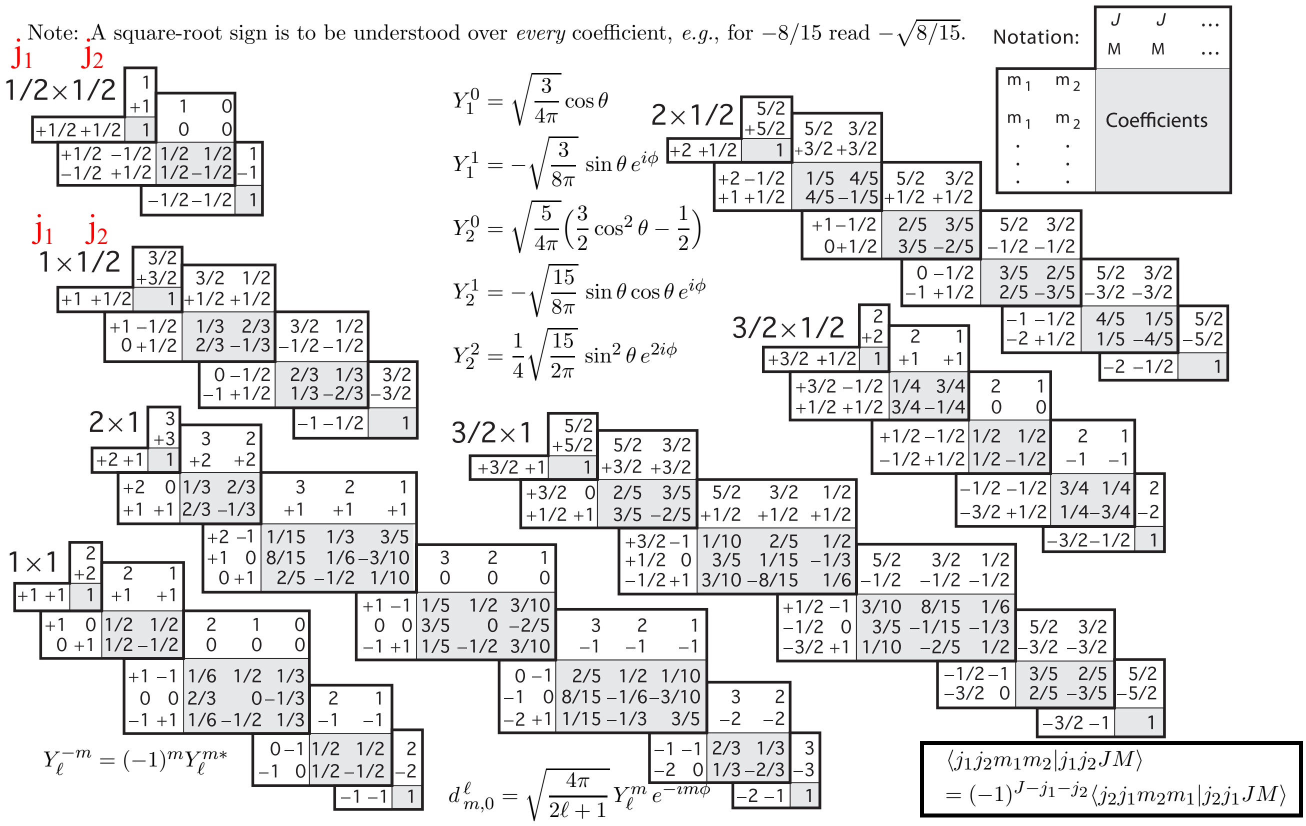
- Changements de base:

$$\left| j_1 j_2 J M \right\rangle = \sum_{\substack{m_1, m_2 \\ M = m_1 + m_2}} C_{j_1 j_2}(J, M, m_1, m_2) \left| j_1 m_1 j_2 m_2 \right\rangle$$

$$\left| j_1 m_1 j_2 m_2 \right\rangle = \sum_{\substack{J \text{ possibles} \\ M = m_1 + m_2}} C_{j_1 j_2}(J, M, m_1, m_2) \left| j_1 j_2 J M \right\rangle$$

coefficients de Clebsch-Gordan

Coefficients de Clebsch-Gordan



coefficients pour autres valeurs de j_1 et j_2

Niveau nℓj occupé par deux nucléons

- Exemple: noyau $^{18}_{9}F$ de configuration [p: $(1d_{5/2})^1$; n: $(1d_{5/2})^1$]
  - deux nucléons différents sur un même niveau avec $j = 5/2$
  - dénombrement des états et détermination de leurs valeurs de $M = m_1+m_2$
    - tableau de Slater:

m_1 \ m_2	-5/2	-3/2	-1/2	1/2	3/2	5/2
-5/2	-5	-4	-3	-2	-1	0
-3/2	-4	-3	-2	-1	0	1
-1/2	-3	-2	-1	0	1	2
1/2	-2	-1	0	1	2	3
3/2	-1	0	1	2	3	4
5/2	0	1	2	3	4	5

  - valeurs possibles pour J: 0, 1, 2, 3, 4, 5
  - parité totale positive

Niveau nℓj occupé par deux nucléons

- Exemple: noyau $^{18}_{8}O$ de configuration [n: $(1d_{5/2})^2$]
  - deux nucléons identiques sur un même niveau avec $j = 5/2$
  - dénombrement des états et la détermination de leurs valeurs de $M=m_1+m_2$
    - tableau de Slater:

m_1 \ m_2	-5/2	-3/2	-1/2	1/2	3/2	5/2
-5/2	~~-5~~	-4	-3	-2	-1	0
-3/2	-4	~~-3~~	-2	-1	0	1
-1/2	-3	-2	~~-1~~	0	1	2
1/2	-2	-1	0	~~1~~	2	3
3/2	-1	0	1	2	~~3~~	4
5/2	0	1	2	3	4	~~5~~

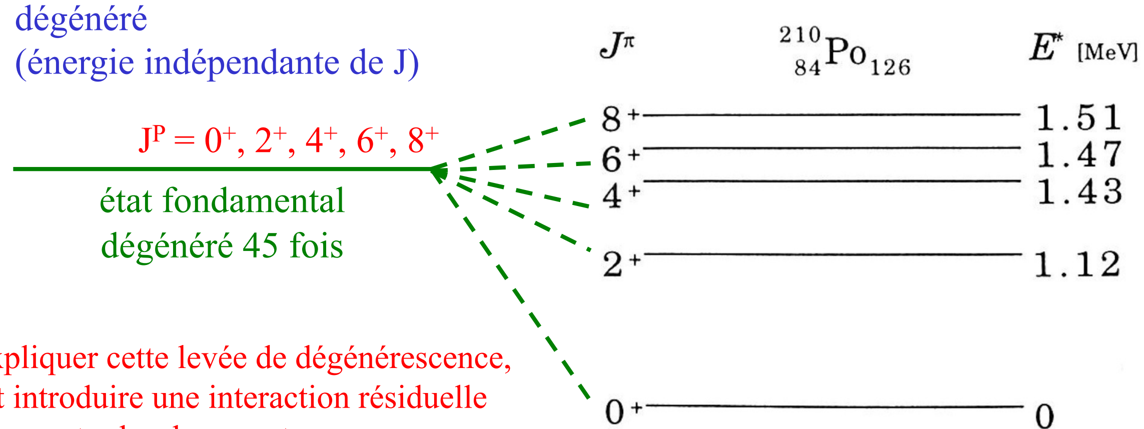
états indiscernables

principe d'exclusion

  - valeurs possibles pour J: 0, 2, 4
  - parité totale positive

Spectre expérimental du ${}^{210}_{84}Po$

- Configuration du ${}^{210}_{84}Po$ dans l'état fondamental: [p: $(1h^{9}/_{2})^{2}$]
  - prédictions du modèle en couches à particule indépendante pour le niveau fondamental
    - valeurs possibles du spin-parité: $J^P = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+$
    - niveau fondamental totalement dégénéré (énergie indépendante de J)
  - spectre expérimental des premiers niveaux du ${}^{210}_{84}Po$



état fondamental non dégénéré

Pour expliquer cette levée de dégénérescence, il faut introduire une interaction résiduelle entre les deux protons ...