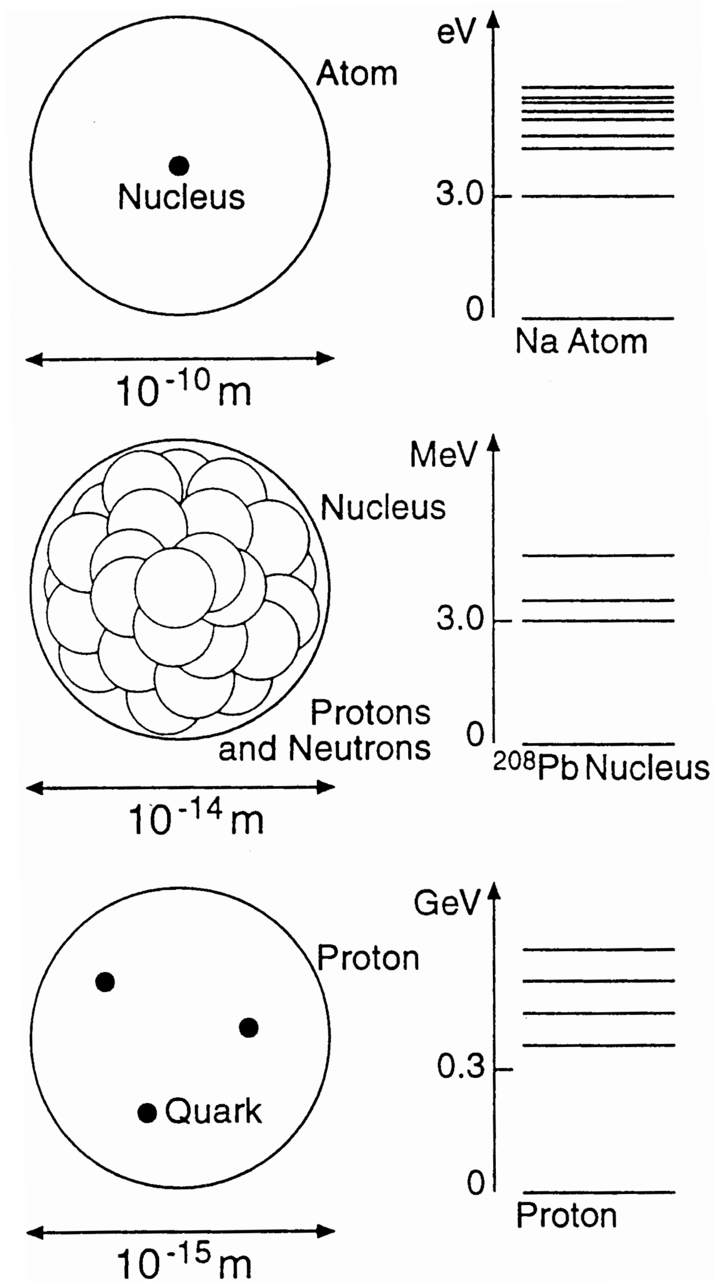
Structures ...

- Physique atomique:
  - force électromagnétique
  - atomes formé d'un noyau et d'électrons
    - Ångström, eV
- Physique nucléaire:
  - force nucléaire forte
  - noyaux formés de nucléons
    - ~10 fm, MeV
- Physique des particules élémentaires:
  - force de couleur
  - hadrons formés de quarks
    - fm, GeV

taille énergie d'excitation



Nucléon (= proton ou neutron)

- Le nucléon a un spin s = ½
  - Espace des états de spin de dimension 2s+1 = 2
  - Base de l'espace des états de spin $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$
    formée d'états propres de $\vec{s}^2$ et s_z

$$\vec{s}^2|\uparrow\rangle = s(s+1)\hbar^2|\uparrow\rangle = \frac{3}{4}\hbar^2|\uparrow\rangle \qquad s_z|\uparrow\rangle = +\frac{1}{2}\hbar\ |\uparrow\rangle$$

$$\vec{s}^2|\downarrow\rangle = s(s+1)\hbar^2|\downarrow\rangle = \frac{3}{4}\hbar^2|\downarrow\rangle \qquad s_z|\downarrow\rangle = -\frac{1}{2}\hbar\ |\downarrow\rangle$$

- Le nucléon est un fermion
  - il obéit à la statistique de Fermi-Dirac,
    et donc au principe d'exclusion de Pauli

En mécanique quantique, deux particules identiques sont indistinguables. **L'état quantique d'un système de deux particules identiques doit être soit antisymétrique (cas des fermions) soit symétrique (cas des bosons) sous l'échange des deux particules.**

Système de deux nucléons de spin ½

- Base de l'espace de états de spin de dim. 4: $\{|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle\}$
  - pas états propres du spin total $\boxed{\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2}$
- Nouvelle base d'états propres du spin total: $\{|S; M_S\rangle\}, \quad S = 0,\ 1, \quad -S \le M_S \le S$

M_s = valeur propre de $S_z/\hbar$

$$|0;\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle\right)$$

état singulet S=0, antisymétrique

$$|1;+1\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle$$

$$|1;\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle\right)$$

$$|1;-1\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle$$

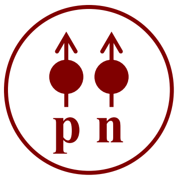
triplet d'états S=1, symétriques sous l'échange des deux nucléons

Si l'état de mouvement est symétrique (ℓ=0)

- un système pp ou nn (fermions identiques) doit être dans un état antisymétrique, donc avoir S=0 (S=1 interdit)
- un système pn (fermions différents) peut avoir S=0 ou S=1

Interaction nucléon-nucléon: faits d'expérience

- Deuton:



le seul système lié de deux nucléons est le système pn dans l'état S=1 et ℓ=0 ⇒ **le force entre un proton et un neutron dépend du spin**

- **Indépendance de charge des forces nucléaires**:
  - si les deux nucléons sont dans le même état de mouvement relatif et de spin total, et si on ignore les forces de Coulomb, alors

    force entre p et p = force entre n et n = force entre p et n

  - de plus: $m_p \simeq m_n$

⇒ **Le proton et le neutron sont très semblables; ils seraient indiscernables si la seule force en jeu était la force nucléaire forte**

la force é.m. "lève la dégénerescence"

Isospin du nucléon

- Le nucléon a un isospin I = ½
  - Le nucléon a 2I+1 = 2 états de charge possible
    - état proton $|p\rangle$
    - état neutron $|n\rangle$

    "doublet d'isospin"
  - Espace des états d'isospin de dimension 2I+1 = 2
  - Base de l'espace des états d'isospin $\{|p\rangle, |n\rangle\}$
    formée d'états propres de $\vec{I}^{\,2}$ et I_3

$$\vec{I}^{\,2}|p\rangle = I(I+1)|p\rangle = \frac{3}{4}|p\rangle \qquad I_3|p\rangle = +\frac{1}{2}|p\rangle$$
$$\vec{I}^{\,2}|n\rangle = I(I+1)|n\rangle = \frac{3}{4}|n\rangle \qquad I_3|n\rangle = -\frac{1}{2}|n\rangle$$

même formalisme que le spin

  - opérateur de charge pour le nucléon: $Q = I_3 + 1/2$

$$Q|p\rangle = +1|p\rangle \quad \text{valeur propre } +1$$
$$Q|n\rangle = 0|n\rangle \quad \text{valeur propre } 0$$

Composition de deux isospins ½

- Même formalisme que pour la compositions de deux spins ½
- Isopsin total:

$$\vec{I} = \vec{I}^{(1)} + \vec{I}^{(2)}$$

- Les états propres de $\vec{I}^2$ et I_3 forment une base de l'espace des éats d'isospin

$$\{|I;\, M_I\rangle\}, \quad I = 0,\ 1, \quad -I \leq M_I \leq I$$

M_I = valeur propre de I_3

$$\boxed{|0;\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|pn\rangle - |np\rangle\right)}$$

état singulet I=0, antisymétrique

$$\boxed{\begin{aligned} |1;+1\rangle &= |pp\rangle \\ |1;\ 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|pn\rangle + |np\rangle\right) \\ |1;-1\rangle &= |nn\rangle \end{aligned}}$$

triplet d'états I=1, symétriques
sous l'échange des deux nucléons

Système de deux nucléons

- Etat de spin $\left|S;\ M_S\right\rangle$, avec $S = 0$ ou 1
- Etat d'isospin $\left|I;\ M_I\right\rangle$, avec $I = 0$ ou 1
- Etat de mouvement relatif $\left|\psi\right\rangle$

- L'état complet $\left|\psi\right\rangle \otimes \left|S;\ M_S\right\rangle \otimes \left|I;\ M_I\right\rangle$ doit être antisymétrique pour des fermions
  - Cas ℓ=0 (|ψ> symétrique): 6 états internes possibles

$$\underbrace{\left|S=0;\ M_S=0\right\rangle}_{\text{antisym.}} \otimes \underbrace{\left|I=1;\ M_I\right\rangle}_{\text{sym.}} \quad \begin{cases} \left|0;0\right\rangle \otimes \left|1;+1\right\rangle & \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow> -|\downarrow\uparrow>) \otimes |pp> \\ \left|0;0\right\rangle \otimes \left|1;\ 0\right\rangle & \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow> -|\downarrow\uparrow>) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|pn> +|np>) \\ \left|0;0\right\rangle \otimes \left|1;-1\right\rangle & \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow> -|\downarrow\uparrow>) \otimes |nn> \end{cases}$$

$$\underbrace{\left|S=1;\ M_S\right\rangle}_{\text{sym.}} \otimes \underbrace{\left|I=0;\ M_I=0\right\rangle}_{\text{antisym.}} \quad \begin{cases} \left|1;+1\right\rangle \otimes \left|0;0\right\rangle & |\uparrow\uparrow> \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|pn> -|np>) \\ \left|1;\ 0\right\rangle \otimes \left|0;0\right\rangle & \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow> +|\downarrow\uparrow>) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|pn> -|np>) \\ \left|1;-1\right\rangle \otimes \left|0;0\right\rangle & |\downarrow\downarrow> \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|pn> -|np>) \end{cases}$$

Interaction forte et isospin

- Interaction dépend de l'isospin total
  - état lié pn, avec ℓ=0 et S=1 ⇒ I=0
  - états pp et nn ont nécessairement I=1 puisque $I_3 = \pm 1$;
    or pp ou nn n'est pas un état lié

Système avec ℓ=0	I	M_I	S	
pp	1	+1	0	même force entre les deux nucléons
pn	1	0	0	
nn	1	–1	0	
pn (deuton)	0	0	1	force différente

Les forces nucléaires:
– peuvent dépendre de I
– sont indépendantes de M_I
– conservent l'isospin

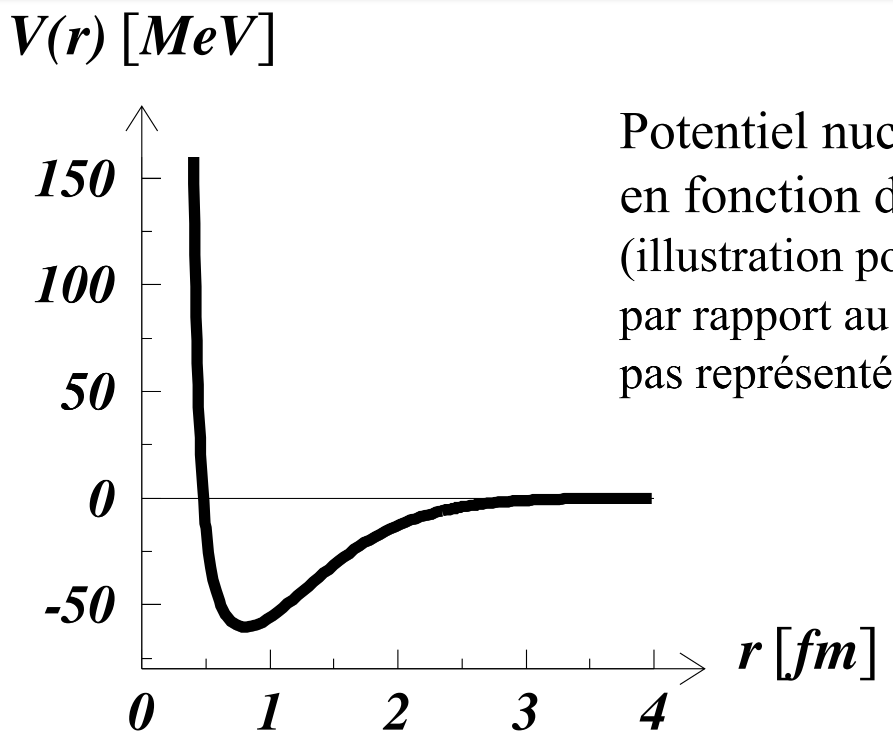
indépendance de charge

invariance par rotation dans l'espace d'isospin (ou espace de charge)
⇔ $\vec{I}$ conservé
⇔ $[H, I_1] = [H, I_2] = [H, I_3] = 0$

NB: les forces é.m et faible ne conservent pas (violent) l'isospin !

Force forte entre deux nucléons

- Force nucléaire forte:
  - globalement attractive, avec portée jusqu'à ~ 2 fm
  - très fortement répulsive en deça de ~ 0.4 fm
    - incompressibilité de la matière nucléaire
  - dépend du spin total et de l'isospin total



Potentiel nucléon-nucléon V(r) en fonction de la distance r (illustration pour ℓ=0, dépendance par rapport au spin et à l'isospin pas représentée)

Force forte entre deux nucléons (suite)

- Forme générale du potentiel entre deux nucléons, sur la base d'arguments de symétrie et d'invariance:

$$
\begin{aligned}
V^{(I)}(\vec{r},\vec{p},\vec{s}_1,\vec{s}_2) \quad = \quad & V_0^{(I)}(r) \\
& + V_{ss}^{(I)}(r)\ \vec{s}_1\cdot\vec{s}_2/\hbar^2 \\
& + V_{\mathrm{tens}}^{(I)}(r)\ \left[3(\vec{s}_1\cdot\vec{r})(\vec{s}_2\cdot\vec{r})/r^2 - \vec{s}_1\cdot\vec{s}_2\right]/\hbar^2 \\
& + V_{\ell S}^{(I)}(r)\ (\vec{s}_1+\vec{s}_2)\cdot\vec{\ell}/\hbar^2 \\
& + V_{\ell s}^{(I)}(r)\ (\vec{s}_1\cdot\vec{\ell})(\vec{s}_2\cdot\vec{\ell})/\hbar^4 \\
& + V_{ps}^{(I)}(r)\ (\vec{s}_1\cdot\vec{p})(\vec{s}_2\cdot\vec{p})/(\hbar mc)^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I &= \text{isospin total} \\
\vec{r} &= \text{position relative} \\
\vec{p} &= \text{quantité de mouvement relative} \\
\vec{\ell} &= \vec{r}\wedge\vec{p} = \text{moment cinétique relatif} \\
\vec{s}_i &= \text{spin du nucléon } i
\end{aligned}
$$

Description du noyau

noyau = Z protons + N neutrons = A nucléons

Notation: $\boxed{{}^{A}_{Z}X_{N}}$ ou bien $\boxed{{}^{A}X}$ où X = symbole chimique

Chaque « espèce nucléaire » (ou noyau) est définie par Z et A

Hypothèses:

① la structure des nucléons (quarks) peut être ignorée

- valable si E(noyau) ≪ E(nucléon)
  où E = énergie en jeu (liaison, excitation, ...)

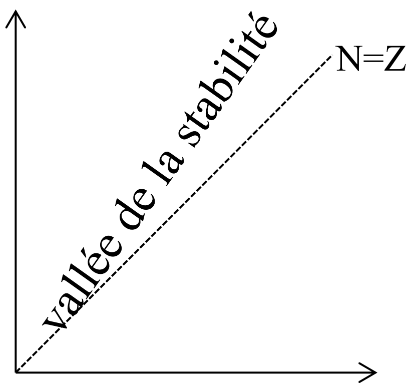
② le mouvement des nucléons dans le noyau est non-relativiste

- valable si β(nucléon) << 1
  où βc = vitesse

Tableau des isotopes

- « tableau de Mendeleev » de la physique nucléaire
  - nombreux isotopes
  - ~260 isotopes stables

nombre de neutrons N



nombre de protons Z

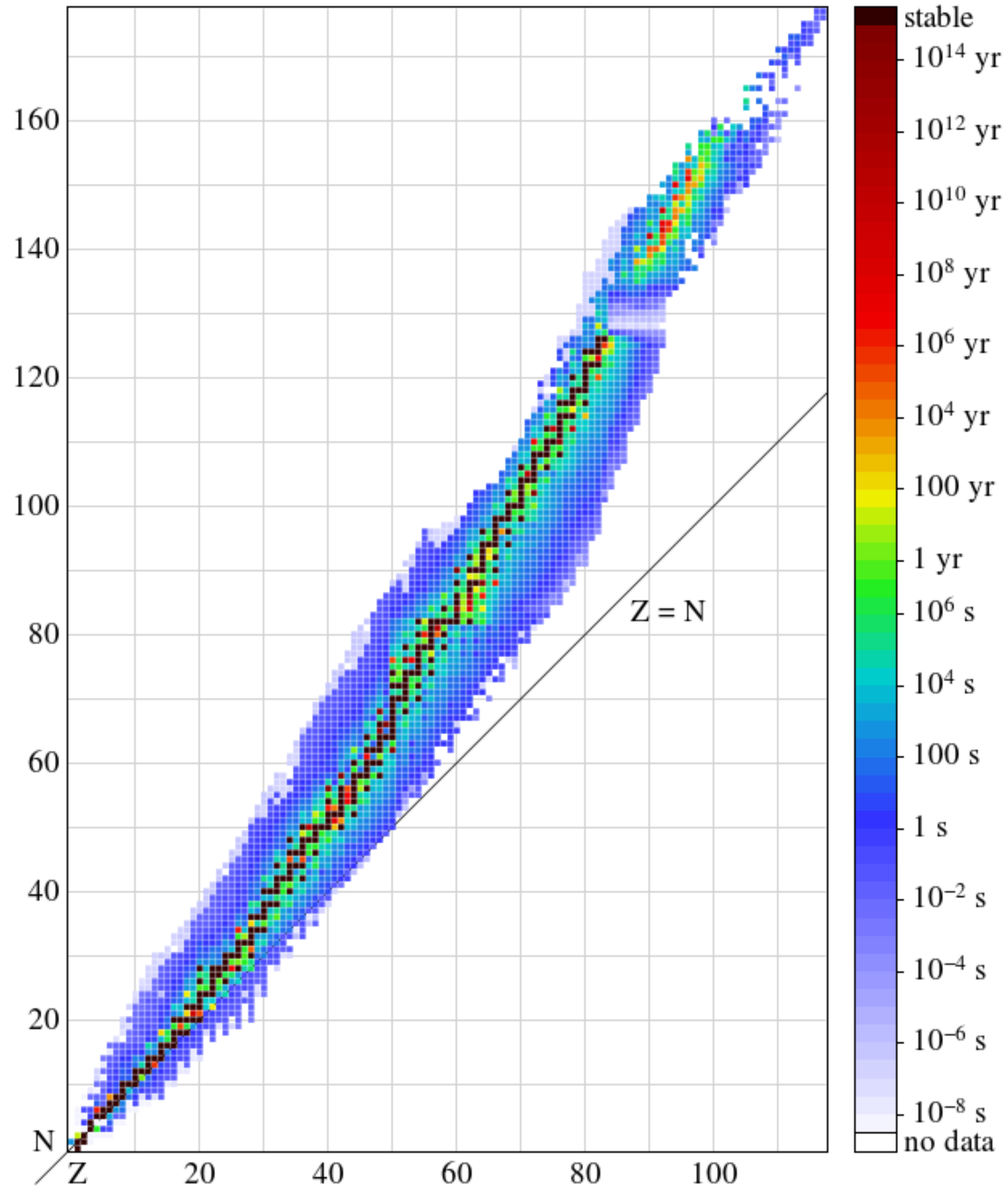


tableau interactif
http://www.nndc.bnl.gov/nudat3/

Description du noyau (suite)

- A résoudre
  - système quantique non-relativiste de A nucléons en interaction mutuelle
- Il suffit de:
  1. déterminer l'hamiltonien
  2. résoudre l'équation de Schrödinger
  3. tenir compte du principe d'exclusion (Pauli)
- Obstacles:
  - interaction forte encore mal connue
  - problème à A corps non soluble analytiquement si A > 3

→ on doit faire des approximations
et introduire des paramètres empiriques

Modèles nucléaires ...

... de la goutte liquide

... du gaz de Fermi

... à particules indépendantes

... en couches

... collectifs

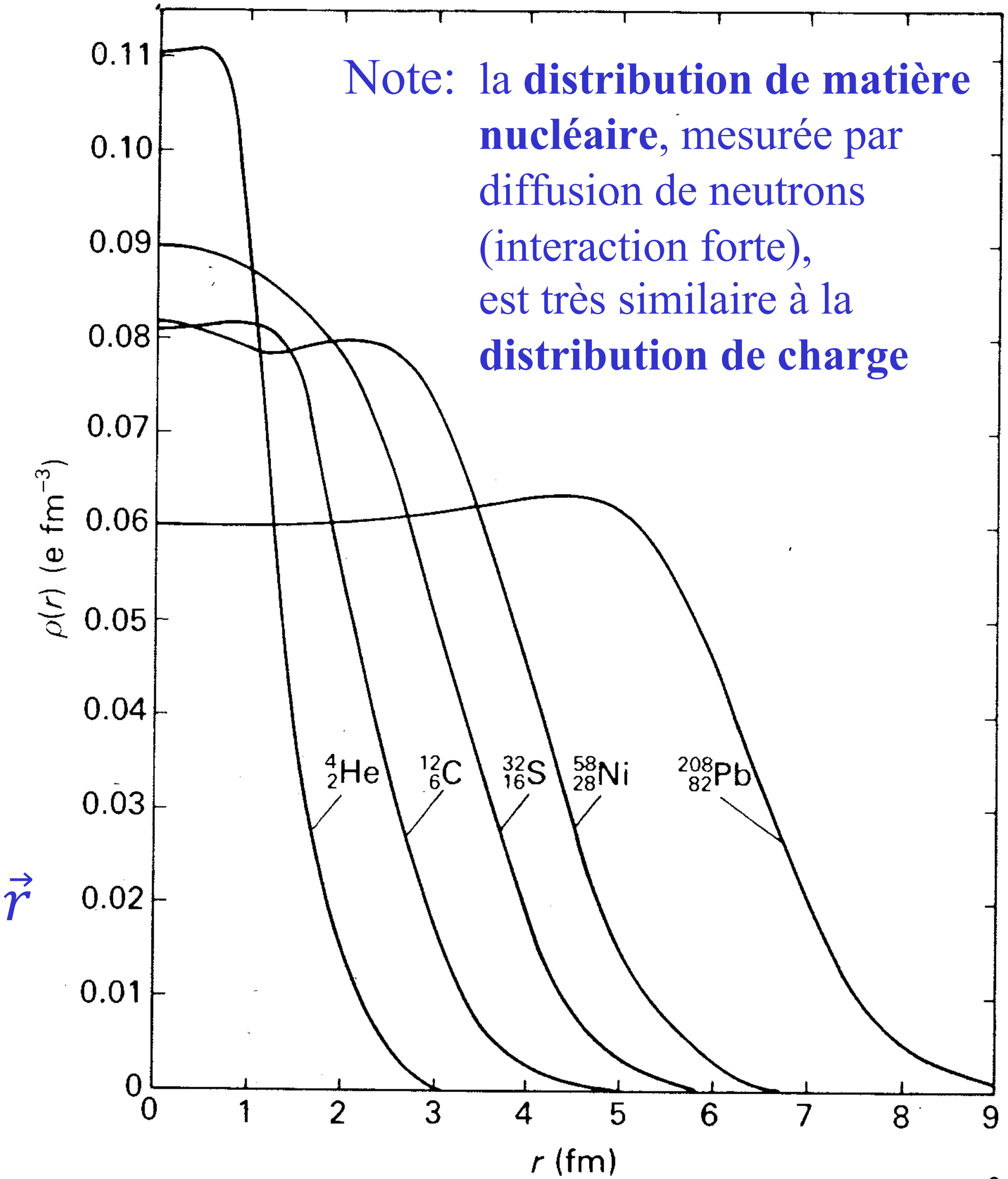
But:

- Prédiction des propriétés des noyaux avec un minimum de paramètres empiriques → élaboration
- Confrontation avec l'expérience → justification

masse, énergie de liaison, stabilité, spin-parité,
moment magnétique dipolaire,
moment électrique quadrupolaire
niveaux excités (énergie, spin-parité, durée de vie ...)

Distribution de charge dans les noyaux

mesurée par
diffusion d'électrons
E ~200–500 MeV
(interaction é.m.)



Effet d'une distribution de charge $\rho(\vec{r})$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \to |F(q^2)|^2 \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

avec facteur de forme

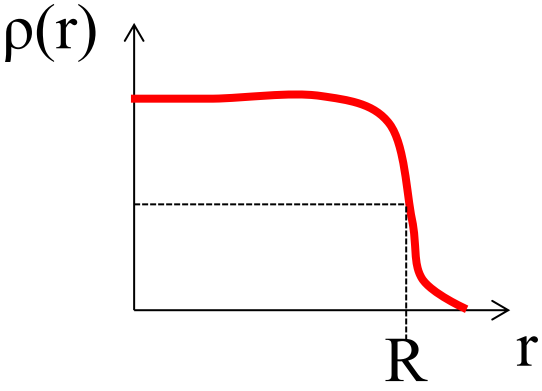
$$F(q^2) = \frac{1}{Ze} \iiint \rho(\vec{r}) e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar} \, d^3\vec{r}$$

où $q =$ impulsion transférée

Taille des noyaux

- Relation empirique déduite des expériences de diffusion

$$\boxed{R \approx r_0 A^{1/3} \quad \text{où} \quad r_0 = 1.2\ \text{fm}}$$



- Volume du noyau (supposé sphérique): $\Omega = \frac{4}{3}\pi R^3 \approx \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$
- Densité nucléaire à l'intérieur du noyau:

$$\rho = \frac{A}{\Omega} \approx \frac{1}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} = 0.138\ \text{nucléons / fm}^3 = 1.38 \times 10^{38}\ \text{nucléons / cm}^3$$

Volume proportionnel à A
Densité similaire pour tous les noyaux !