Nombres magiques

- Un noyau magique est un noyau ayant un nombre magique de neutrons ou de protons
- Dans un noyau magique, les neutrons ou les protons ne forment que des couches complètes

- Nombres magiques:

... observés	**2 8 20 28 50 82 126**
... prédits par potentiel rectangulaire	2 8 20 34 40 58 92 138
... prédits par potentiel harmonique	2 8 20 40 70 112

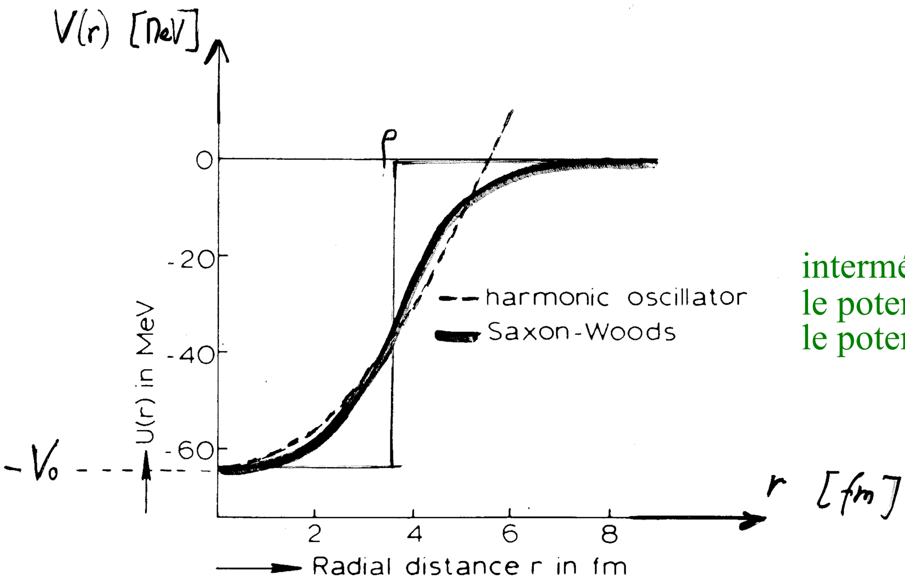
- Question:
  - quel est le potentiel V(r) qui peut prédire correctement tous les nombres magiques ?

Potentiel de Saxon-Woods

- Déterminé empiriquement à partir de mesures de densité nucléaire

$$\boxed{V(r) = -\frac{V_0}{1+\exp\left(\mu(r-\rho)\right)}}$$

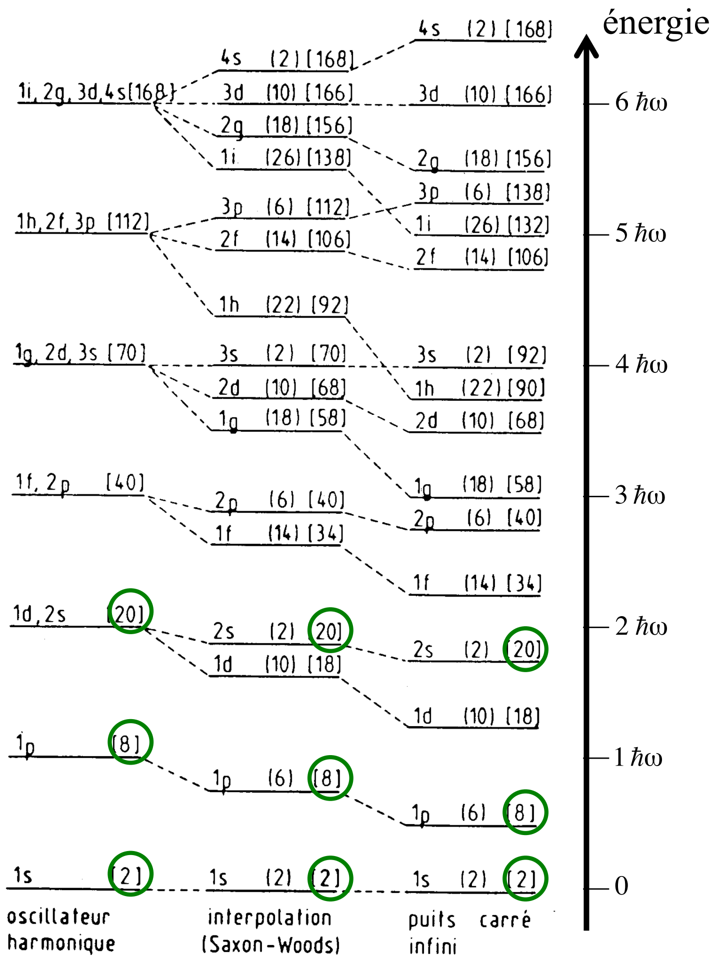
V_0 = 50–60 MeV
$\rho = r_0 A^{1/3}$, $r_0 \sim 1.2$ fm
μ = 1–2 fm^{-1}



intermédiaire entre le potentiel harmonique et le potentiel rectangulaire

Spectre avec potentiel de Saxon-Woods

- Nombres magiques reproduits
  - 2, 8, 20
- Nombres magiques pas reproduits
  - 28, 50, 82, 126



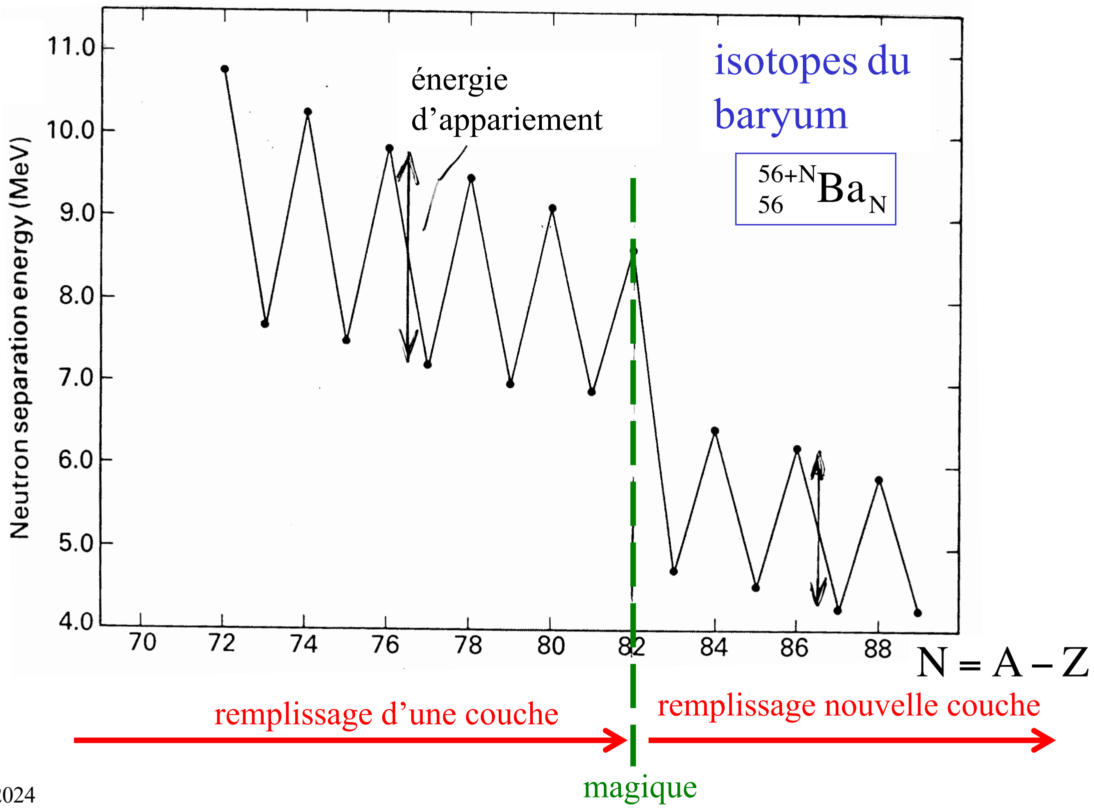
Modèle en couches

Modèle en couches de la physique nucléaire
= modèle à nucléon indépendant permettant de reproduire les nombres magiques

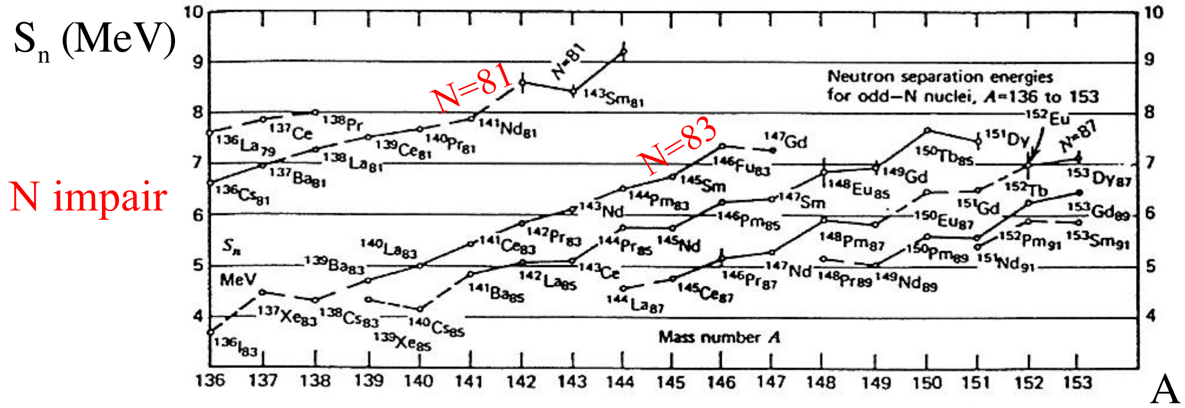
- Evidences expérimentales en faveur des nombres magiques
  - **2, 8, 20, 28, 50, 82, 126**
- Potentiel permettant de reproduire les nombres magiques
  - potentiel non-central, avec couplage spin-orbite
- Prédictions du modèles en couches et comparaison avec les mesures expérimentales
  - spin-parité des niveaux fondamentaux et excités
  - moment magnétique dipolaire
  - moment électrique quadrupolaire

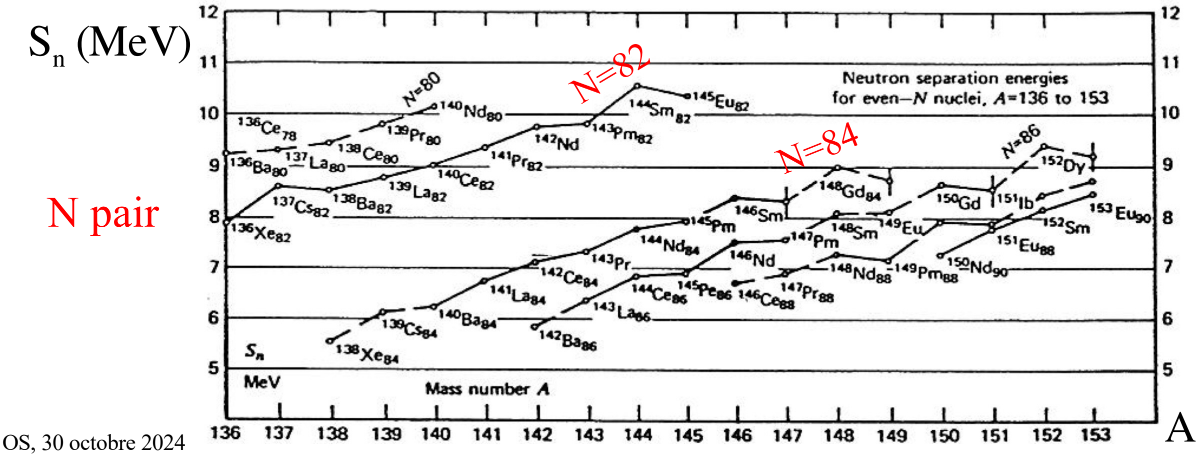
Energie de séparation du neutron le moins lié

$$S_n = B(Z,A) - B(Z,A-1)$$



Energie de séparation du neutron le moins lié

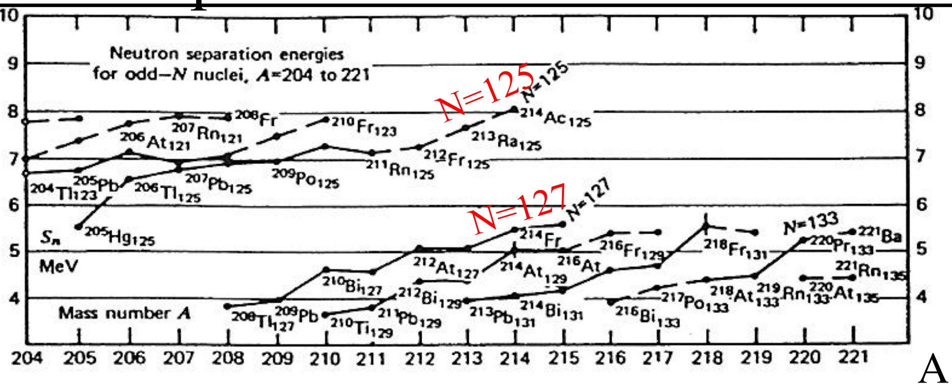




Energie de séparation du neutron le moins lié

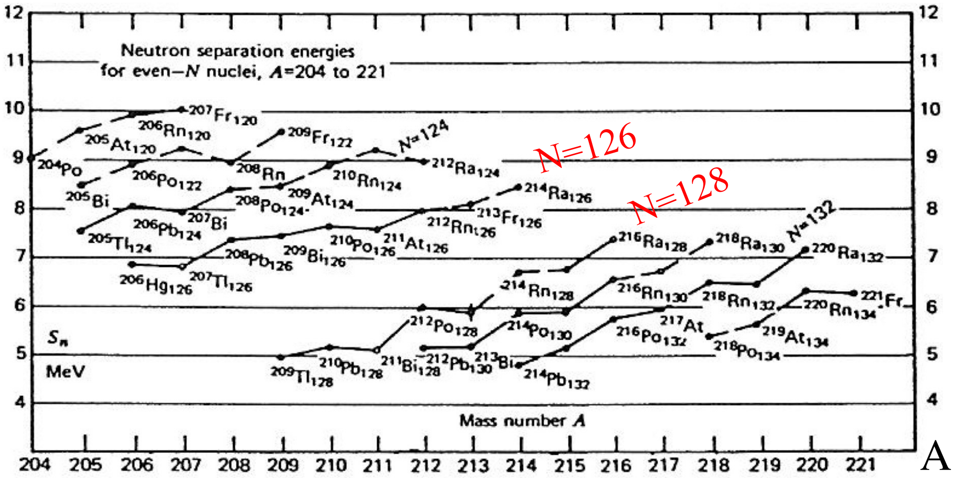
S_n (MeV)

N impair



S_n (MeV)

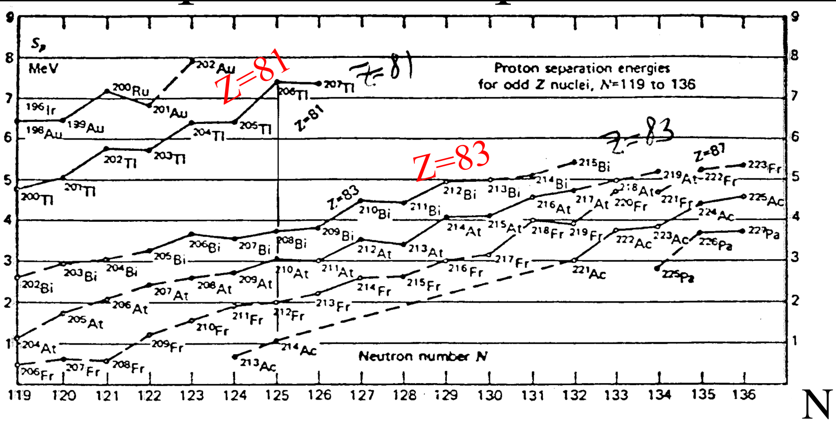
N pair



Energie de séparation du proton le moins lié

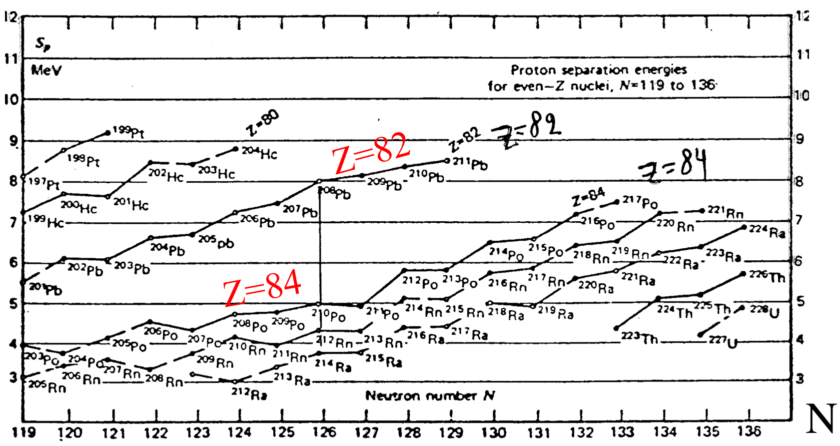
S_p (MeV)

Z impair



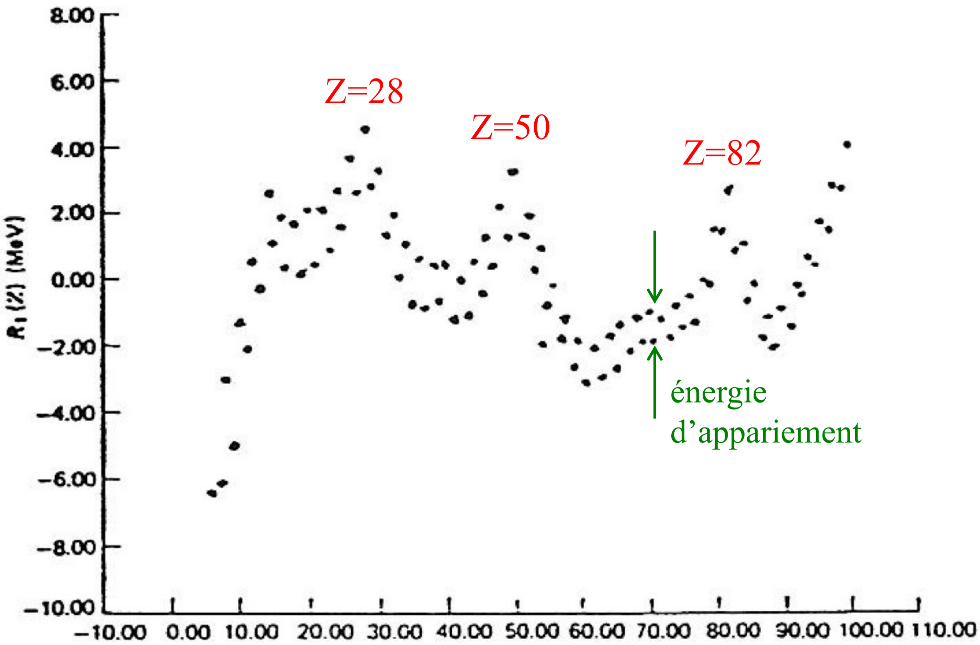
S_p (MeV)

Z pair



Irrégularités de l'énergie de liaison

résidu =
B(Z,A) – fit
en MeV

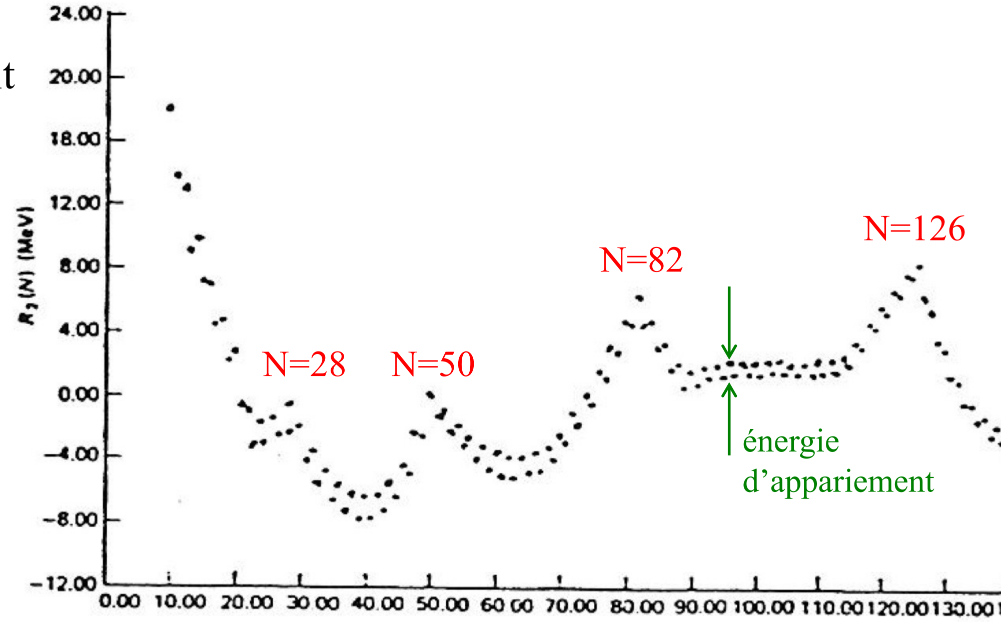


nombre de protons Z

fit = polynôme de degré 2 en A et Z

Irrégularités de l'énergie de liaison

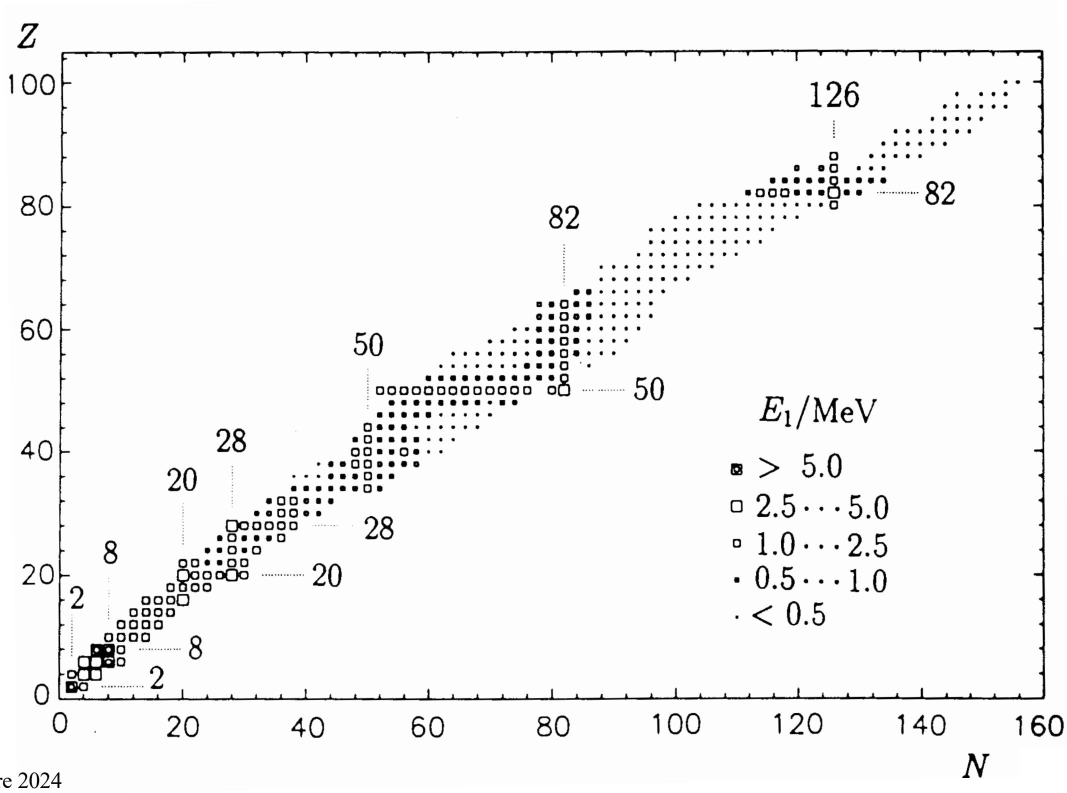
résidu =
B(Z,A) – fit
en MeV



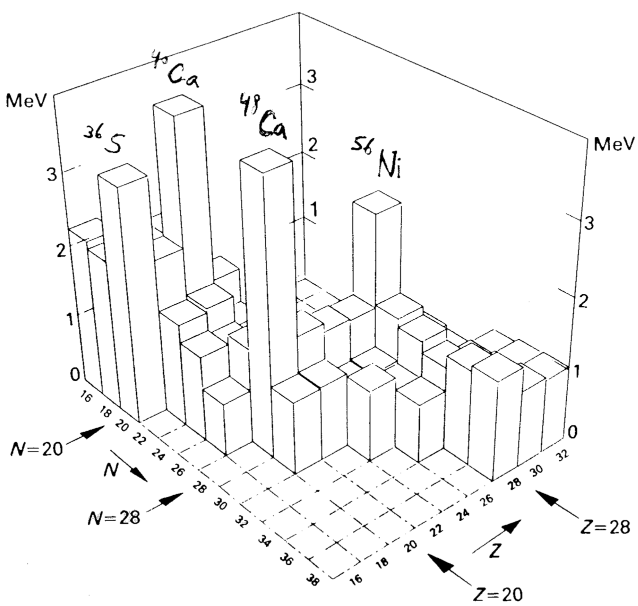
nombre de neutrons N

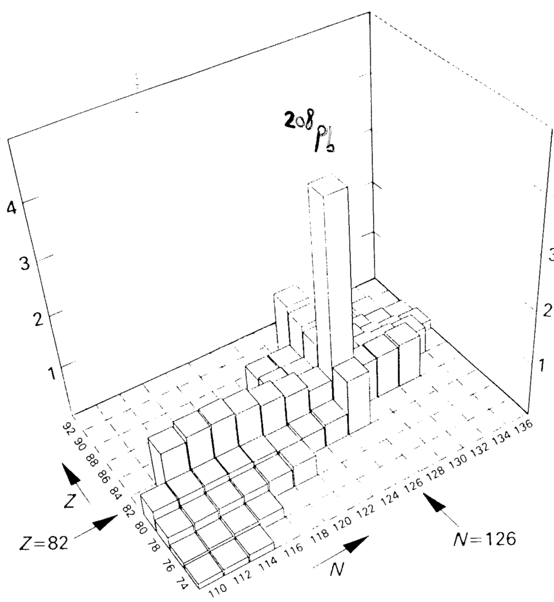
fit = polynôme de degré 2 en A et Z

Energie d’excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair

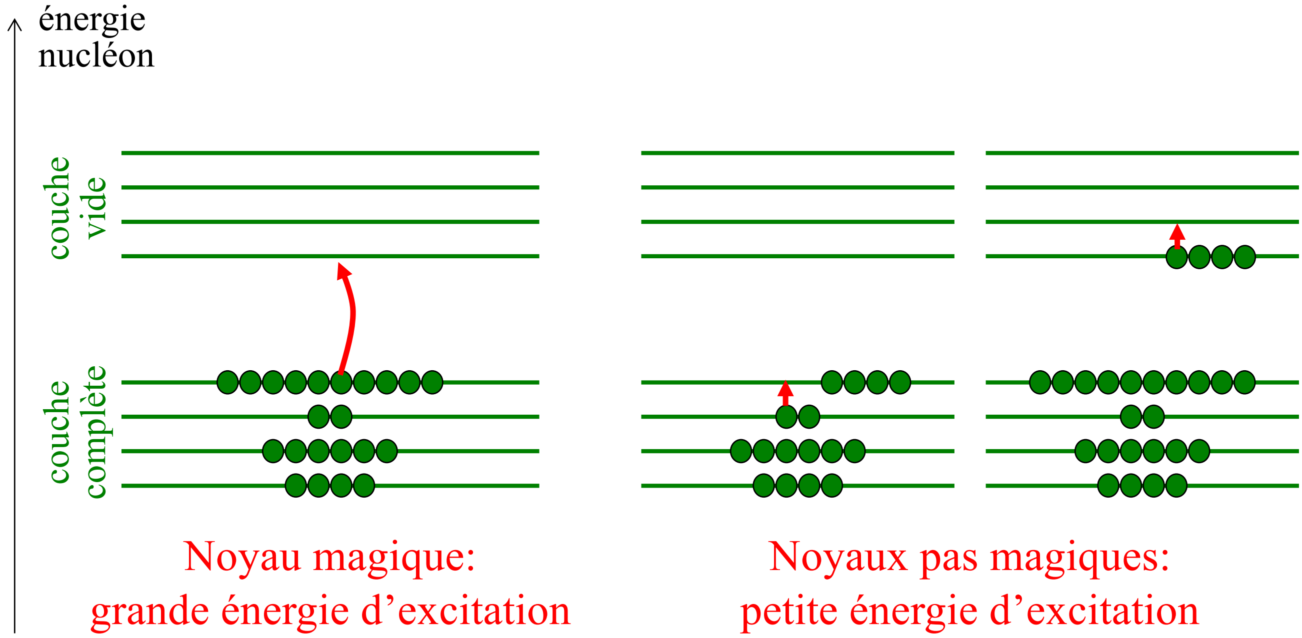


Energie d’excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair





Energie d’excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair



Noyau magique:
grande énergie d’excitation

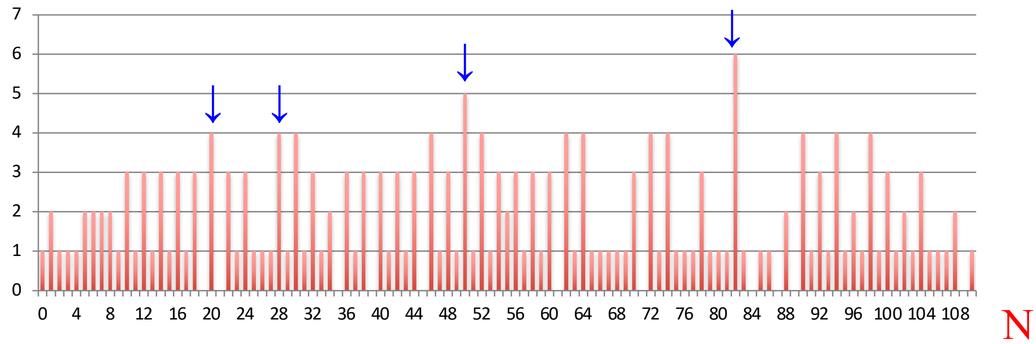
Noyaux pas magiques:
petite énergie d’excitation

Nombre d’isotones ou isotopes stables

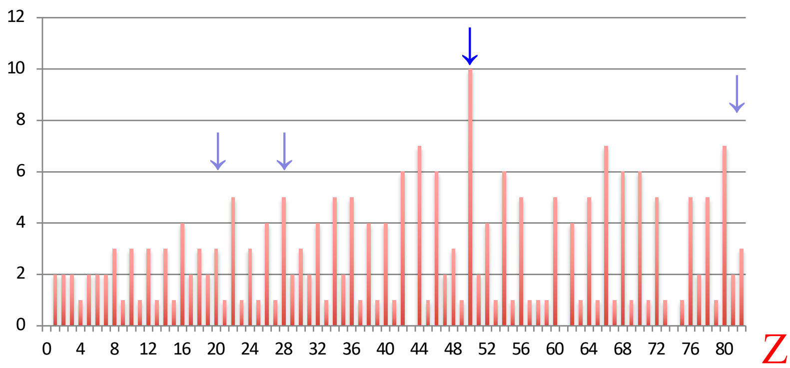
isotones ↔ même N
isotopes ↔ même Z

en général plus élevé pour les noyaux magiques

Nombre d’isotones stables



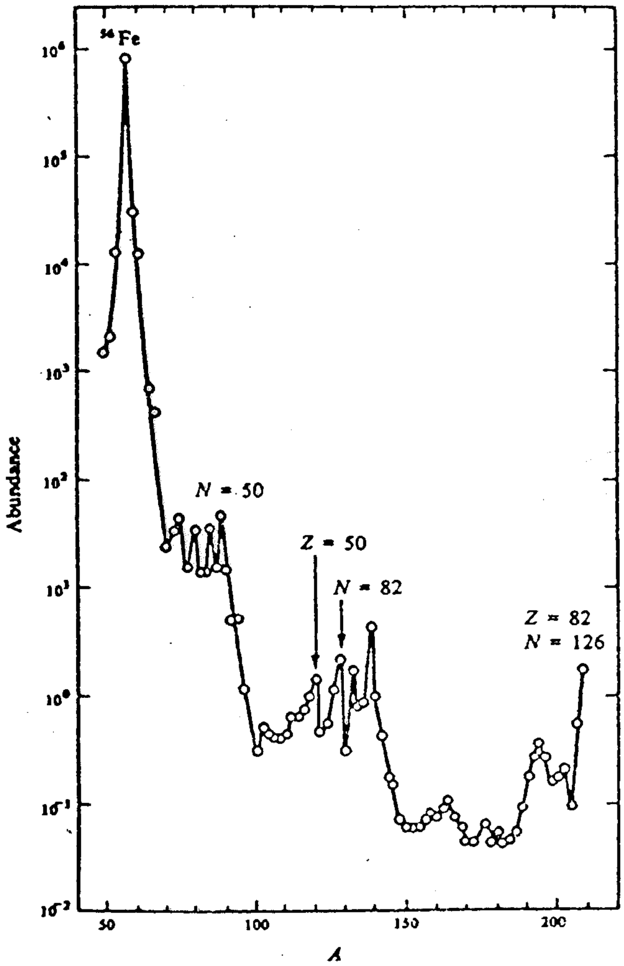
Nombre d’isotopes stables



L’étain $_{50}$Sn a 10 isotopes stables !

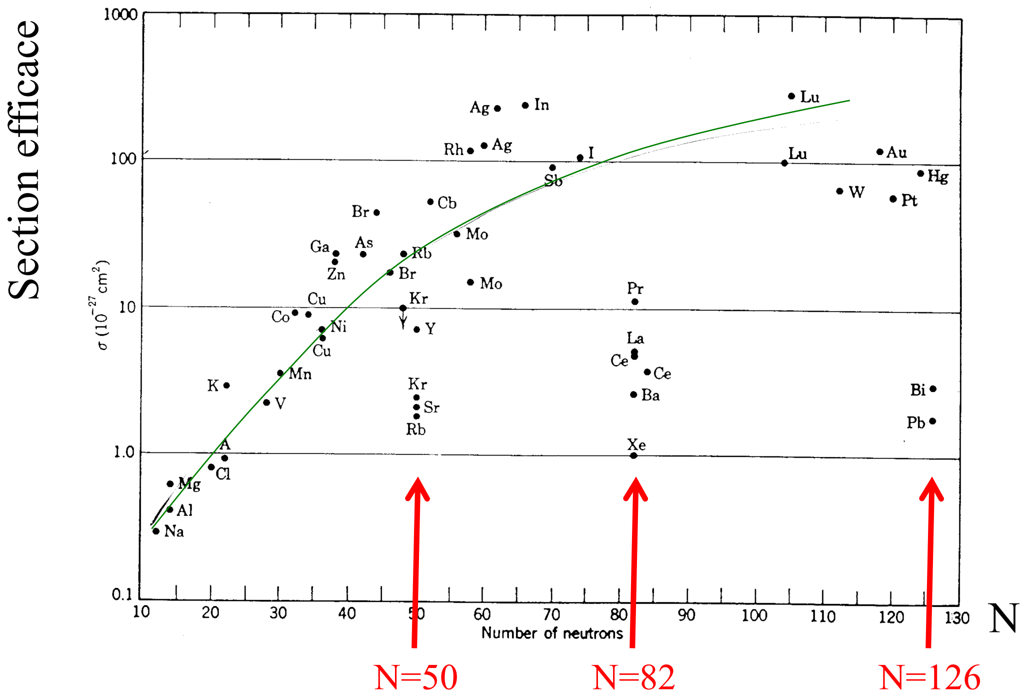
Abondance naturelle relative des noyaux

^1H: 93%
^4He: 7%
autres: 0.1%



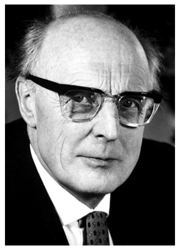
Capture radiative des neutrons lents

$$n + {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A+1}_{Z}X^* \rightarrow {}^{A+1}_{Z}X + \gamma \qquad E_n = 1\,\text{MeV}$$



Couplage spin-orbite

- Introduit (sur suggestion de Fermi) en 1949 par
  - Maria Goeppert-Mayer (Chicago) } ½ prix Nobel 1963
  - J. Hans D. Jensen (Heidelberg)

- Hamiltonien du nucléon indépendant:

$$\boxed{H = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 + V(r) + \xi(r)\,\vec{\ell}\cdot\vec{s}}$$

$V(r)$: potentiel central (p. ex. Saxon-Woods)

$\xi(r)\,\vec{\ell}\cdot\vec{s}$: interaction spin-orbite

$\vec{\ell} =$ moment cinétique orbital du nucléon

$\vec{s} =$ spin du nucléon

- Les fonctions propres de $\vec{\ell}^2$, ℓ_z, $\vec{s}^2$, s_z et $H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 + V(r)$

$$\psi_{n\ell m_\ell m_s}(r,\theta,\phi) = R_{n\ell}(r)\, Y_\ell^{m_\ell}(\theta,\phi)\, \chi_s^{m_s}$$

ne sont pas des fonctions propres de H car

$$\left[H, \ell_z\right] = \xi(r)\left[\vec{\ell}\cdot\vec{s}, \ell_z\right] \neq 0 \quad \text{et} \quad \left[H, s_z\right] = \xi(r)\left[\vec{\ell}\cdot\vec{s}, s_z\right] \neq 0$$

Couplage spin-orbite (suite)

- Moment cinétique total du nucléon indépendant: $\boxed{\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s}}$
  - les opérateurs H, $\vec{\ell}^2$, $\vec{s}^2$, $\vec{j}^2$ et j_z commutent entre eux
  - on cherche donc des fonctions stationnaires ψ telles que

$$\boxed{\begin{aligned} H\psi &= E\psi \\ \vec{\ell}^2\psi &= \ell(\ell+1)\hbar^2\psi \\ \vec{s}^2\psi &= s(s+1)\hbar^2\psi \\ \vec{j}^2\psi &= j(j+1)\hbar^2\psi \\ j_z\psi &= m\hbar\psi \end{aligned}}$$

$\ell = 0, 1, 2, \ldots$
$s = ½$
$j = \ell \pm ½$
$m = -j, -j+1, \ldots, j-1, j$

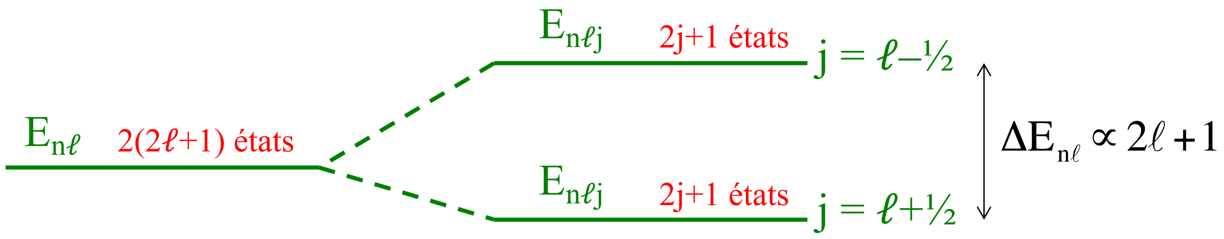
- Valeurs propres $\lambda_{\ell j}$ de $\vec{\ell}\cdot\vec{s}$: $\quad \vec{\ell}\cdot\vec{s}\,\psi = \lambda_{\ell j}\,\psi$

$$\boxed{\lambda_{\ell j} = \tfrac{1}{2}\hbar^2\left[j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)\right] = \begin{cases} +\tfrac{1}{2}\hbar^2\ell & \text{si } j = \ell + \tfrac{1}{2} \\ -\tfrac{1}{2}\hbar^2(\ell+1) & \text{si } j = \ell - \tfrac{1}{2} \end{cases}}$$

Couplage spin-orbite (suite)

- Nouvelle équation radiale $$\boxed{\left[\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d}{dr}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E-V(r)-\xi(r)\lambda_{\ell j}\right)-\ell\left(\ell+1\right)\right]R(r)=0}$$
  – pour chaque $\ell>0$, deux équations radiales différentes ($j=\ell+½$ et $j=\ell-½$)
  – pour chaque couple ℓj, plusieurs solutions numérotées n = 1, 2, ... par ordre croissant d'énergie $$\begin{cases} E \to E_{n\ell j} \\ R(r) \to R_{n\ell j}(r) \\ \psi \to \psi_{n\ell jm} \end{cases}$$

- « Splitting » (clivage) des niveaux pour $\ell>0$:



SANS couplage spin-orbite AVEC couplage spin-orbite