Exercices - Série 10

Exercice 1

En cours, vous avez dérivé la relation de dispersion de l'onde d'Alfvén de cisaillement en linéarisant les équations de la MHD idéale et en considérant une onde transversale. On va étudier ici l'effet d'une résistivité finie sur cette onde. Pour cela, on part des équations de la MHD linéarisées obtenues dans le cours, en gardant le terme de dissipation, $\eta \neq 0$. En prenant le cas $\vec{B}_0 = B_0\hat{z}$, $\vec{k} = k\hat{z}$, et $\vec{u}_1 = u_1\hat{y}$ (onde transversale), montrez que la relation de dispersion dans le cas résistif s'écrit :

$$\omega^2 + i\frac{\eta}{\mu_0}k^2\omega - k^2c_A^2 = 0 \tag{1}$$

Puis, montrez que la pulsation ω peut s'écrire :

$$\omega = kc_A\left(-i\frac{1}{2R_m} \pm \sqrt{1 - \frac{1}{4R_m^2}}\right). \tag{2}$$

avec R_m le nombre de Reynolds magnétique définit avec la longueur caractéristique $L = 1/k$. En particulier, montrez que dans ce cas l'onde est amortie.

Application numérique. On se place dans le plasma froid ($T \sim 1eV$) de la magnétosphère terrestre, et on l'on suppose que le champs magnétique $B_0 \sim 3\ 10^{-4}\ T$ est perturbé à une fréquence de $1kHz$. En prenant $\eta \sim 1.2\ 10^{-3}\Omega m$ et $c_A = 6500km.s^{-1}$, calculez le temps caractéristique d'amortissement de l'onde τ_R. *Indication : utilisez $R_m \gg 1$ pour simplifier les calculs.*