Exercices - Série 11

Exercice 1

On considère un plasma de type Z-pinch à l'équilibre dans une chambre cylindrique de rayon a et dont les parois sont parfaitement conductrices. On considère un champ magnétique purement azimuthal $\vec{B} = B_\theta(r)\hat{\theta}$ et on suppose que le profil de pression est de la forme $p = p_0(1 - r^2/a^2)$.

a) Trouvez l'expression de $B_\theta(r)$ et de $j_z(r)$. en fonction de p_0 et de a **Indication** : supposez que le champ magnétique est de la forme $B_\theta(r) = B_0 r^\alpha$ et explicitez B_0 et α.

b) Montrez que p_0 est proportionnel au carré du courant total induit dans le plasma.

c) Prouvez que $<\beta>= \frac{2\mu_0 <p>}{B_\theta^2(a)} = 1$ avec $< . >$ la moyenne sur le volume du plasma.

Exercice 2

On considère un équilibre de type θ-pinch, de section cylindrique et confiné magnétiquement par un champ magnétique axial $\vec{B} = B_z(r)\hat{z}$. On va montrer que dans cette configuration (mais le résultat est général) le courant perpendiculaire à $\vec{B}$ est constitué d'un courant de dérive magnétique et d'un courant de magnétisation.

a) Montrer que la densité de courant totale dans la direction perpendiculaire à $\vec{B}$, $\vec{j}_{dia}$ (courant diamagnétique) est

$$\vec{j}_{dia} = \frac{1}{B_z(r)} \frac{\partial p}{\partial r} \hat{\theta}.$$

b) En considérant que ce plasma est à l'équilibre thermodynamique, calculez la densité de courant $\vec{j}_{\nabla B}$ due à la dérive magnétique $v_{\nabla B}$ moyennée sur toutes les vitesses des particules.

c) Montrez que $\vec{j}_{dia} - \vec{j}_{\nabla B} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{p}{B_z}\right)\hat{\theta} = \nabla \times (M\hat{z})$, puis identifiez et interprétez M.