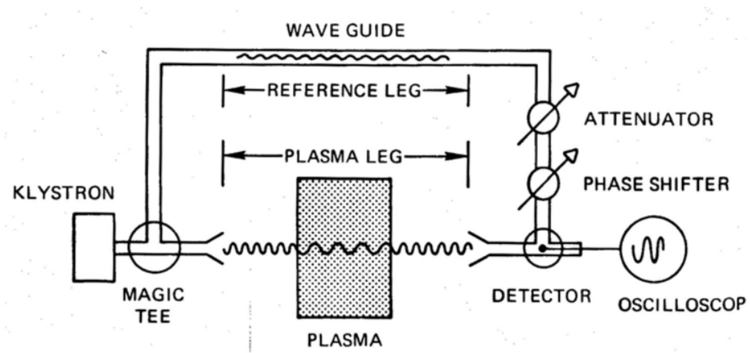
Exercices - Série 13

Exercice 1

La relation de dispersion d'une onde électromagnétique transverse dans un plasma

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2c^2, \tag{1}$$

nous indique que pour une fréquence ω donnée, le vecteur d'onde dans le plasma dépend de la fréquence plasma ω_{pe} et donc de sa densité. Cette propriété peut être utilisée pour mesurer la densité d'un plasma de laboratoire en faisant de l'interférométrie. Ce procédé est illustré dans le schéma ci-dessous.



Exemple de montage expérimental utilisé pour mesurer la densité de plasma par interférométrie.

En effet en mesurant le déphasage entre une onde traversant une longueur L de plasma et une onde de référence il est possible de calculer la densité de ce plasma. Pour comprendre ce résultat, calculez :

a) le vecteur d'onde k en fonction de la fréquence de l'onde ω et de la densité électronique du plasma n_0,

b) le déphasage $\Delta\Phi$ entre l'onde traversant une longueur L de plasma et l'onde traversant une longueur L de vide en fonction de L et n_0.

Dans ce calcul, l'effet des ions a été négligé car ils apportent une faible correction.

c) Montrez que les ions ajoutent une contribution ω_{pi}^2 à la relation de dispersion, et que cette contribution peut être négligée. Pour cela linéarisez les équations du modèle à deux fluides (sans collision) pour une onde électromagnétique transverse ($\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$) en conservant la contribution ionique.

Exercice 2 : Facultatif

Un pulsar émet un large spectre de radiation électromagnétique que l'on détecte depuis la Terre. La dispersion en vitesse de groupe causée par le plasma interstellaire fait que chaque impulsion d'onde EM détectée a un glissement en fréquence df/dt, où f est la fréquence mesurée au temps t.

a) En supposant $\omega^2 \gg \omega_{pe}^2$ et en négligeant le champ magnétique dans l'espace interstellaire, calculer le temps que mets une impulsion à atteindre la terre en fonction de sa fréquence $t(\omega)$.

b) Montrer que :

$$\frac{df}{dt} \approx -\frac{c}{L}\frac{f^3}{f_{pe}^2} \tag{2}$$

où $f_{pe} = \frac{\omega_{pe}}{2\pi}$ et L est la distance entre le pulsar et la terre.

On suppose que le pulsar est détecté sur Terre par une antenne accordée autour de 80MHz. Le glissement en fréquence mesuré dans la bande passante vaut $df/dt = -5$ MHz/s. Comme cette valeur est négative, cela veut dire que les hautes fréquences arriveront plus vite sur terre que les basses fréquences.

c) En supposant la densité moyenne de l'espace interstellaire $n_{e0} = 2 \cdot 10^6$ m^{-3}, à quelle distance se trouve le pulsar ?

(Exprimer la distance en parsec : 1 parsec $= 3 \cdot 10^{16}$ m)