

Nombres magiques

- Un **noyau magique** est un noyau ayant un **nombre magique** de neutrons ou de protons
- Dans un noyau magique, les neutrons ou les protons ne forment que des **couches complètes**
- Nombres magiques:

... observés	2	8	20	28	50	82	126	
... prédits par potentiel rectangulaire	2	8	20	34	40	58	92	138
... prédits par potentiel harmonique	2	8	20		40	70	112	

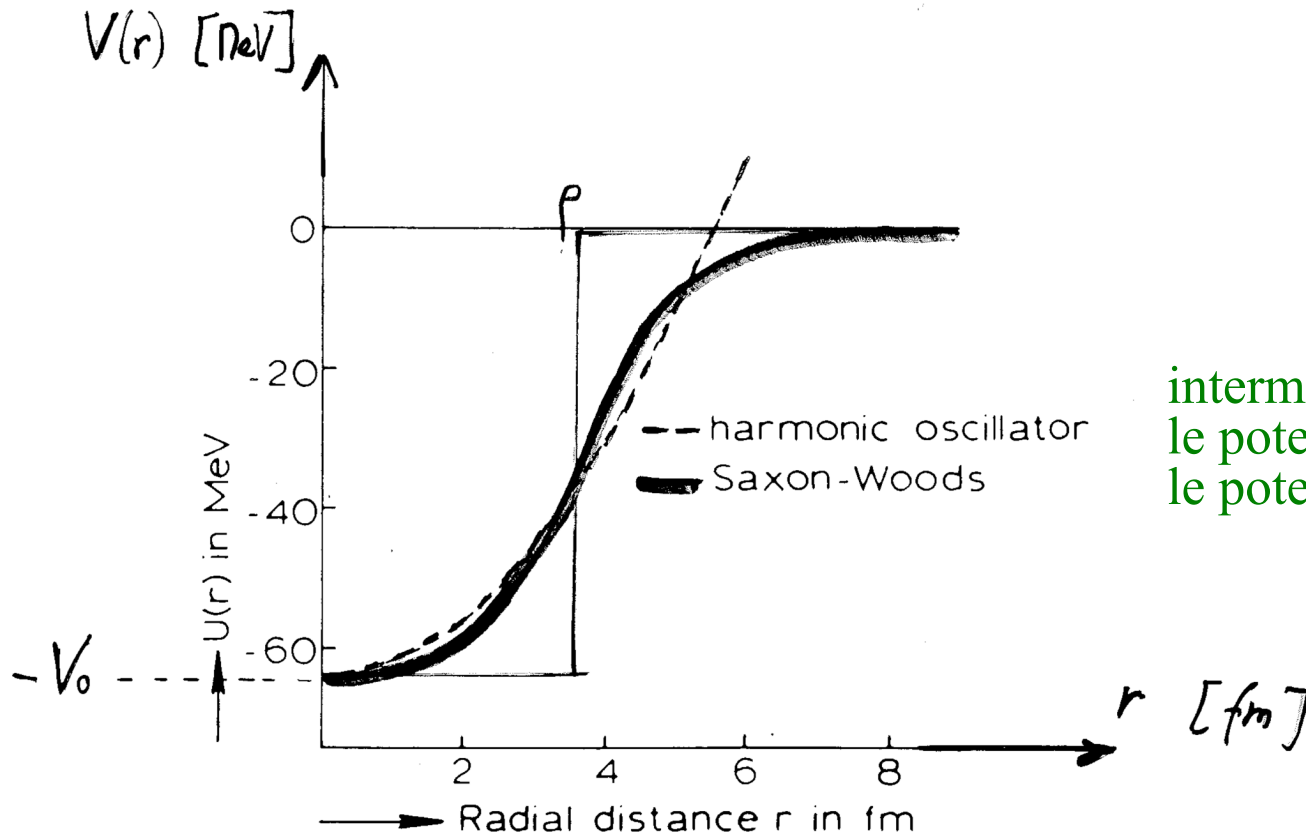
- Question:
 - quel est le potentiel $V(r)$ qui peut prédire correctement tous les nombres magiques ?

Potentiel de Saxon-Woods

- Déterminé empiriquement à partir de mesures de densité nucléaire

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp(\mu(r - \rho))}$$

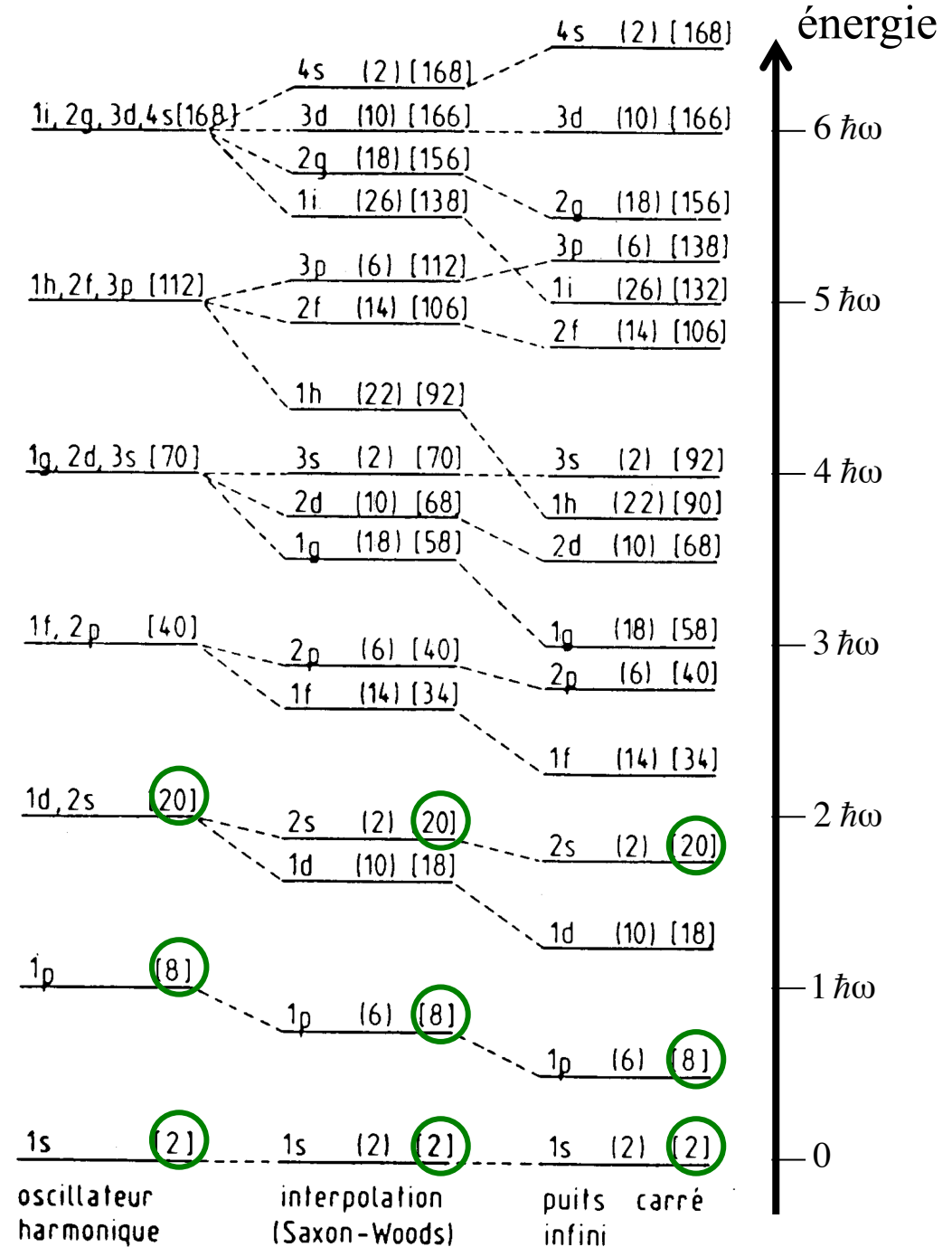
$$\begin{aligned} V_0 &= 50-60 \text{ MeV} \\ \rho &= r_0 A^{1/3}, \quad r_0 \sim 1.2 \text{ fm} \\ \mu &= 1-2 \text{ fm}^{-1} \end{aligned}$$



intermédiaire entre
le potentiel harmonique et
le potentiel rectangulaire

Spectre avec potentiel de Saxon-Woods

- Nombres magiques reproduits
 - 2, 8, 20
- Nombres magiques pas reproduits
 - 28, 50, 82, 126



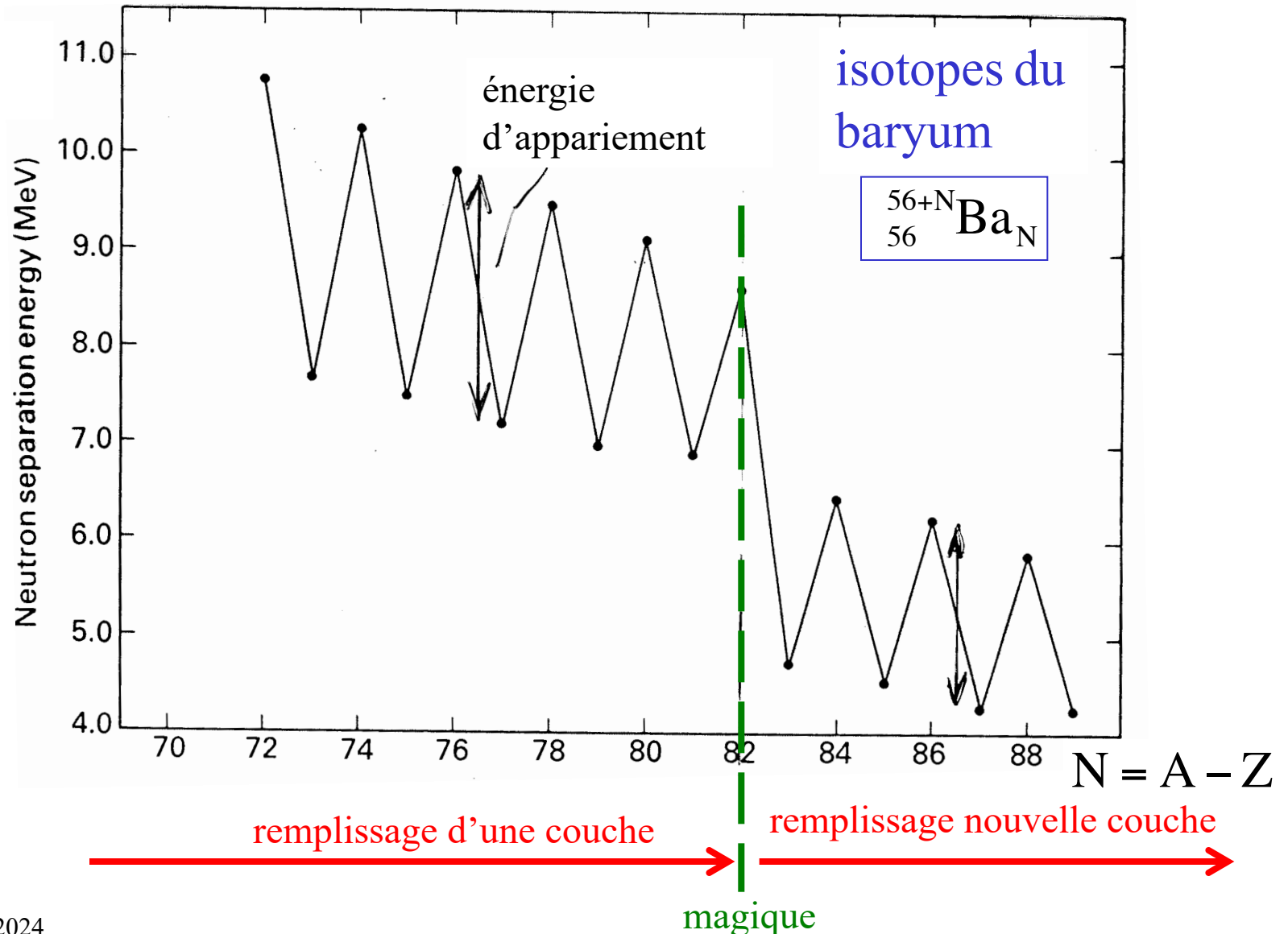
Modèle en couches

Modèle en couches de la physique nucléaire
= modèle à nucléon indépendant permettant de reproduire les nombres magiques

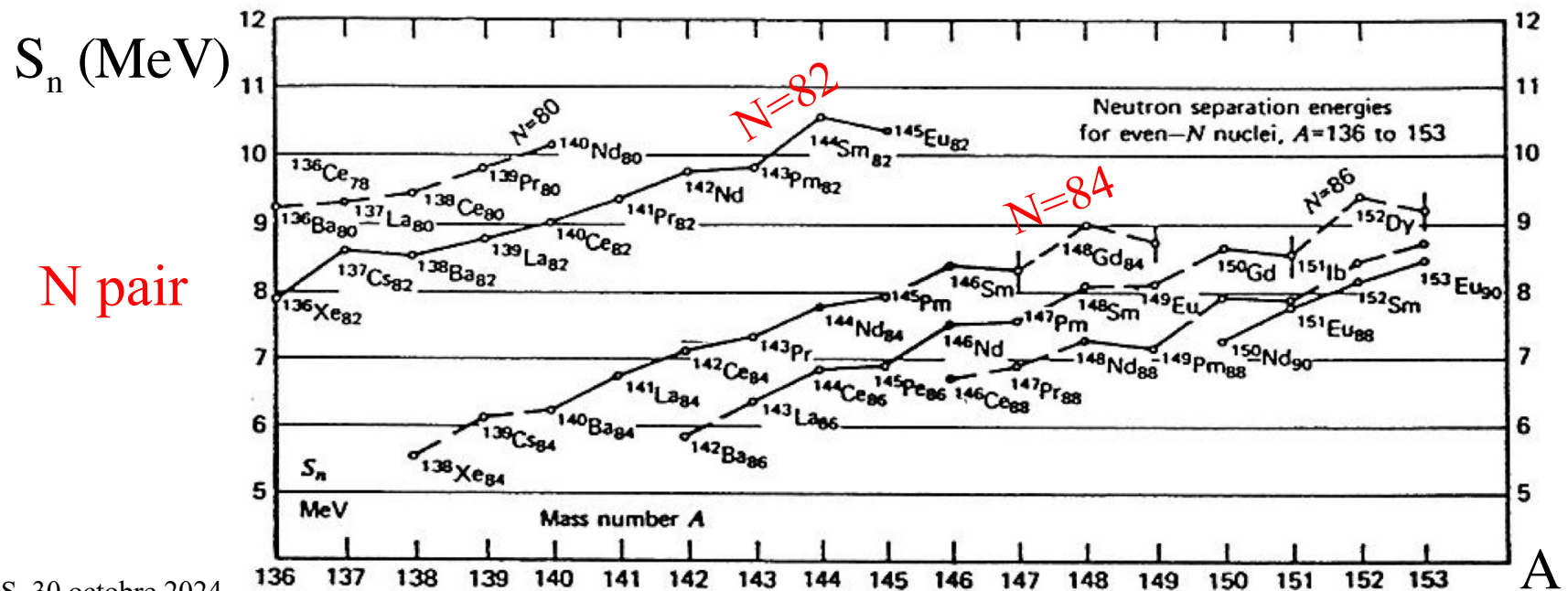
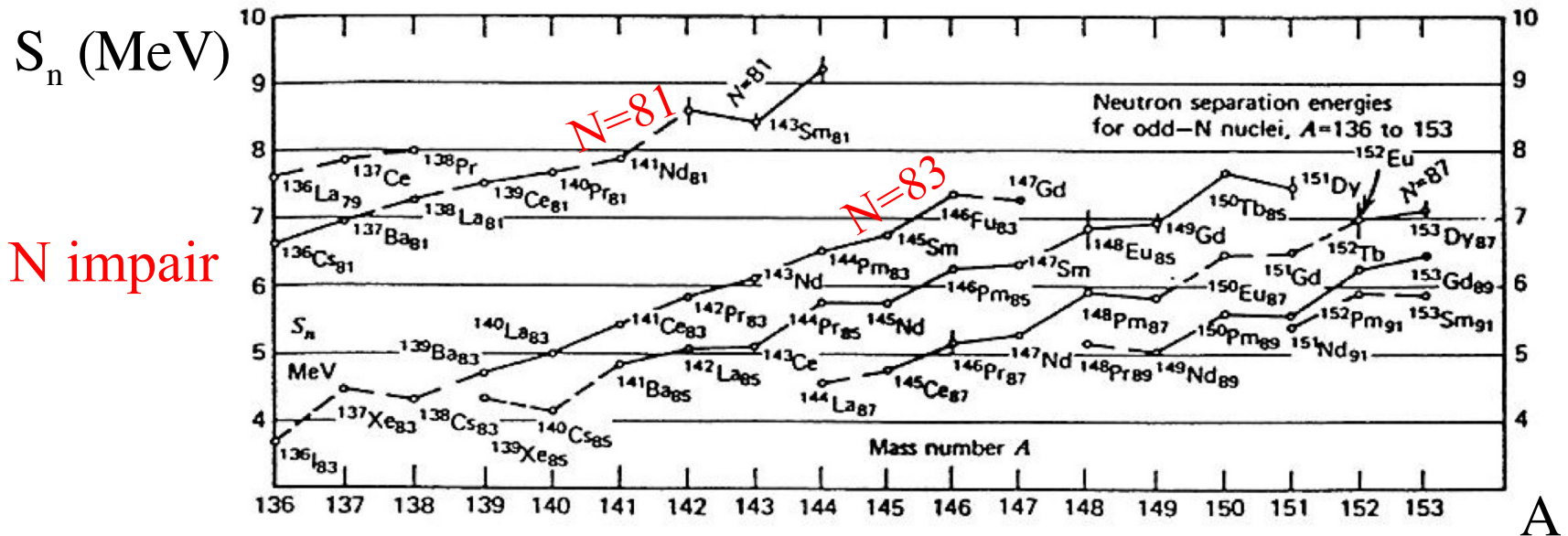
- Evidences expérimentales en faveur des nombres magiques
 - **2, 8, 20, 28, 50, 82, 126**
- Potentiel permettant de reproduire les nombres magiques
 - potentiel non-central, avec couplage spin-orbite
- Prédiction du modèle en couches et comparaison avec les mesures expérimentales
 - spin-parité des niveaux fondamentaux et excités
 - moment magnétique dipolaire
 - moment électrique quadrupolaire

Energie de séparation du neutron le moins lié

$$S_n = B(Z, A) - B(Z, A - 1)$$



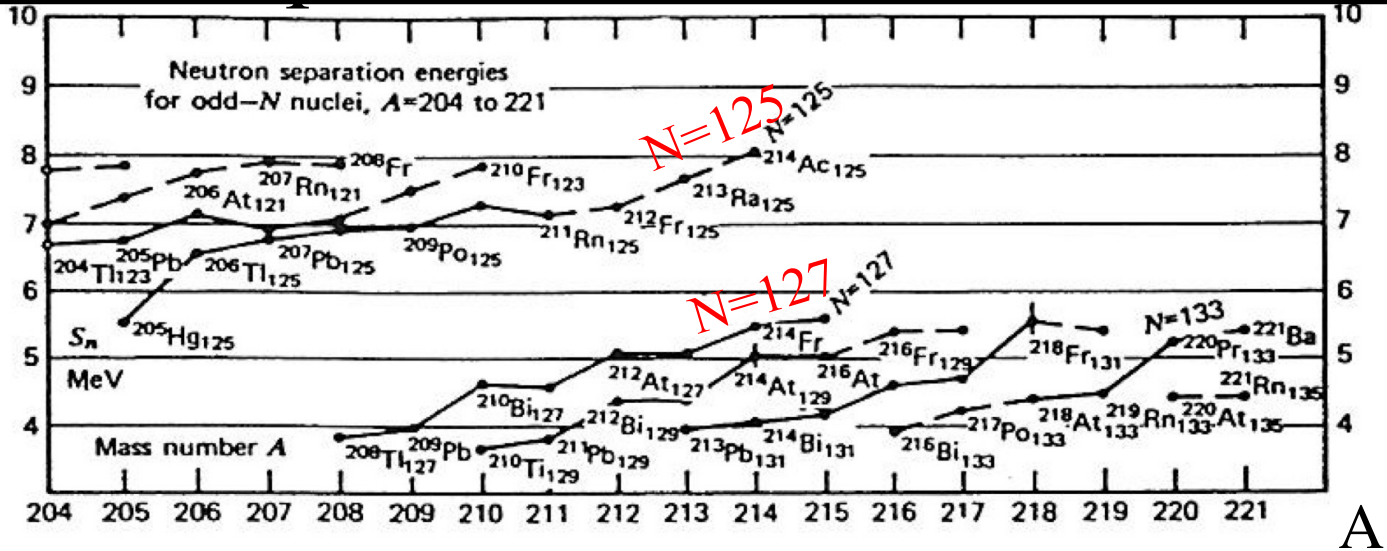
Energie de séparation du neutron le moins lié



Energie de séparation du neutron le moins lié

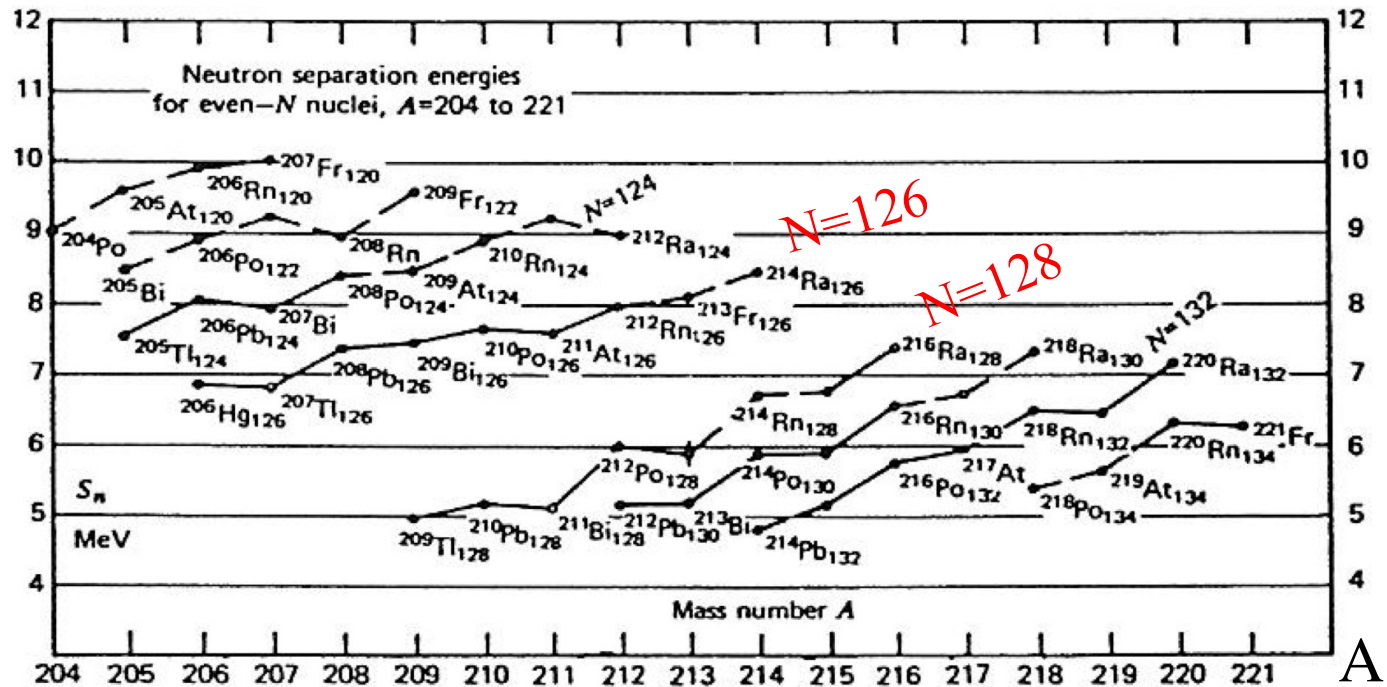
S_n (MeV)

N impair



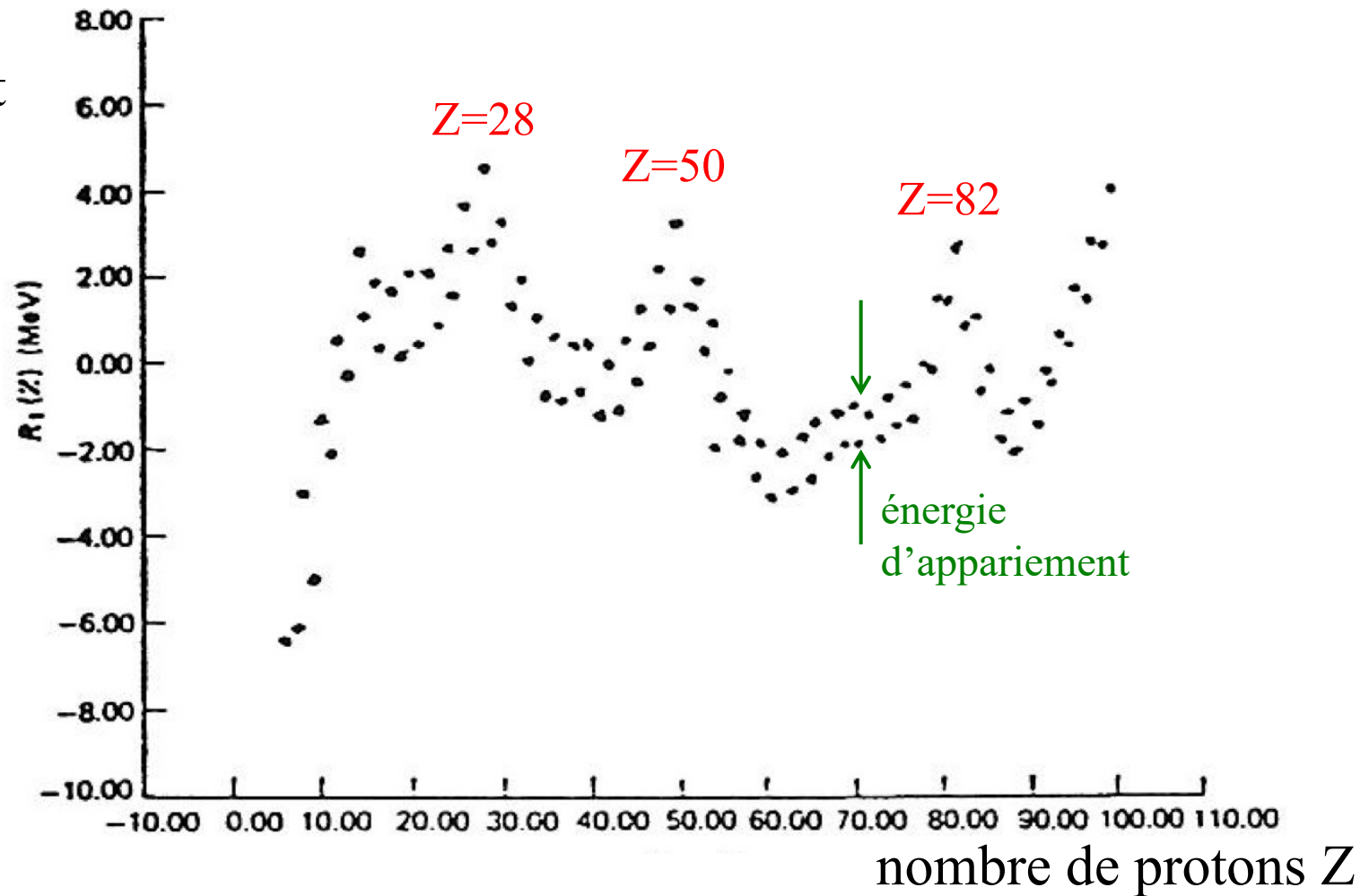
S_n (MeV)

N pair



Irrégularités de l'énergie de liaison

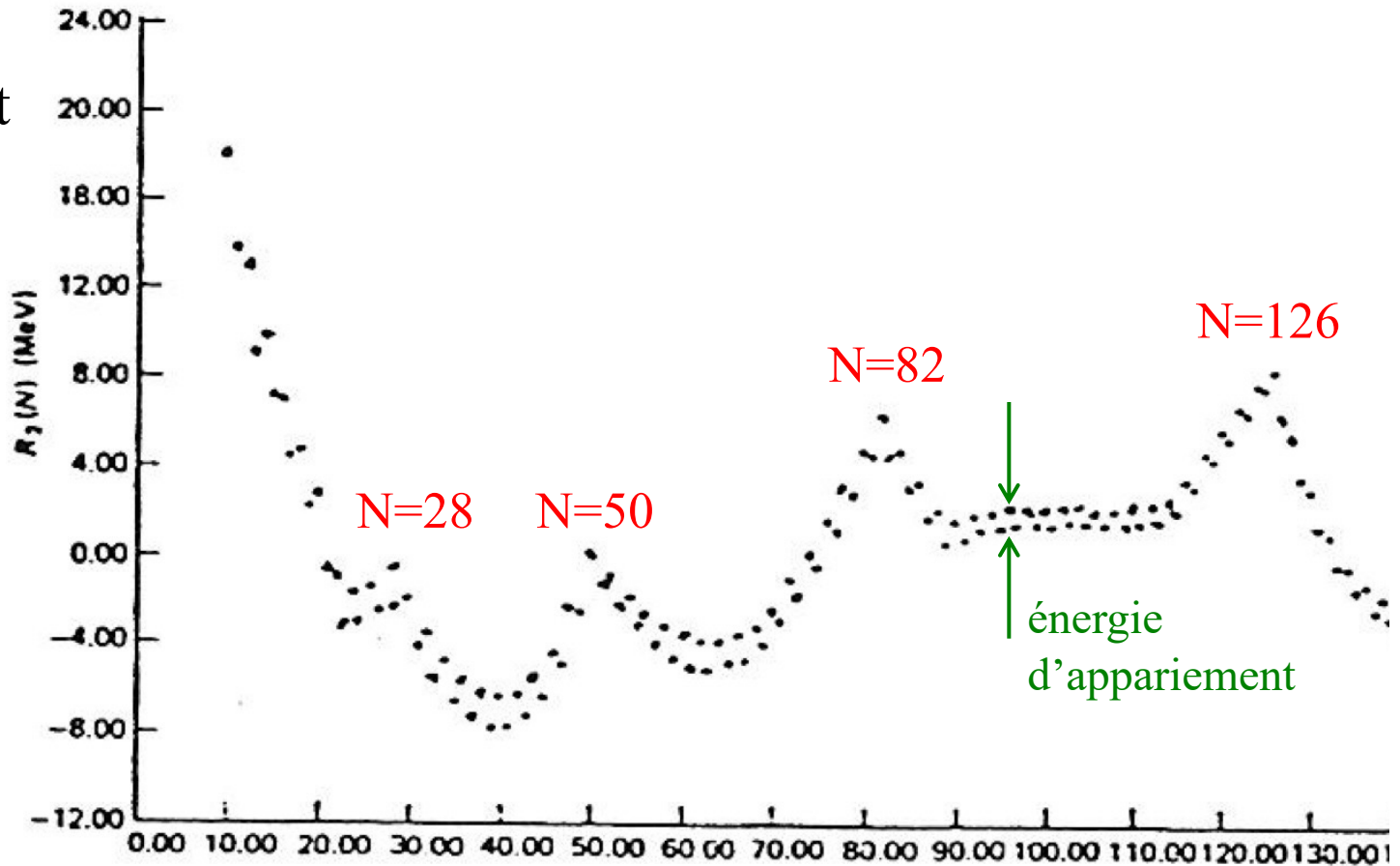
résidu =
 $B(Z,A) - \text{fit}$
en MeV



fit = polynôme de degré 2 en A et Z

Irrégularités de l'énergie de liaison

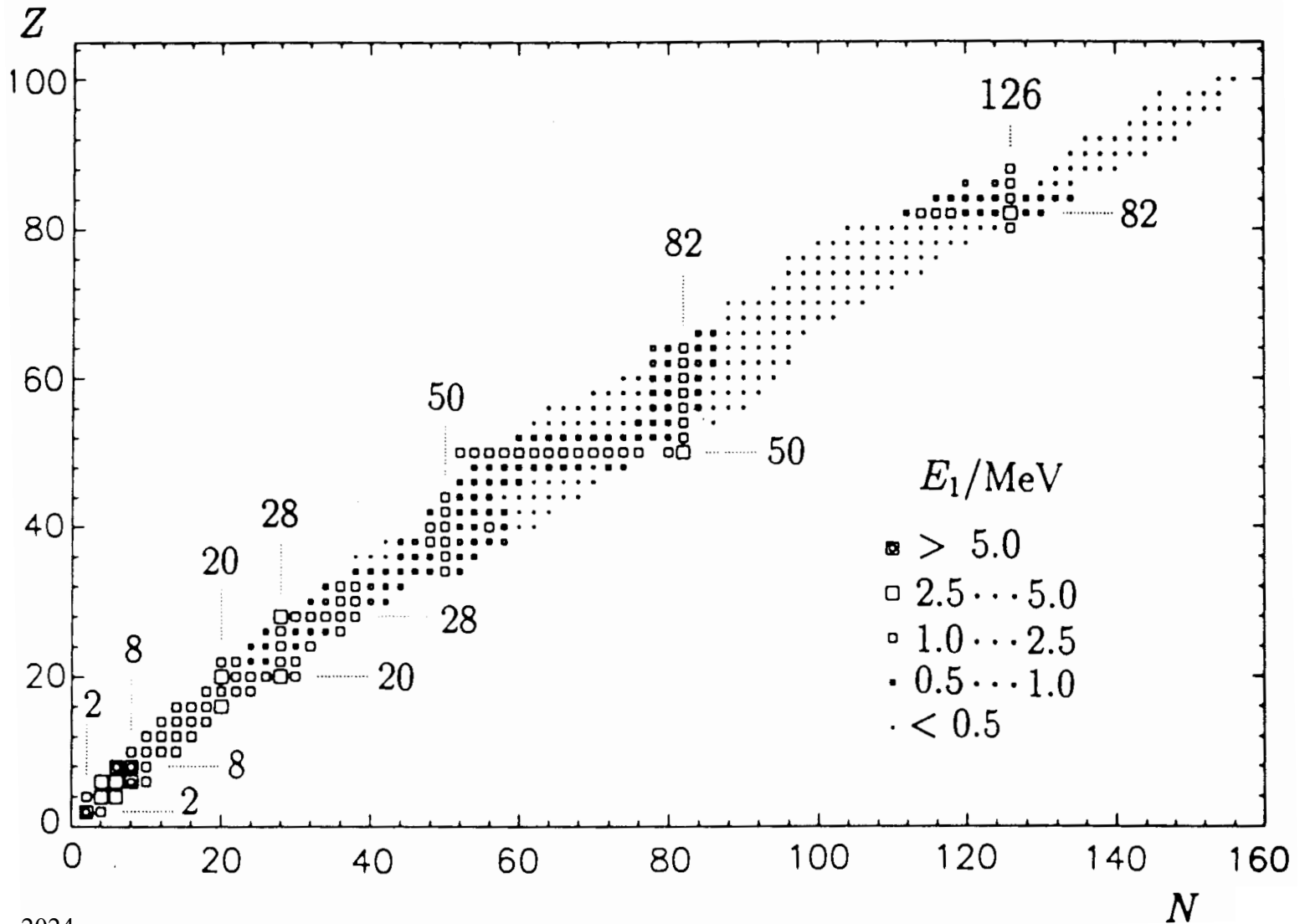
résidu =
 $B(Z,A) - \text{fit}$
en MeV



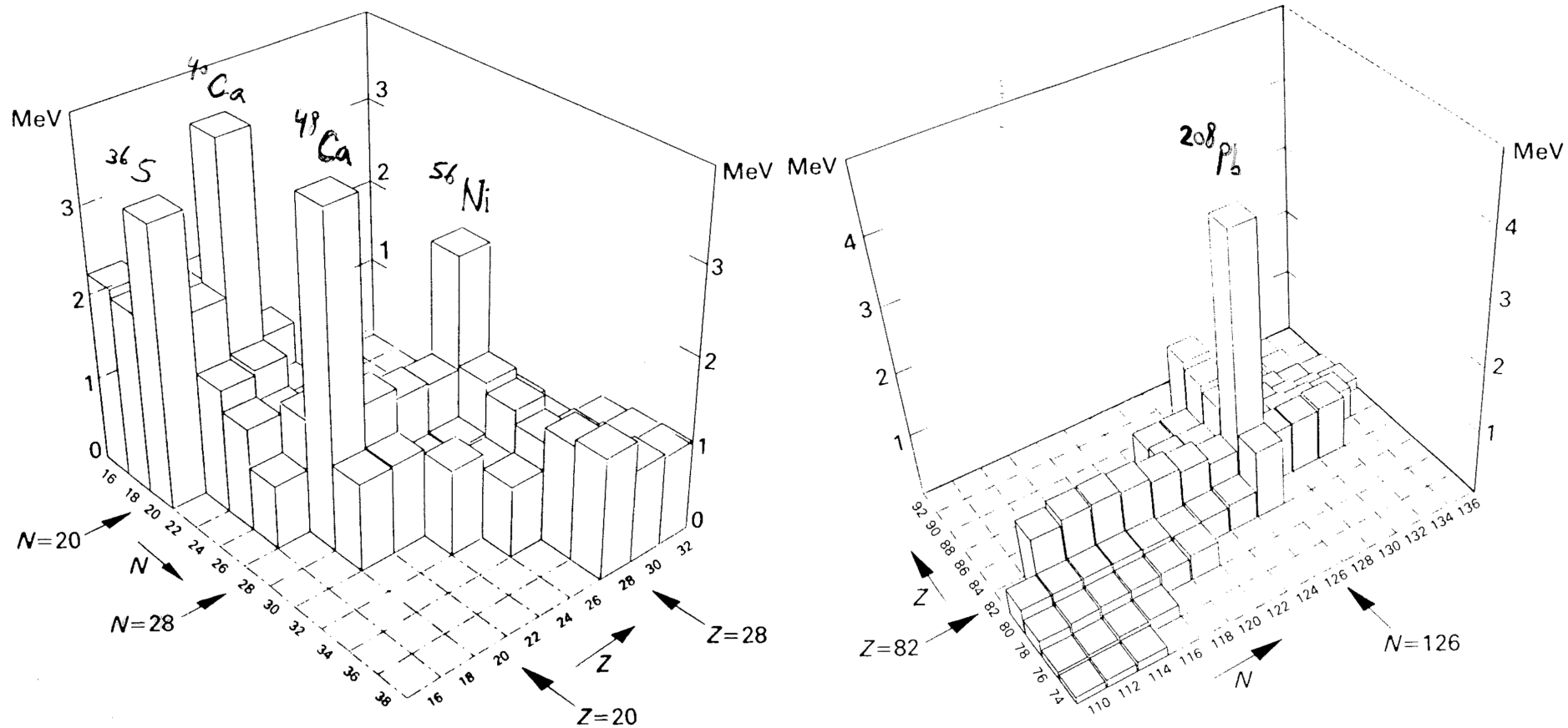
nombre de neutrons N

fit = polynôme de degré 2 en A et Z

Energie d'excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair

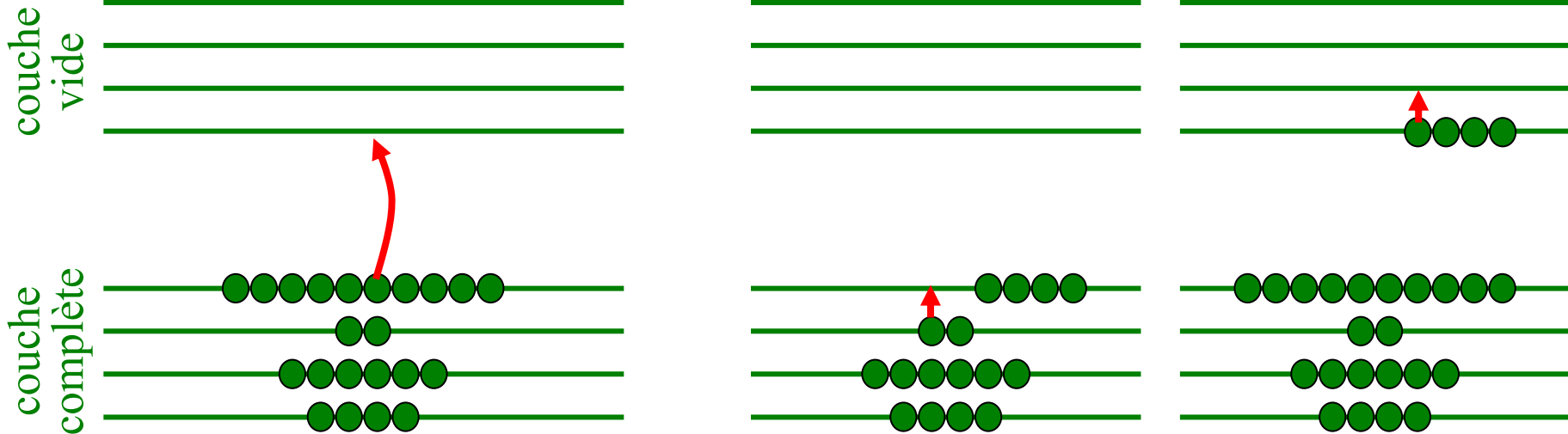


Energie d'excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair



Energie d'excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair

↑
énergie
nucléon



Noyau magique:
grande énergie d'excitation

Noyaux pas magiques:
petite énergie d'excitation

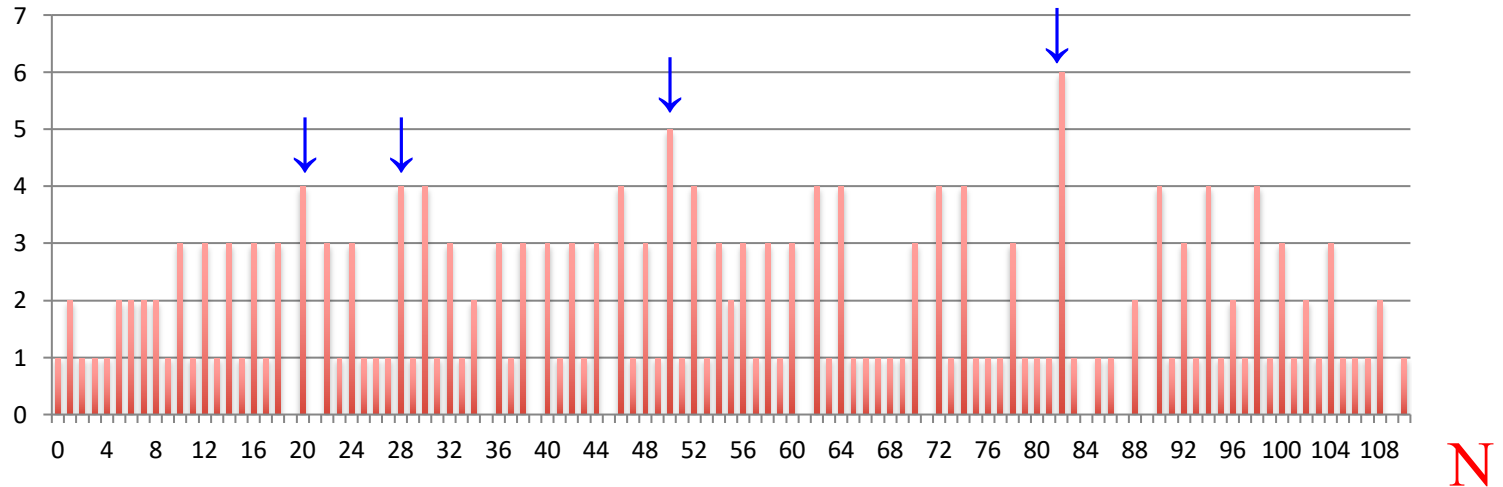
Nombre d'isotones ou isotopes stables

isotones $\leftrightarrow$ même N

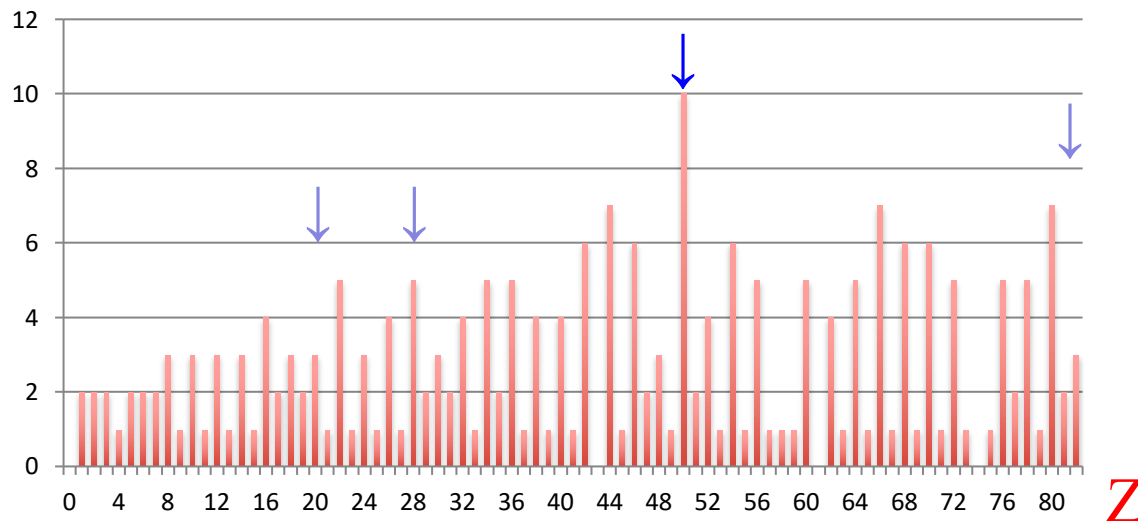
isotopes $\leftrightarrow$ même Z

en général plus élevé pour les noyaux magiques

Nombre
d'isotones
stables



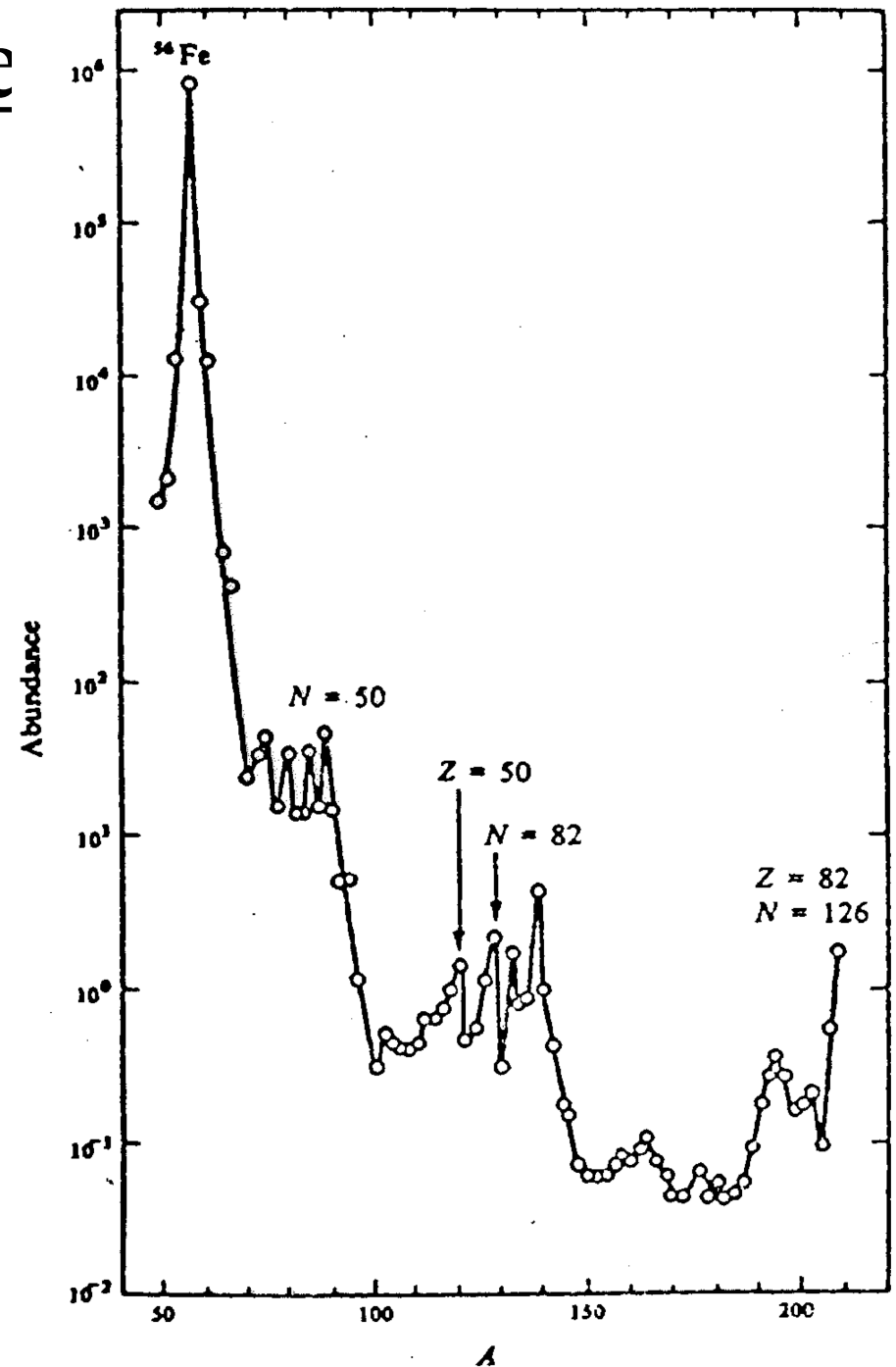
Nombre
d'isotopes
stables



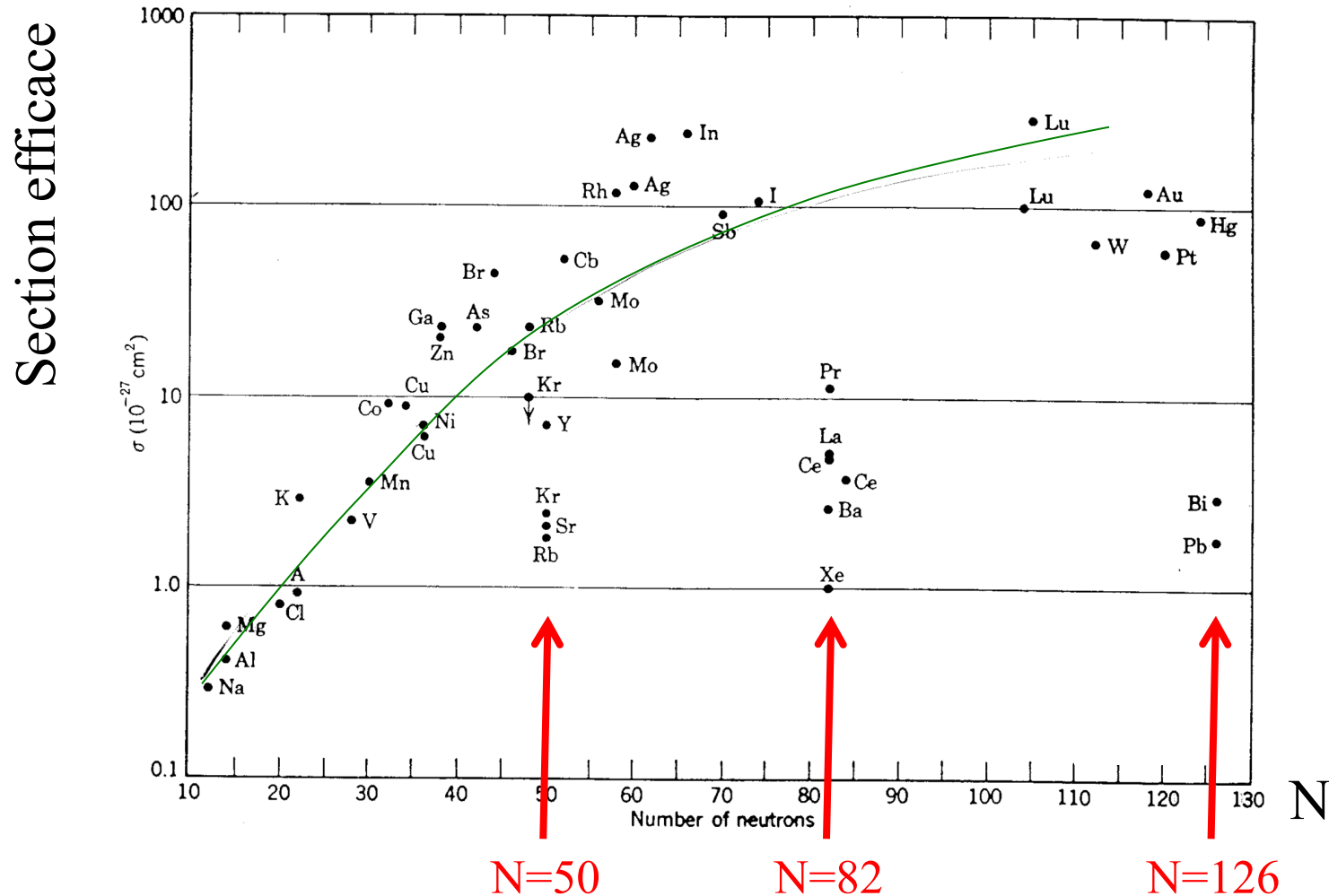
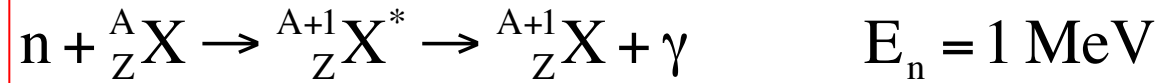
L'étain $_{50}\text{Sn}$ a
10 isotopes
stables !

Abondance naturelle relative des noyaux

^1H : 93%
 ^4He : 7%
autres: 0.1%



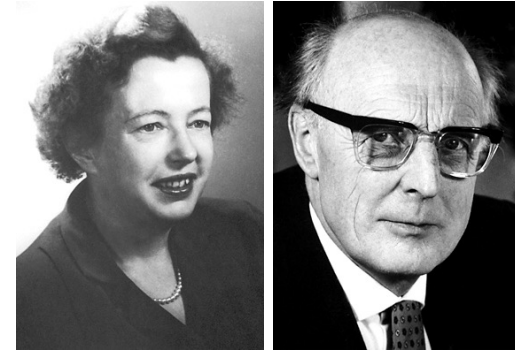
Capture radiative des neutrons lents



Couplage spin-orbite

- Introduit (sur suggestion de Fermi) en 1949 par
 - Maria Goeppert-Mayer (Chicago)
 - J. Hans D. Jensen (Heidelberg)

} ½ prix
Nobel
1963



$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(r) + \xi(r) \vec{\ell} \cdot \vec{s}$$

potentiel central
(p. ex. Saxon-Woods)

interaction
spin-orbite

$\vec{\ell}$ = moment cinétique
orbital du nucléon
 $\vec{s}$ = spin du nucléon

- Les fonctions propres de $\vec{\ell}^2$, ℓ_z , $\vec{s}^2$, s_z et $H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(r)$

$$\psi_{n\ell m_\ell m_s}(r, \theta, \phi) = R_{n\ell}(r) Y_{\ell}^{m_\ell}(\theta, \phi) \chi_s^{m_s}$$

ne sont pas des fonctions propres de H car

$$[H, \ell_z] = \xi(r) [\vec{\ell} \cdot \vec{s}, \ell_z] \neq 0 \quad \text{et} \quad [H, s_z] = \xi(r) [\vec{\ell} \cdot \vec{s}, s_z] \neq 0$$

Couplage spin-orbite (suite)

- Moment cinétique total du nucléon indépendant:

$$\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s}$$

- les opérateurs H , $\vec{\ell}^2$, $\vec{s}^2$, $\vec{j}^2$ et j_z commutent entre eux
- on cherche donc des fonctions stationnaires ψ telles que

$$H\psi = E\psi$$

$$\vec{\ell}^2\psi = \ell(\ell+1)\hbar^2\psi$$

$$\vec{s}^2\psi = s(s+1)\hbar^2\psi$$

$$\vec{j}^2\psi = j(j+1)\hbar^2\psi$$

$$j_z\psi = m\hbar\psi$$

$$\ell = 0, 1, 2, \dots$$

$$s = \frac{1}{2}$$

$$j = \ell \pm \frac{1}{2}$$

$$m = -j, -j+1, \dots, j-1, j$$

- Valeurs propres $\lambda_{\ell j}$ de $\vec{\ell} \cdot \vec{s}$: $\vec{\ell} \cdot \vec{s} \psi = \lambda_{\ell j} \psi$

$$\lambda_{\ell j} = \frac{1}{2} \hbar^2 [j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)] = \begin{cases} +\frac{1}{2} \hbar^2 \ell & \text{si } j = \ell + \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \hbar^2 (\ell + 1) & \text{si } j = \ell - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Couplage spin-orbite (suite)

- Nouvelle équation radiale

$$\left[\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} (E - V(r) - \xi(r) \lambda_{\ell j}) - \ell(\ell+1) \right] R(r) = 0$$

- pour chaque $\ell > 0$, deux équations radiales différentes ($j = \ell + 1/2$ et $j = \ell - 1/2$)
 - pour chaque couple ℓj , plusieurs solutions numérotées $n = 1, 2, \dots$ par ordre croissant d'énergie
- $$\begin{cases} E \rightarrow E_{n\ell j} \\ R(r) \rightarrow R_{n\ell j}(r) \\ \psi \rightarrow \psi_{n\ell j m} \end{cases}$$

- « Splitting » (clivage) des niveaux pour $\ell > 0$:

