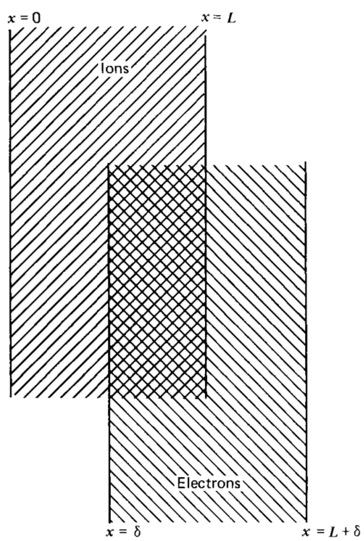
Exercices - Série 1

Exercice 1 : Fréquence plasma



Considérez une tranche de plasma d'épaisseur L, de largeur et profondeur infinie, et de densité constante et uniforme $n_e = Zn_i = n$, où les électrons sont déplacés d'une distance $\delta \ll L$ par rapport aux ions, créant un champ électrique local unidimensionnel.

1. Calculez l'expression de ce champ électrique en utilisant l'équation de Poisson.
2. En supposant que les ions restent immobiles, écrire l'équation du mouvement pour $\delta(t)$ décrivant le déplacement du nuage d'électrons. On prendra comme référence le mouvement des électrons dans la partie neutre du nuage.
3. Montrez que le nuage oscille à une fréquence $\omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 n}{\epsilon_0 m_e}}$ que l'on appelle fréquence plasma.
4. Trouvez la relation entre ω_{pe}, λ_D, et la vitesse thermique $v_{the} = \sqrt{T_e/m_e}$ des électrons.

Exercice 2 : Paramètre plasma

1. Montrez que les considérations suivantes pour un plasma sont équivalentes au fait de considérer un grand paramètre plasma $\Lambda_D = n_0 \lambda_D^3 \gg 1$.

a) interactions de longue portée : $\lambda_D \gg d_p$, avec d_p la distance typique entre particules

b) couplage faible : $\frac{E_{pot}}{E_{cin}} \ll 1$, où E_{pot} décrit l'énergie potentielle typique d'une charge au voisinage d'une autre et E_{cin} son énergie cinétique

c) quasi-neutralité sur des distances comparables à la longueur de Debye : $\frac{\delta n}{n_0} \ll 1$ pour un défaut de charge local $\delta n = n_i - n_e$

2. Les données de plusieurs milieux sont représentées dans le tableau ci-dessous. Dans le cas de la flamme d'un briquet, calculez la longueur de Debye λ_D, le facteur $\Lambda_D = n_0 \lambda_D^3$, la température en Kelvin et les vitesses thermiques ioniques et électroniques en considérant un plasma d'hydrogène. Ce milieu est-il bien un plasma ?

Milieu	Densité n_0 $[m^{-3}]$	Température $[eV]$
Plasma interstellaire	$10^5 - 10^7$	$10^{-2} - 10$
Décharge gazeuse	$10^{12} - 10^{19}$	quelques eV
Plasmas industriels	$10^{16} - 10^{19}$	$1 - 100$
Plasma de fusion magnétique	$10^{19} - 10^{21}$	$\sim 10^4$
Flamme de briquet	10^{15}	10^{-1}
Coeur de naine blanche	10^{35}	$\sim 10^3$

Exercice 3 : Equation de Saha

Dans un plasma à l'équilibre thermodynamique (particules et radiation) le degré d'ionisation du gaz est décrit par l'équation de Saha. Pour un plasma d'hydrogène, le degré d'ionisation $\alpha = \frac{n_i}{n} = \frac{n_e}{n}$ (avec $n = n_i + n_n$ et n_n étant la densité des neutres) en fonction de la température T est donné par :

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{1}{n}\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right) \tag{1}$$

avec : $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg : masse de l'électron
$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ m^2 kg s^{-2} K^{-1} : constante de Boltzmann
$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ m^2 kg s^{-1} : constante de Planck
$E_i = 13.6eV$: énergie d'ionisation de l'hydrogène

Calculez α à pression atmosphérique ($p = nk_BT = 10^5$ Pa) et température ambiante ($T = 300K$). Pour la même densité, évaluez α pour des températures de 1 eV, 2 eV, et 13.6 eV.