

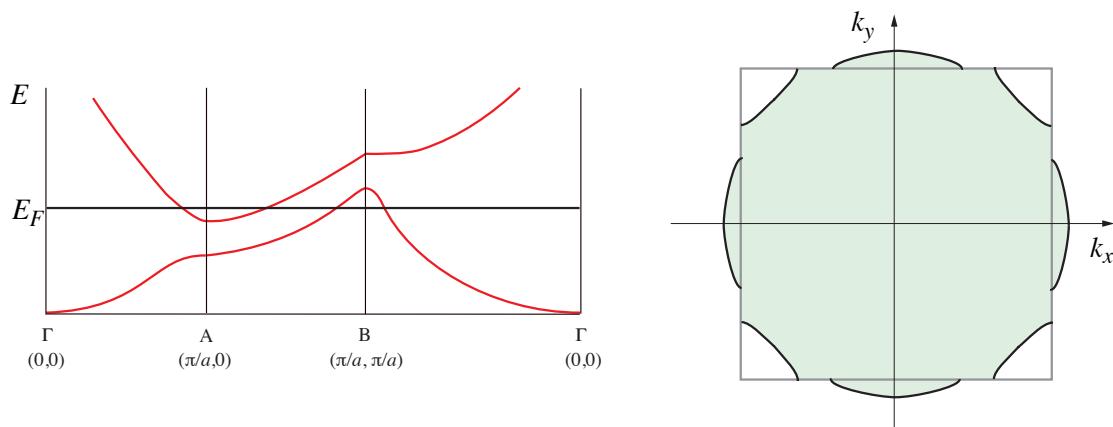
Série No. 12

13 Mai 2025

But de cette série :

1. Surface de Fermi - Electrons et trous

Considérer le système de l'exercice 1 de la série 11 (réseau carré de côté a , N mailles, 1 atome par maille et 2 électrons par atome), en présence d'un potentiel qui lève la dégénérescence des états au bord de la ZB. On considère les deux bandes à plus basse énergie. La figure montre la structure de bande à gauche et la surface de Fermi à droite, dans le schéma de zone étendue. En vert les états occupés.



- Esquisser la surface de Fermi dans le schéma de zone réduite. Si nécessaire, utiliser le schéma de zone répétée de façon à représenter explicitement des surfaces fermées.
- A l'aide de la structure de bande et/ou de la surface de Fermi, identifier la nature des porteurs de charge à proximité de E_F . Si on applique un champ magnétique \mathbf{B} sortant de la feuille, quel est le sens de parcours des orbites à la surface de Fermi ? Où aura-t-on un comportement de type "électron" ? Et un comportement de type "trou" ? Justifier.

2. Coefficient de Hall à haut champ

Pour les systèmes avec des porteurs de charge de type électron (densité $n_{électron}$) coexistant avec des porteurs de type trou (densité n_{trou}), on peut écrire le coefficient de Hall à haut champ comme

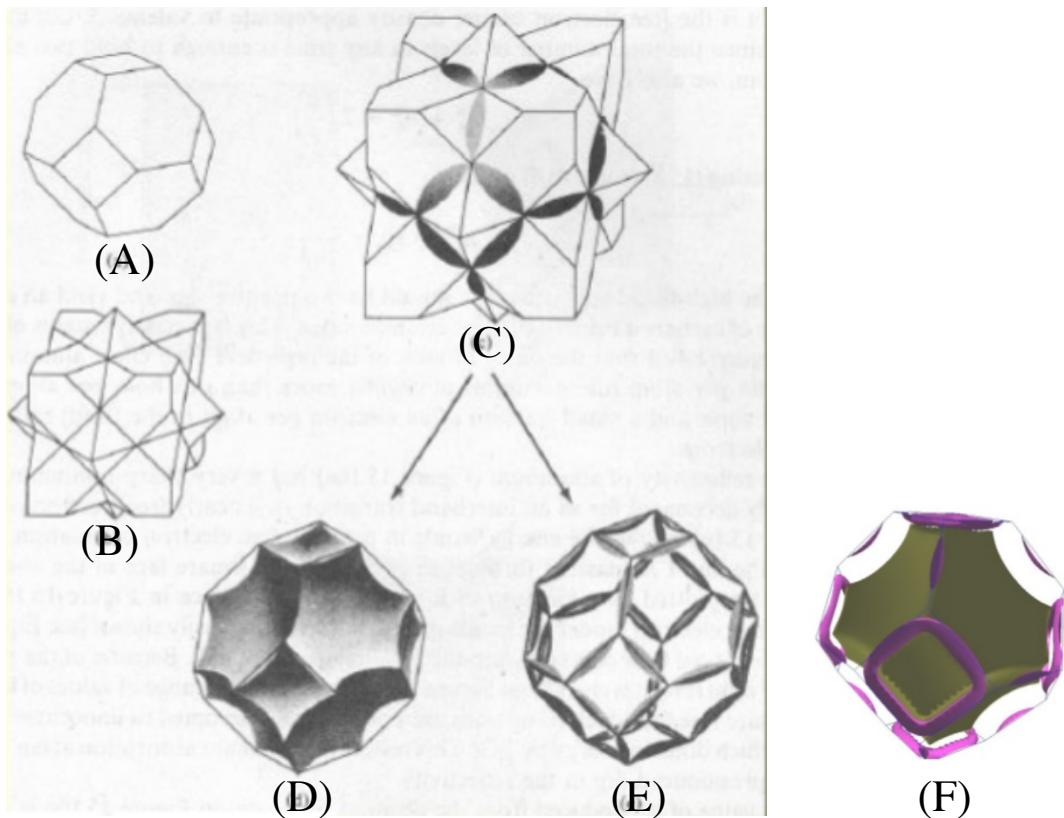
$$R_H = -\frac{1}{en_{effectif}} = -\frac{1}{e(n_{électron} - n_{trou})}$$

Nous allons calculer ce coefficient dans le cas de l'aluminium.

L'aluminium (Al, structure fcc) possède 3 électrons de valence par atome. La surface de Fermi englobe entièrement la première zone de Brillouin, et coupe la deuxième et la troisième. Dans la deuxième zone les porteurs de charge sont des trous, alors que dans la troisième zone ce sont des électrons (voir la figure à la page suivante).

- A l'aide des informations données ci-dessus et de la figure à la page suivante, établir quels sont les électrons et les trous qu'il faut considérer dans le calcul de $n_{effectif}$. A quelle zone de Brillouin appartiennent-ils respectivement ? Récrire l'expression de R_H pour le cas de l'aluminium.

- (b) Quel est le nombre total d'électrons si le cristal est composé de N mailles primitives ? Exprimer n , la densité électronique totale de l'Al, en fonction du nombre de mailles N et du volume du cristal V . Combien d'états y a-t-il dans une zone de Brillouin quelconque ?
- (c) Considérer par exemple la deuxième zone de Brillouin. Exprimer la somme du nombre d'électrons et du nombre de trous en fonction de N . Ensuite, exprimer la relation pour la somme des densités correspondantes, $n_{électron}^{II} + n_{trou}^{II}$, en termes de n (II identifie la deuxième zone de Brillouin).
- (d) En sachant que la première zone de Brillouin est entièrement remplie, donner le nombre d'électrons qui sont dans la deuxième et troisième zone en termes de N . Ensuite, exprimer les densités correspondantes, $n_{électron}^{II}$ et $n_{électron}^{III}$, en fonction de n (II identifie la deuxième zone de Brillouin, III la troisième).
- (e) En utilisant les résultats trouvés aux points précédents et à l'aide de l'expression trouvée en (a), exprimer le coefficient de Hall de l'aluminium en fonction de n .



(A) : première zone de Brillouin et (B) deuxième zone de Brillouin d'un cristal fcc, schéma de zone étendue. (C) Surface de Fermi de Al dans l'approximation du réseau vide (électrons libres) dans le schéma de zone étendue. (D) Surface de Fermi dans la deuxième et (E) dans la troisième zone de Brillouin (schéma de zone réduite). (F) Surface de Fermi en présence du potentiel périodique (jaune : deuxième zone, violet : troisième zone).

3. Potentiel chimique dans un semiconducteur intrinsèque

A l'aide d'un schéma, expliquer pourquoi en général la position du potentiel chimique intrinsèque μ_i à température $T > 0$ dépend du rapport entre les masses effectives de la bande de conduction m_c et de valence m_v .

4. Densité maximale de porteurs de charge

Dans cet exercice nous allons dériver explicitement l'expression pour la concentration maximum de porteurs de charge dans un semiconducteur non dégénéré dans l'approximation de bandes ayant une forme quadratique en \mathbf{k} (voir 7.4.1, Eq. 7.17). Les parties (a), (b), et (c) correspondent aux calculs du polycopié.

Considérer un semiconducteur. En analogie avec le modèle des électrons libres, on considère des relations quadratiques entre E et k pour les bandes de valence et de conduction. Par conséquent, la densité d'états dans la bande de valence est donnée par l'expression

$$g_v(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_v - E)^{1/2}$$

où m_v est la masse effective des trous et E_v le maximum de la bande de valence. Une expression analogue est valable pour la densité d'états dans la bande de conduction. Dans la suite de l'exercice, nous nous limitons à l'analyse de la bande de valence.

- (a) Ecrire l'expression de la probabilité d'occupation pour les trous dans la bande de valence en fonction de E et de T .
- (b) Donner l'expression approximée de cette distribution dans le cas où $\mu - E_v \gg k_B T$.
- (c) Montrer que, dans cette approximation, on peut exprimer la densité de trous $p(T)$ dans la bande de valence comme suit, avec $P(T)$ la densité maximale à la température T :

$$p(T) = P(T) e^{(E_v - \mu)/k_B T}$$

- (d) Etablir l'expression de la densité maximale $P(T)$.

Indication : $\int_0^\infty x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$