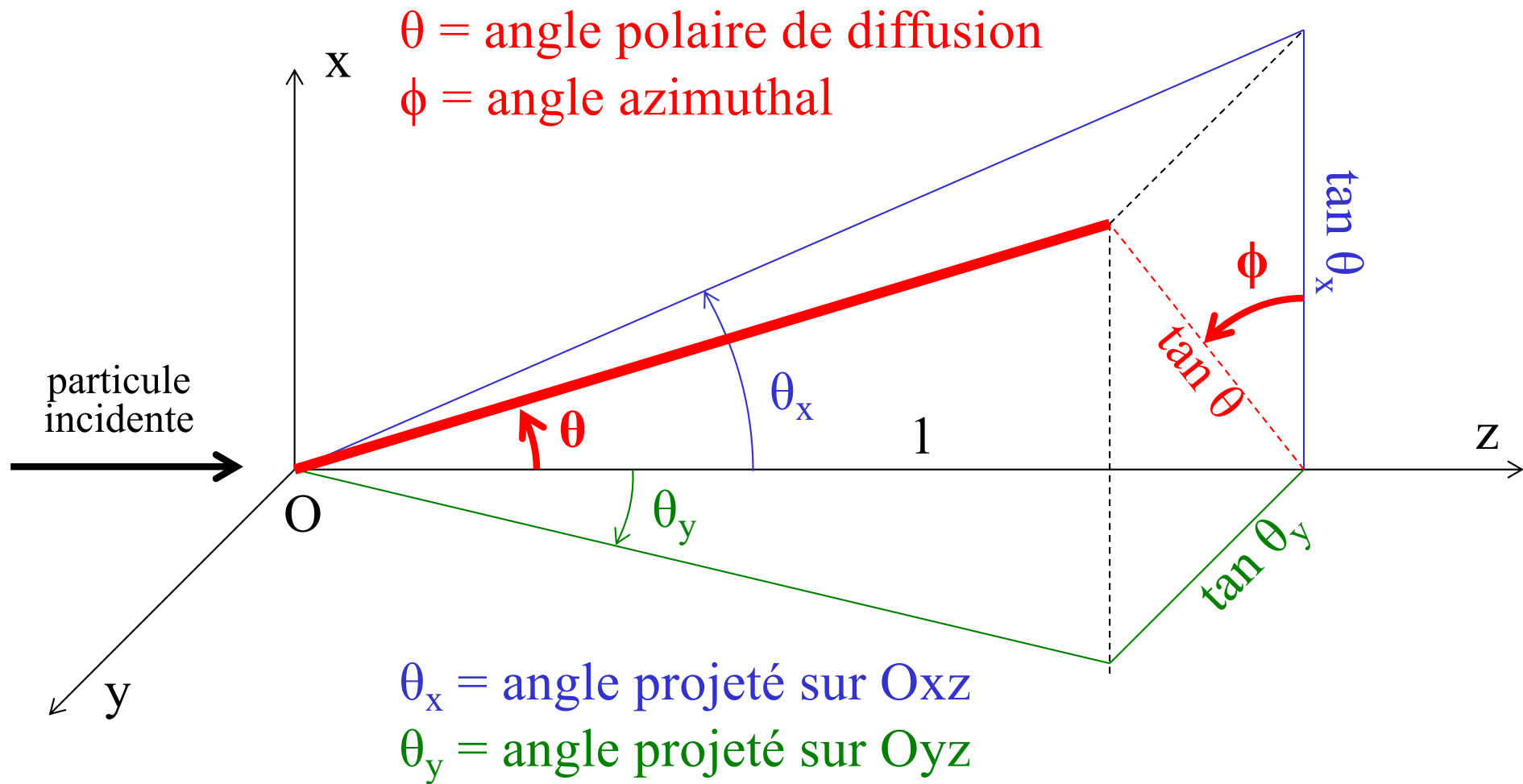


# Projections de l'angle de diffusion



$$\begin{aligned}
 \tan \theta_x &= \tan \theta \cos \phi \\
 \tan \theta_y &= \tan \theta \sin \phi
 \end{aligned}
 \xrightarrow{\text{petits angles}}
 \begin{aligned}
 \theta_x &\cong \theta \cos \phi \\
 \theta_y &\cong \theta \sin \phi
 \end{aligned}$$

# Théorème central limite

Soient  $N$  variables aléatoires  $X_i$  indépendantes  
avec une **loi de distribution commune quelconque**  
de **moyenne  $m$**  et **écart-type  $\sigma$**

On définit  $Y = \sum_{i=1}^N X_i$  et  $Z = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$

Alors

- $Y$  est une variable aléatoire de **moyenne  $mN$**  et d'**écart-type  $\sigma \sqrt{N}$**
- $Z$  est une variable aléatoire de **moyenne  $m$**  et d'**écart-type  $\sigma/\sqrt{N}$**

et quand  $N \rightarrow \infty$ ,

**$Y$  et  $Z$  tendent vers des variables aléatoires gaussiennes !**

En pratique, la gaussienne est souvent  
une bonne approximation dès  $N \sim 6$

# Diffusion coulombienne multiple

- Pour 1 diffusion:

$$\langle \theta_x \rangle = \langle \theta \cos \phi \rangle = \langle \theta \rangle \langle \cos \phi \rangle = 0$$

$$\langle \theta_x^2 \rangle = \langle \theta^2 \cos^2 \phi \rangle = \langle \theta^2 \rangle \langle \cos^2 \phi \rangle = \frac{1}{2} \langle \theta^2 \rangle$$

- Pour N diffusions successives:

$$\Theta_x = \sum_{i=1}^N \theta_{x,i}$$

$$\langle \Theta_x \rangle = N \langle \theta_x \rangle = 0$$

$$\sigma_x^2 = \langle \Theta_x^2 \rangle = N \langle \theta_x^2 \rangle = \frac{N}{2} \langle \theta^2 \rangle$$

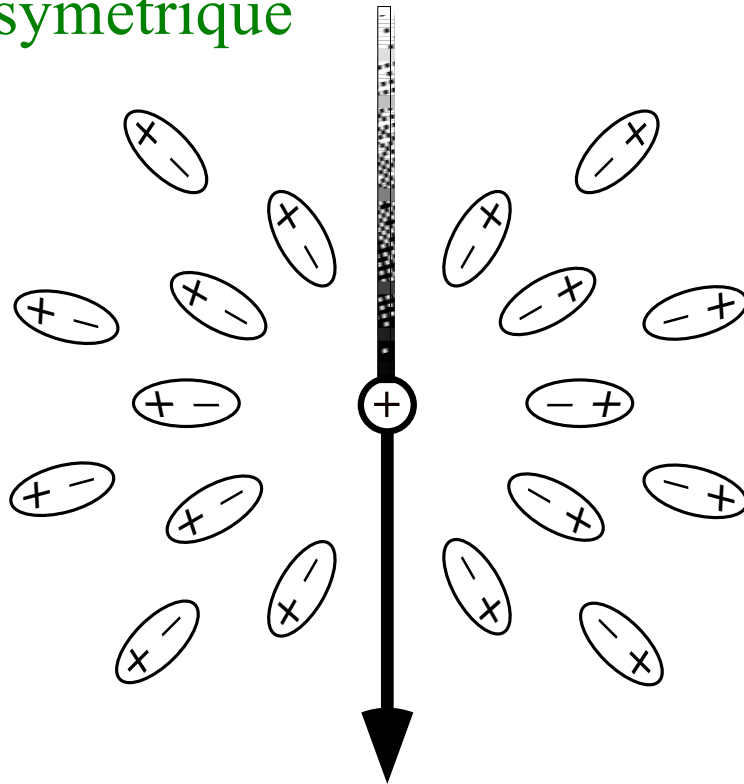
- Pour un écran d'épaisseur x:

$$\sigma_x = \sigma_y \approx \frac{15 \text{ MeV}}{\text{pc } \beta} |Z| \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

$X_0$  = longueur de  
rayonnement

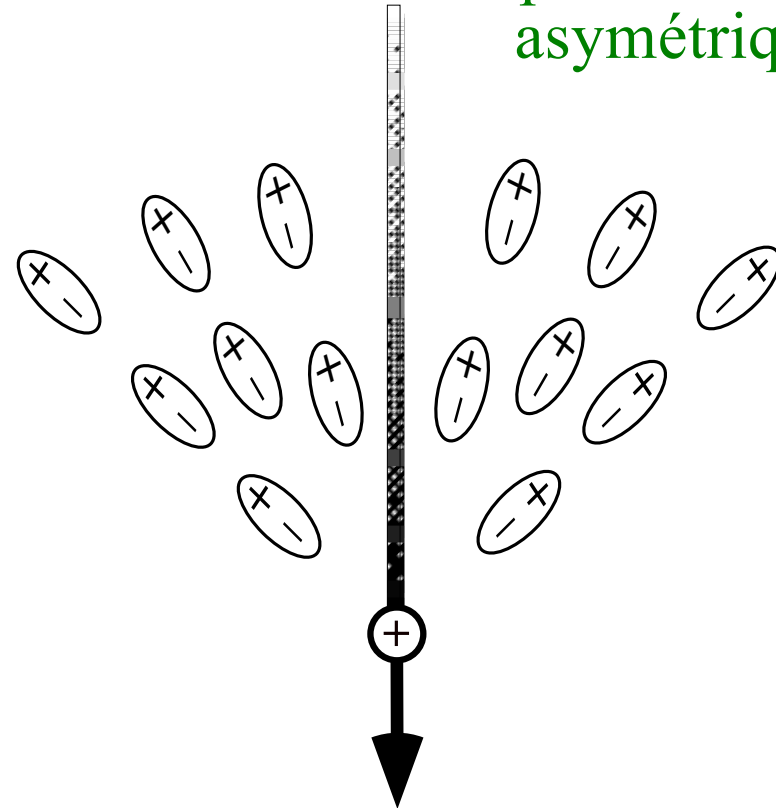
# Effet Cherenkov

polarisation  
symétrique



(a)  $v < c/n$

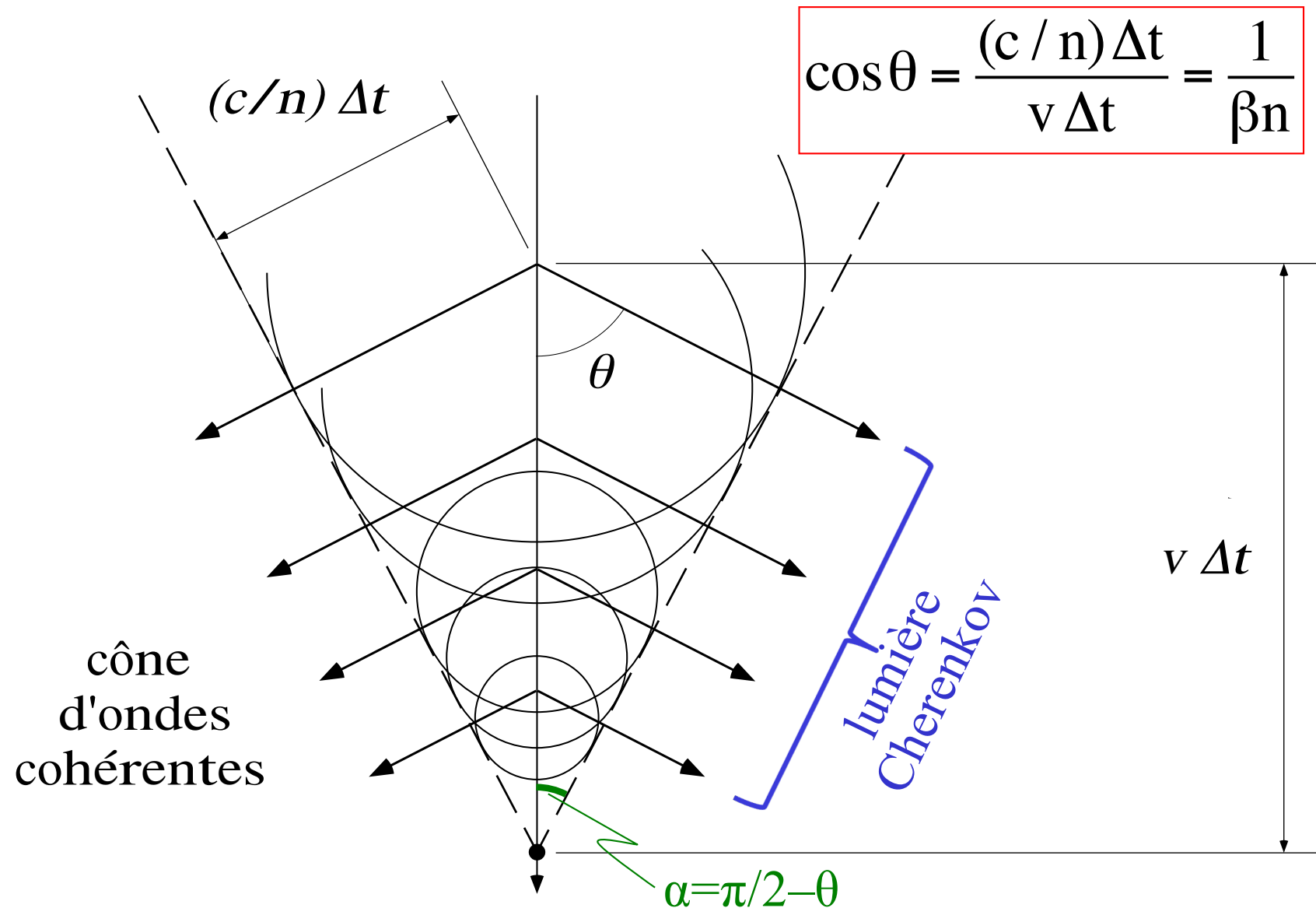
polarisation  
asymétrique



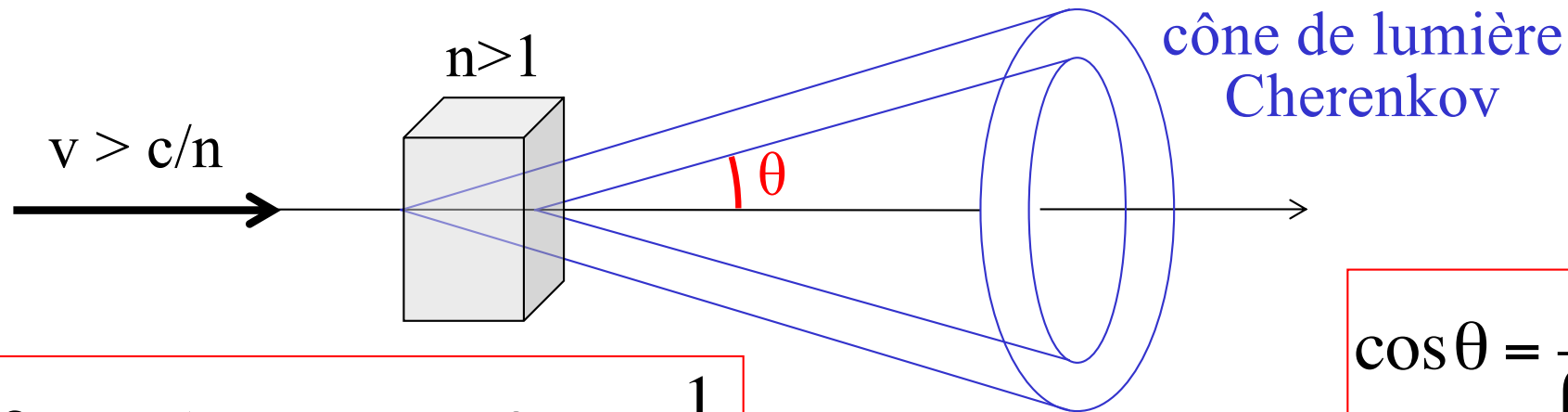
(b)  $v > c/n$

$c/n$  = vitesse de la lumière dans le milieu d'indice de réfraction  $n$  ( $\geq 1$ )  
= vitesse de propagation du champ é.m. produit par la particule

# Effet Cherenkov



# Effet Cherenkov



$$\beta_{\max} = 1 \Rightarrow \cos \theta_{\max} = \frac{1}{n}$$

$$\theta_{\min} = 0 \Rightarrow \beta_{\min} = \frac{1}{n}$$

seuil (si  $\beta < 1/n$ , pas d'effet Cherenkov)

- Au seuil: 
$$p_{\min} = m \gamma_{\min} \beta_{\min} c = mc \frac{\beta_{\min}}{\sqrt{1 - \beta_{\min}^2}} = \frac{mc}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{\left( \frac{mc^2}{p_{\min} c} \right)^2 + 1}$$

- Exemple: pions chargés de 15 GeV/c  $\Rightarrow n = 1.0000436$  (gaz)

# Interactions des photons dans la matière

(phénomènes é.m. uniquement)

- **Absorption atomique**

domine à petit  $E_\gamma$



effet photoélectrique

- **Diffusion**



effet Compton

- **Production de paires (“conversion”)**

domine à grand  $E_\gamma$



matérialisation en  $e^+e^-$

- **Absorption nucléaire**



↓  $E_\gamma$

# Section efficace

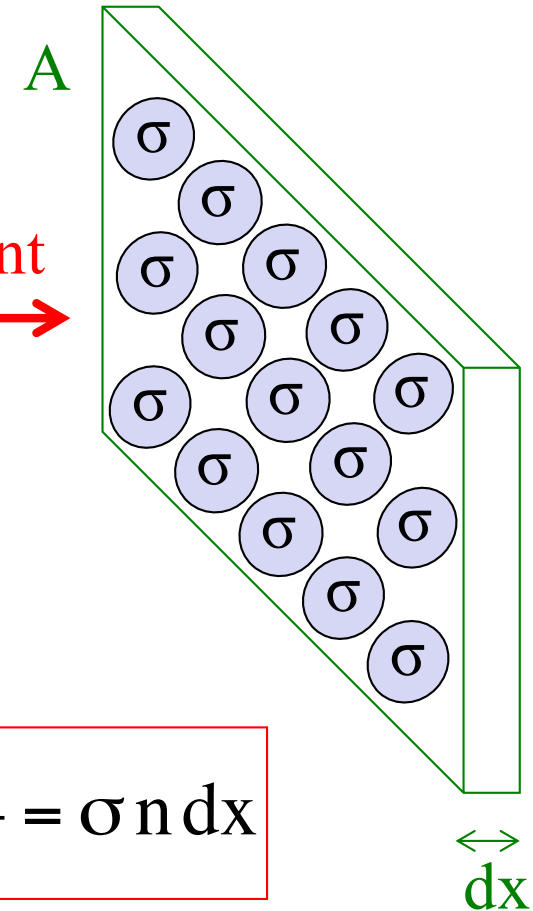
cible d'aire  $A$  et d'épaisseur  $dx$

$N$  "centres" d'aire  $\sigma$

$n$  = nombre de centres par unité de volume

$n dx$  = nombre de centres par unité de surface

$\gamma$  incident  
→



$$\text{Probabilité d'interaction} = \frac{\sigma N}{A} = \frac{\sigma n A dx}{A} = \sigma n dx$$

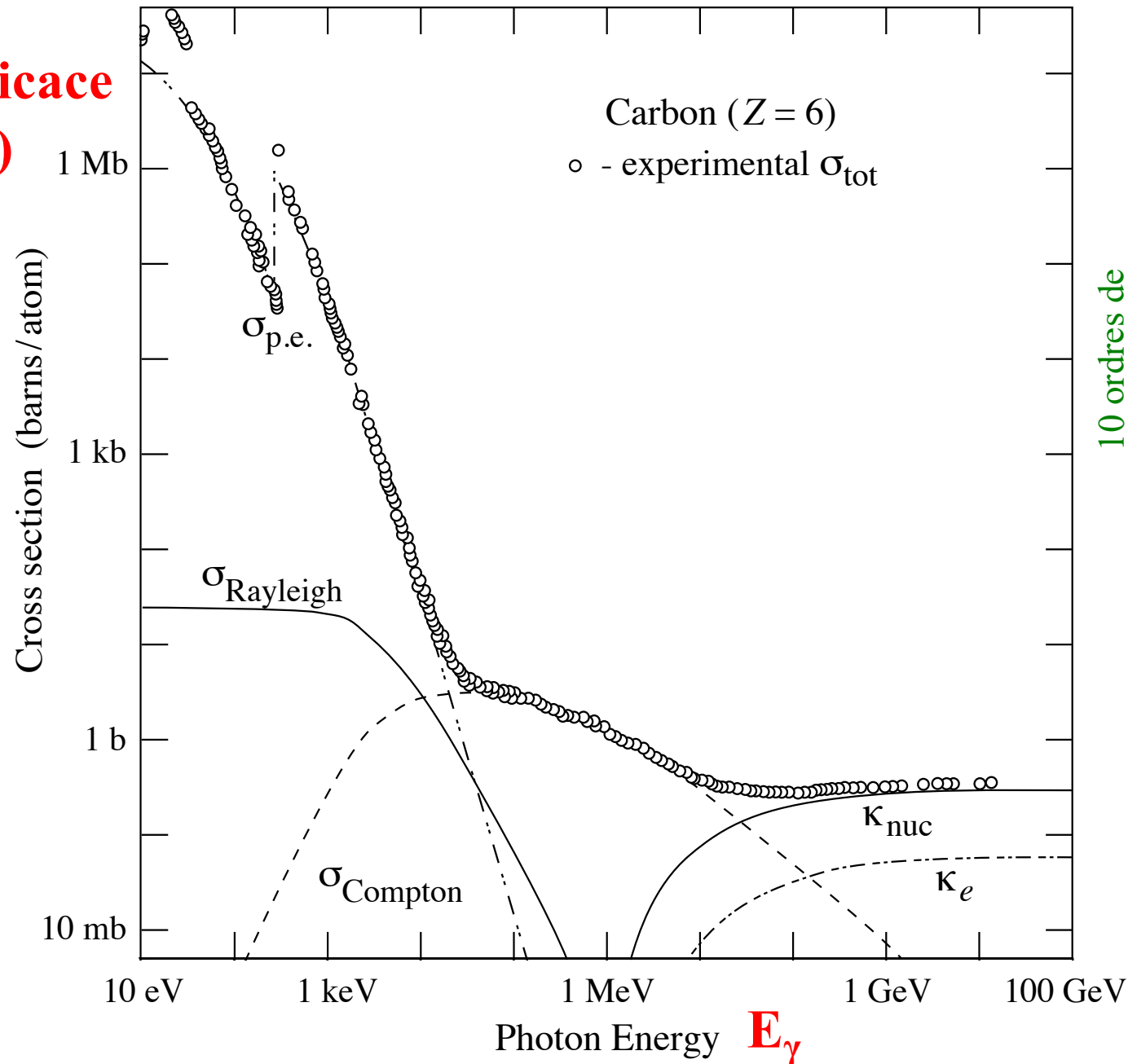
Section efficace totale  $\sigma =$  probabilité d'interaction sur une cible contenant un centre par unité de surface

Unité: barn = b =  $10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2$



# Interactions des photons dans la matière

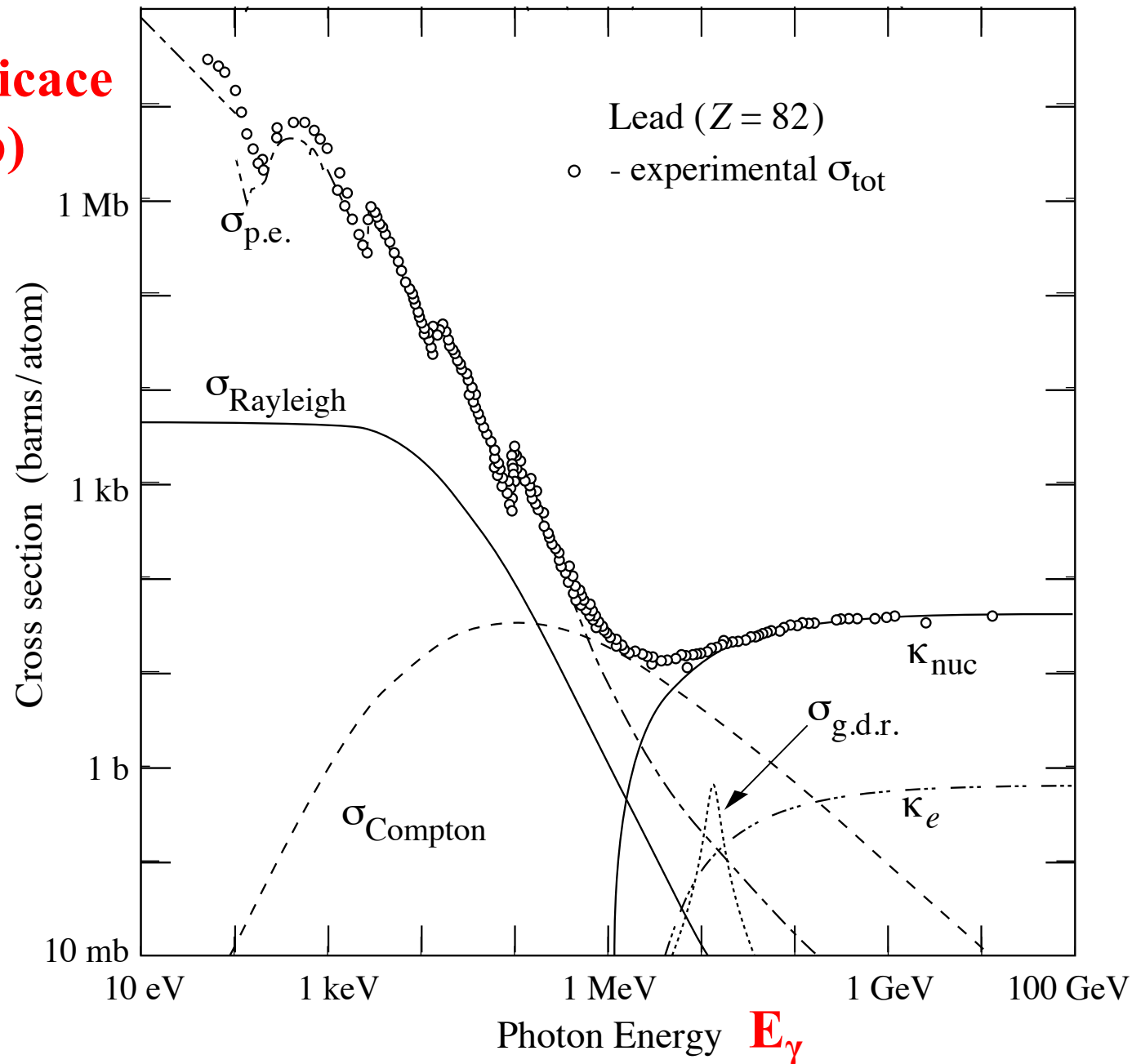
**Section efficace**  
 **$\sigma(\gamma+C)$**



10 ordres de grandeur !  
10 ordres de grandeur !

# Interactions des photons dans la matière

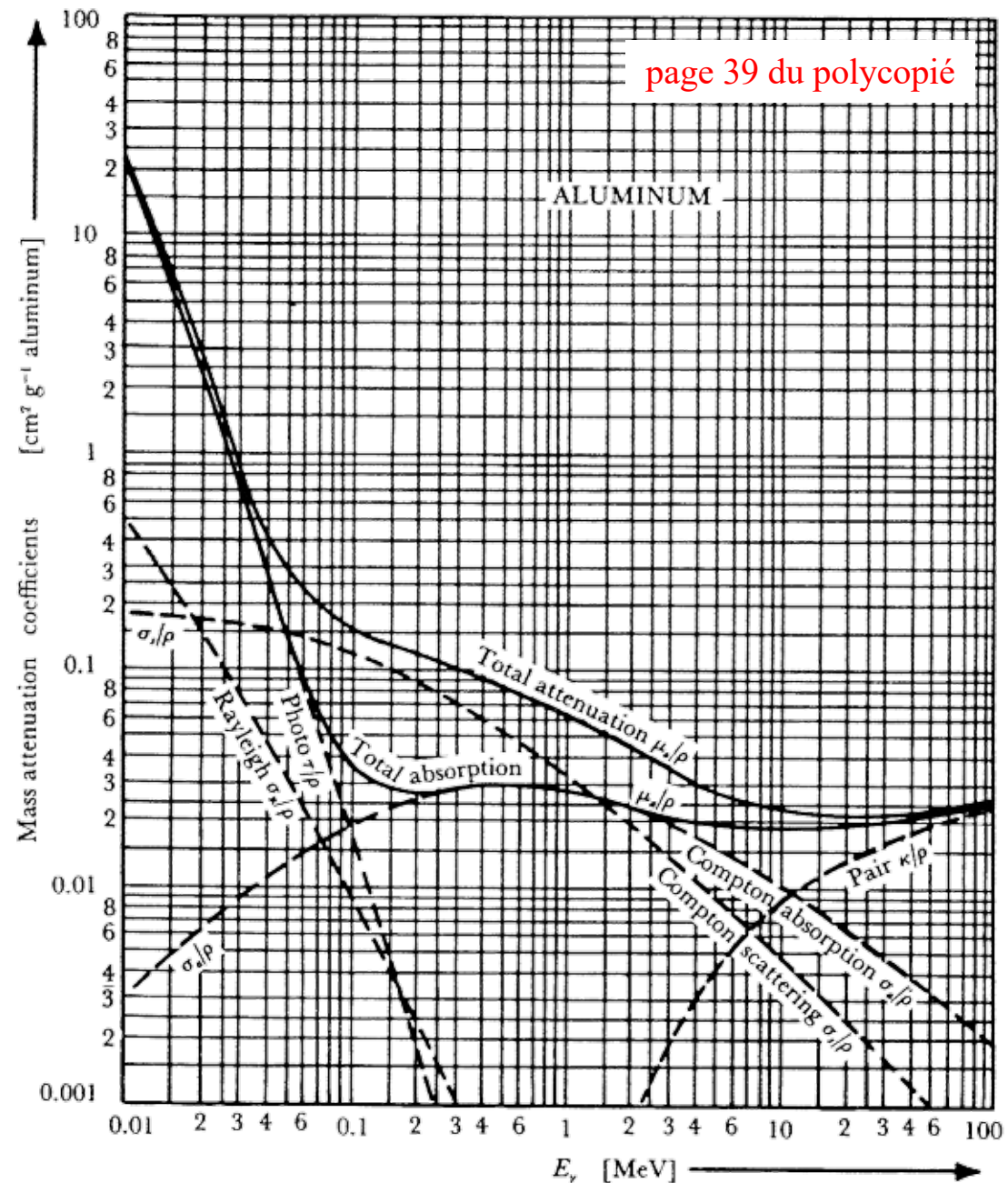
**Section efficace  
 $\sigma(\gamma+\text{Pb})$**



# Coefficient d'atténuation massique $\mu$

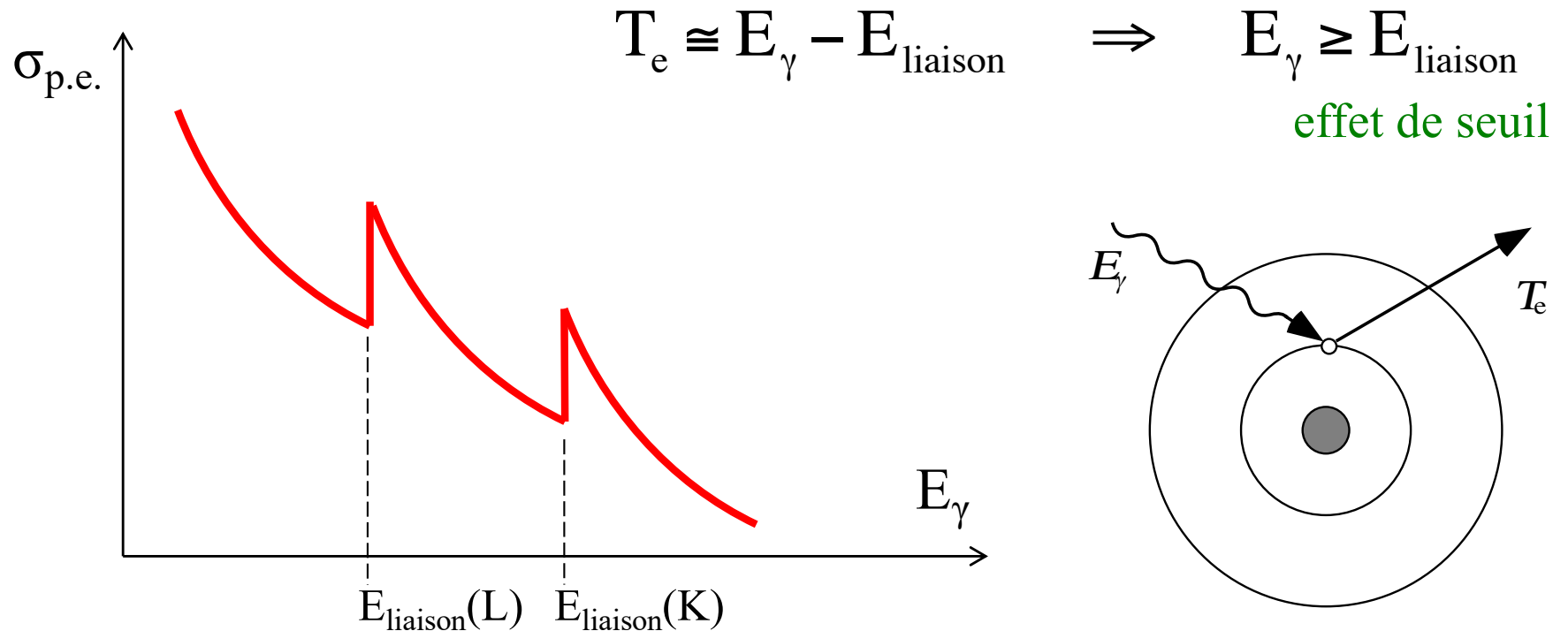
$$\mu = \frac{n\sigma}{\rho} = \frac{N_A}{A} \sigma$$

- $n$  = densité atomique [ $\text{cm}^{-3}$ ]
- $\rho$  = masse volumique [ $\text{g/cm}^3$ ]
- $N_A$  = nombre d'Avogadro [ $\text{mol}^{-1}$ ]
- $A$  = masse atomique [ $\text{g/mol}$ ]



# Effet photoélectrique

- Un électron lié à l'atome absorbe le photon incident et est libéré avec une énergie cinétique  $T_e$ :

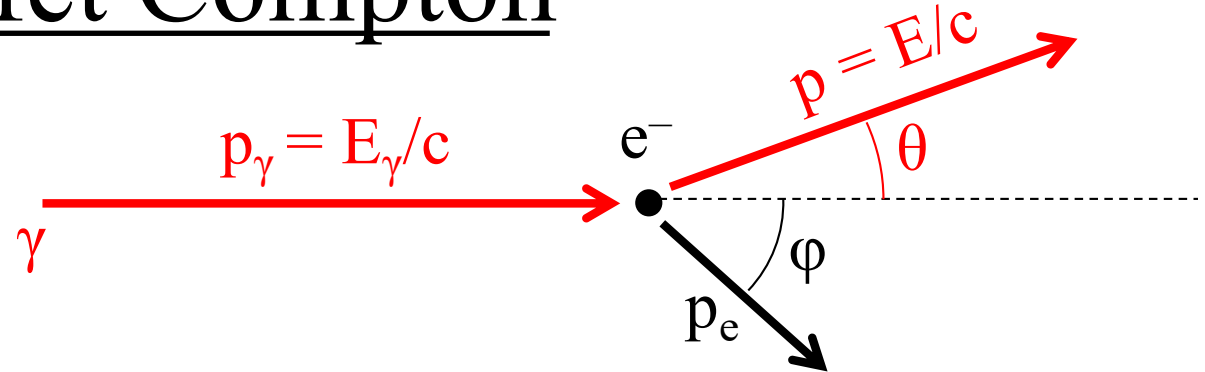


- Calcul théorique

$$\sigma_{\text{p.e.}}(\text{K}) = \frac{32\pi}{3} \sqrt{2} z^5 \alpha^4 \left( \frac{mc^2}{E_\gamma} \right)^{7/2} \quad \text{où } \alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

# Effet Compton

- Collision d'un photon d'énergie  $E_\gamma$  sur un électron au repos



- Conservation quantité de mouvement et énergie:
  - 3 équations pour 4 inconnues ( $E$ ,  $p_e$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ )
  - élimination de  $p_e$  et  $\phi$  pour obtenir une relation entre  $E$  et  $\theta$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{E_\gamma}{c} = \frac{E}{c} \cos \theta + p_e \cos \phi \\ 0 = \frac{E}{c} \sin \theta - p_e \sin \phi \\ E_\gamma + mc^2 = E + \sqrt{(p_e c)^2 + (mc^2)^2} \end{array} \right.$$

$$E = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2} (1 - \cos \theta)}$$

$$T_e = E_e - mc^2 = E_\gamma - E = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{mc^2}{E_\gamma (1 - \cos \theta)}}$$

formule de Compton

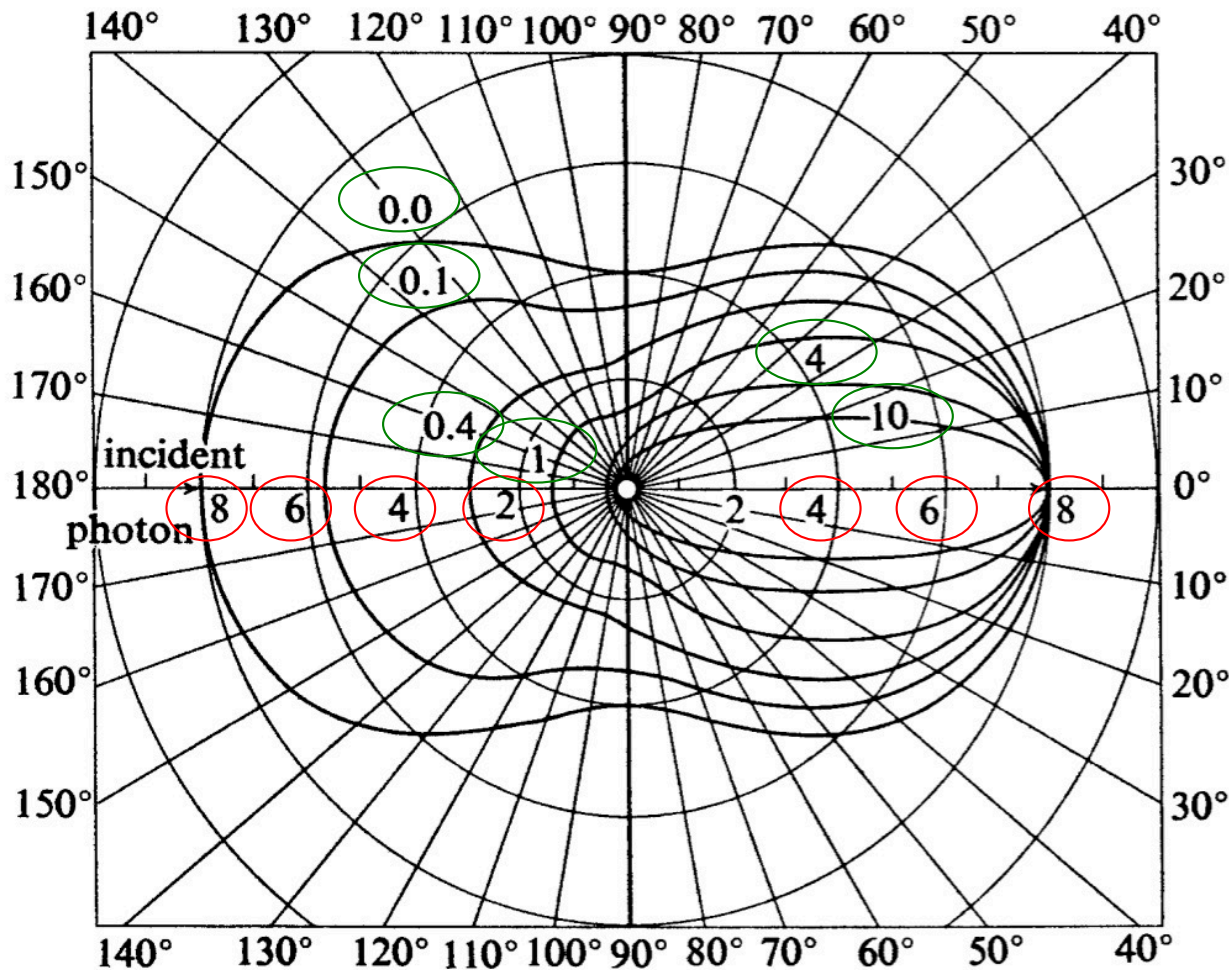
$T_e$  maximum quand  $\theta = \pi$

# Effet Compton

- Calcul en électrodynamique quantique (QED)

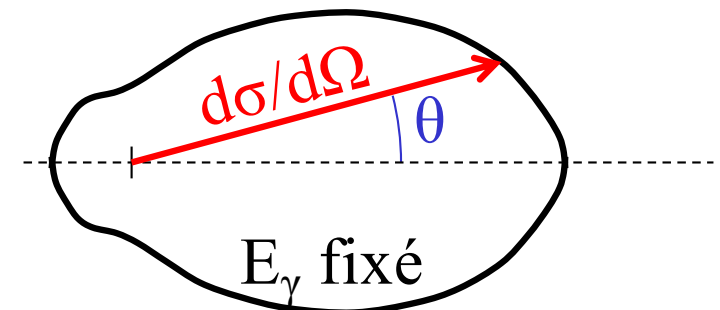
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \right)^2 \frac{1}{2} \left( \frac{E}{E_\gamma} \right)^2 \left( \frac{E_\gamma}{E} + \frac{E}{E_\gamma} - \sin^2 \theta \right)$$

$$\frac{E}{E_\gamma} = \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2} (1 - \cos \theta)}$$



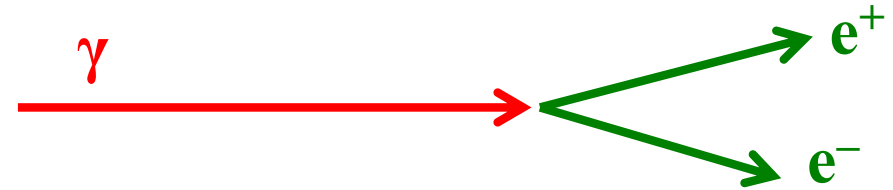
$E_\gamma$  en MeV

$d\sigma/d\Omega$  en fm²

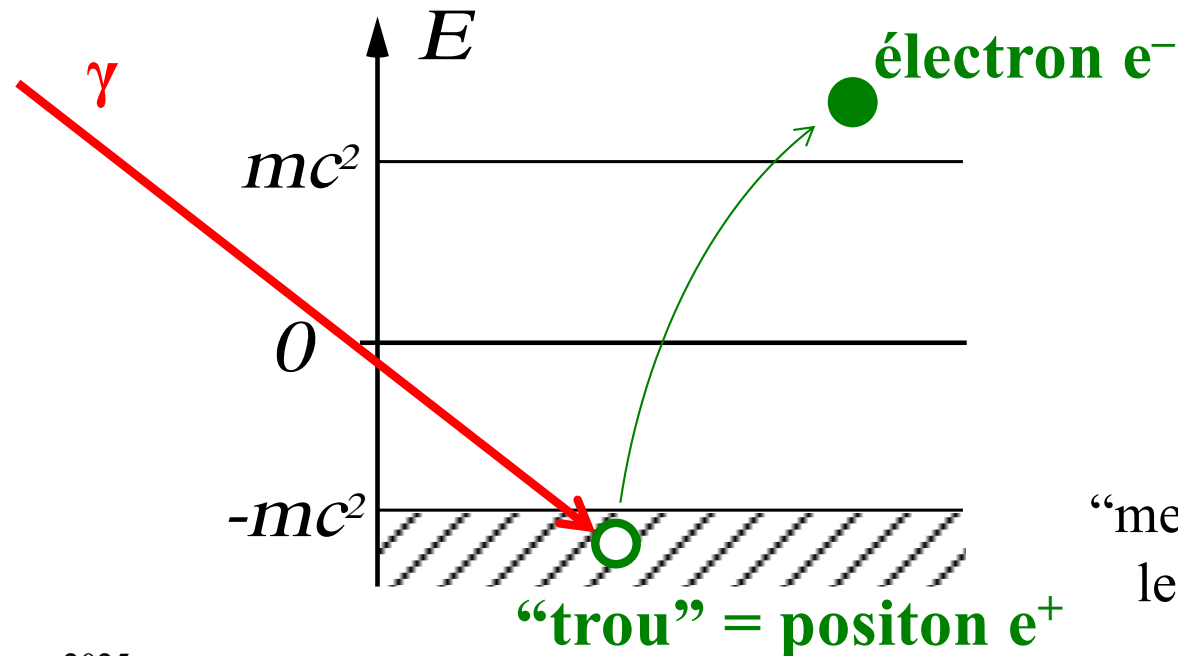


# Création de paire

- Possible seulement dans le champ d'un noyau (ou électron)  
et si  $E_\gamma > 2mc^2$



- Equation de Dirac (équ. du mvt de l' $e^-$ ):
  - solutions d'énergies positives  $> +mc^2$   $\rightarrow$  particule
  - solutions d'énergies négatives  $< -mc^2$   $\rightarrow$  antiparticule



“mer” d'états occupés en respectant  
le principe d'exclusion de Pauli

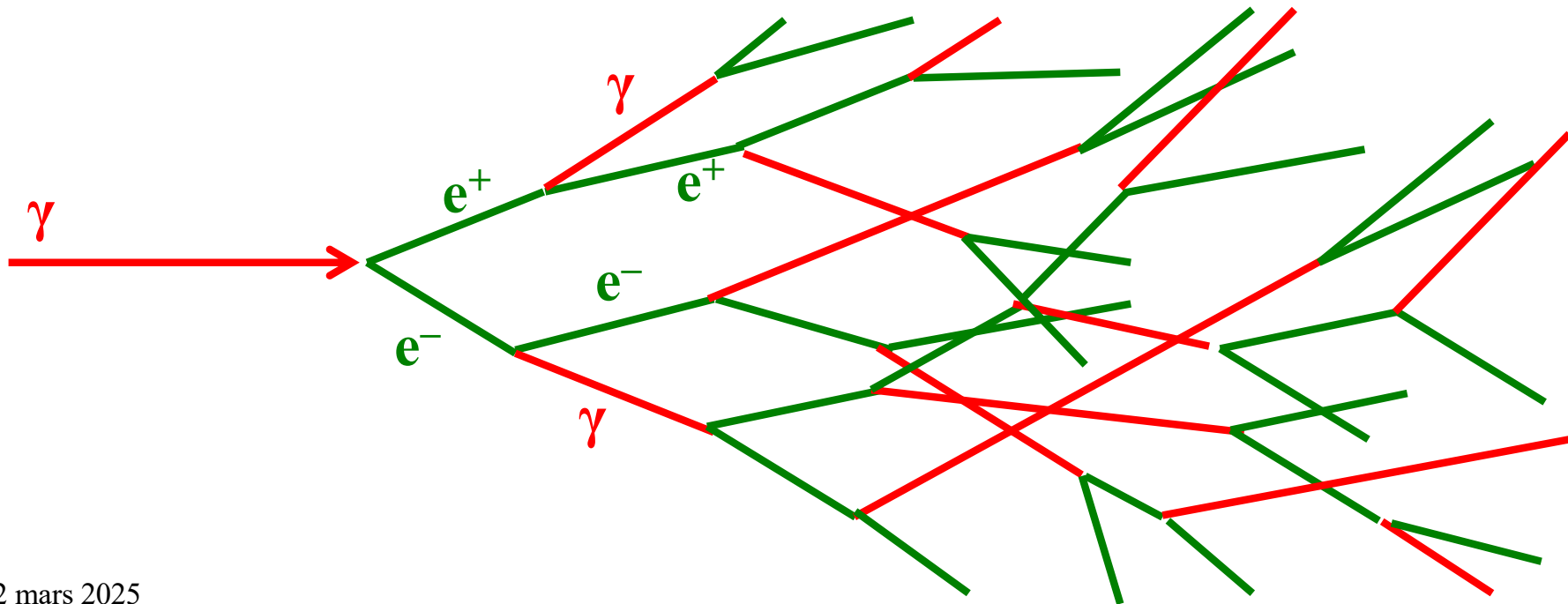


# Création de paire

- Calcul en électrodynamique quantique (QED):


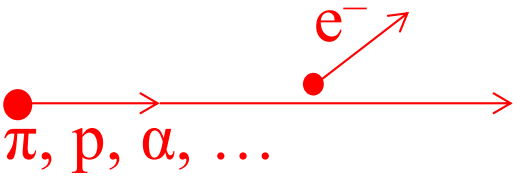
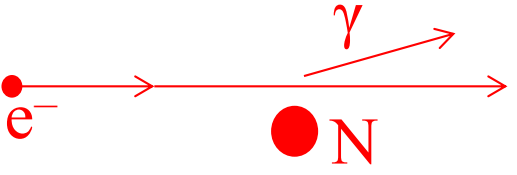
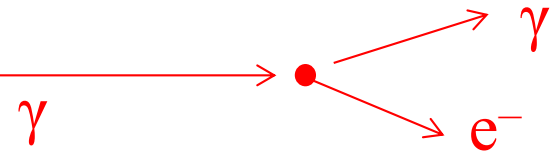
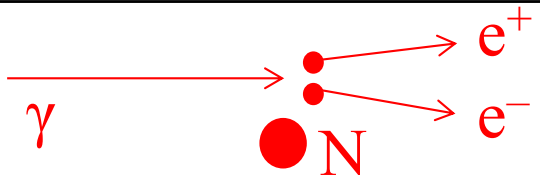
$$\sigma_{\text{paire}} \approx Z^2 \alpha^3 \left( \frac{\hbar c}{mc^2} \right)^2 \left[ \frac{28}{9} \ln \left( \frac{2E_\gamma}{mc^2} \right) - \frac{218}{27} \right]$$

- Gerbe électromagnétique = succession de processus de Bremsstrahlung et de création de paire dans la matière





# Quel point commun ?

	Processus	Section efficace
	Diffusion de Rutherford	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Zze^2}{16\pi\epsilon_0 T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$
	Perte d'énergie par collisions	$\sigma \propto -\frac{dT}{dx} \Big _{\text{coll}} \cong \frac{Z^2 e^4 n z}{4\pi\epsilon_0^2 m c^2 \beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2mc^2}{I} \cdot \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \right) - \beta^2 \right]$
	Rayonnement de freinage	$\sigma \propto -\frac{dT}{dx} \Big _{\text{rad}} \cong T \frac{4e^6 n z (z+1.3)}{(4\pi\epsilon_0)^3 \hbar c (mc^2)^2} \left[ \ln \left( \frac{183}{z^{1/3}} \right) + \frac{1}{8} \right]$
	Diffusion Compton	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2} \right)^2 \frac{1}{2} \left( \frac{E}{E_\gamma} \right)^2 \left( \frac{E_\gamma}{E} + \frac{E}{E_\gamma} - \sin^2 \theta \right)$
	Création de paire	$\sigma_{\text{paire}} \approx Z^2 \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^3 \left( \frac{\hbar c}{m c^2} \right)^2 \left[ \frac{28}{9} \ln \left( \frac{2E_\gamma}{m c^2} \right) - \frac{218}{27} \right]$

Tous des processus électromagnétiques, avec  $\sigma \sim (e^2)^n \sim \alpha^n$ , où  $n=2$  ou  $3$