*Semestre Printemps 2025* *Cassandre Contré*

# Exercices - Série 6

## Exercice 1

Soit un plasma d'hydrogène de température $T_e = T_i = 10\,\text{keV}$, contenu dans une chambre toroidale de section circulaire ayant pour rayon majeur $R = 6\,\text{m}$ et pour rayon mineur $a = 2$ m. La chambre est soumise à un champ magnétique externe toroidal d'amplitude $B_0 = 6$ T au centre de la section circulaire. Dans cette configuration :

a) Calculez la vitesse thermique $v_{th}$ et le rayon de Larmor $\rho_L$ pour les électrons et les ions.

b) Montrez que le rapport entre la vitesse de dérive due à la non-uniformité du champ magnétique $\vec{v}_D$ et la vitesse thermique est de l'ordre de $\frac{v_D}{v_{th}} \sim \frac{\rho_L}{R}$.

c) Donnez une estimation de cette vitesse de dérive.

d) Calculez $\tau_D$, le temps caractéristique de séparation des charges sur une distance d'ordre $a$.

Pour visualiser les effets d'un gradient de champ magnétique et d'un champ électrique externe sur la trajectoire des particules dans une chambre toroidale, vous pouvez utiliser l'application COMSOL disponible à l'adresse suivante :
http://sbcomsol.epfl.ch:2036/app/ExB_particle_drift_mph.

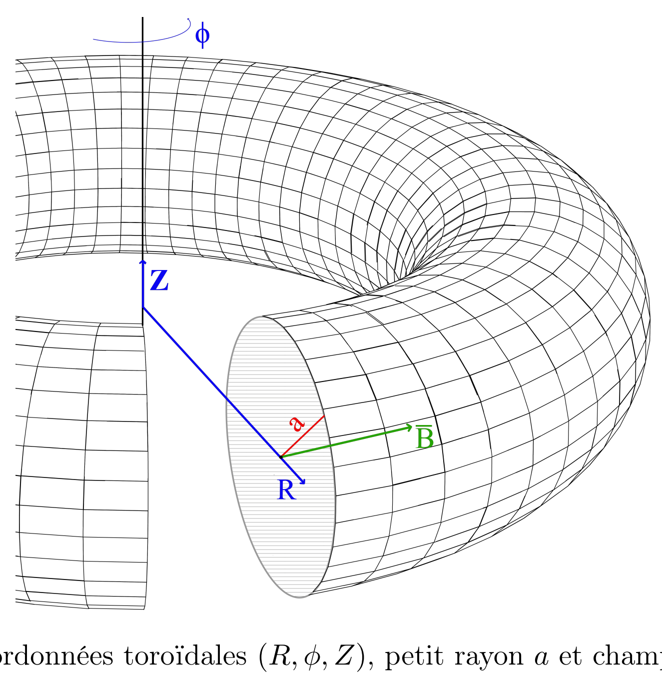


FIGURE 1 – Coordonnées toroïdales $(R, \phi, Z)$, petit rayon $a$ et champs magnétique $\vec{B}$

## Exercice 2

Soit une particule chargée de vitesse $\vec{v}(t=0)=0$ dans un champ magnétique homogène $\vec{B}_0 = B_0\hat{e}_z$. Au temps $t=0$ on applique un champ électrique polarisé linéairement, $\vec{E}(t) = E_0\exp(i\omega t)\hat{e}_x$, et qui oscille à une fréquence $\omega$ proche de la fréquence cyclotronique. En partant du résultat du cours :

$$\vec{v}(t) = \vec{u}(t) + \frac{q(i\omega - \vec{\Omega}_c\times)\vec{E}_0}{m(\Omega_c^2-\omega^2)}e^{i\omega t},$$

où $\vec{u}(t)$ est la vitesse cyclotronique dans le référentiel du centre de guidage, $\vec{E}_0 = E_0\hat{e}_x$ et $\vec{\Omega}_c = q\vec{B}_0/m$ ; montrez que la partie réelle de $\vec{v}(t)$ peut s'écrire :

$$\mathbb{R}\mathrm{e}\{\vec{v}\} = \frac{q}{m}\frac{E_0\Omega_c}{\Omega_c^2-\omega^2}\left([\sin(\Omega_c t) - \frac{\omega}{\Omega_c}\sin(\omega t)]\mathbf{e}_x - [\cos(\omega t) - \cos(\Omega_c t)]\mathbf{e}_y\right)$$

Trouvez la solution dans la limite où $\omega \to \sigma\Omega_c$ ($\sigma = \pm 1$) et montrez qu'il n'y a pas de singularité.