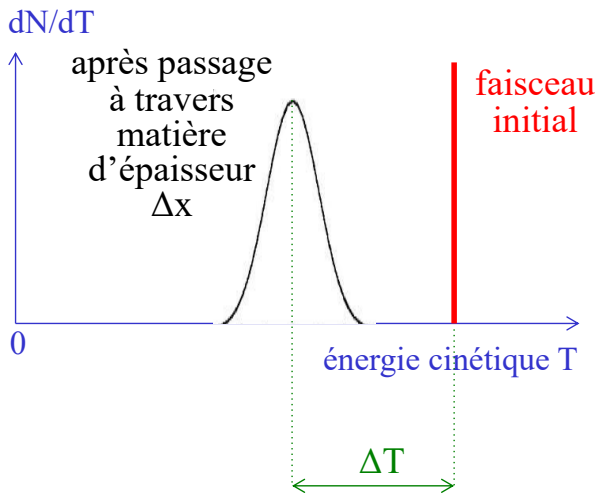


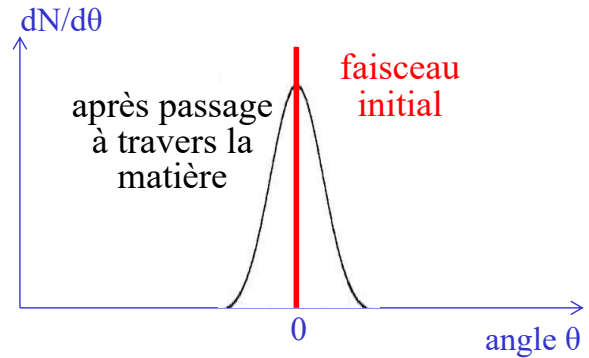
# Fluctuations statistiques

- Perte d'énergie



Perte d'énergie  
spécifique moyenne =  $\Delta T / \Delta x$

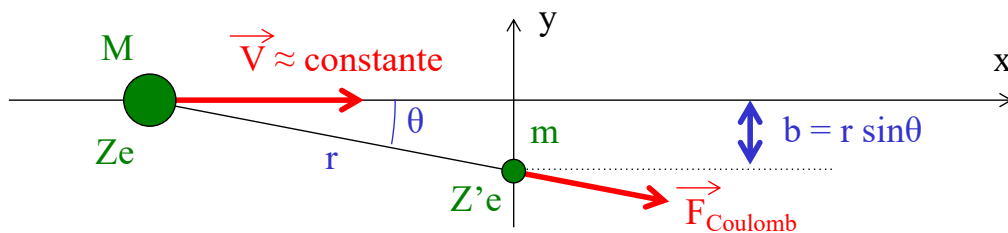
- Diffusion  
coulombienne multiple



Ecart-type de l'angle de déflexion

$$\sigma_\theta = \sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$$

## Collision entre particules chargées



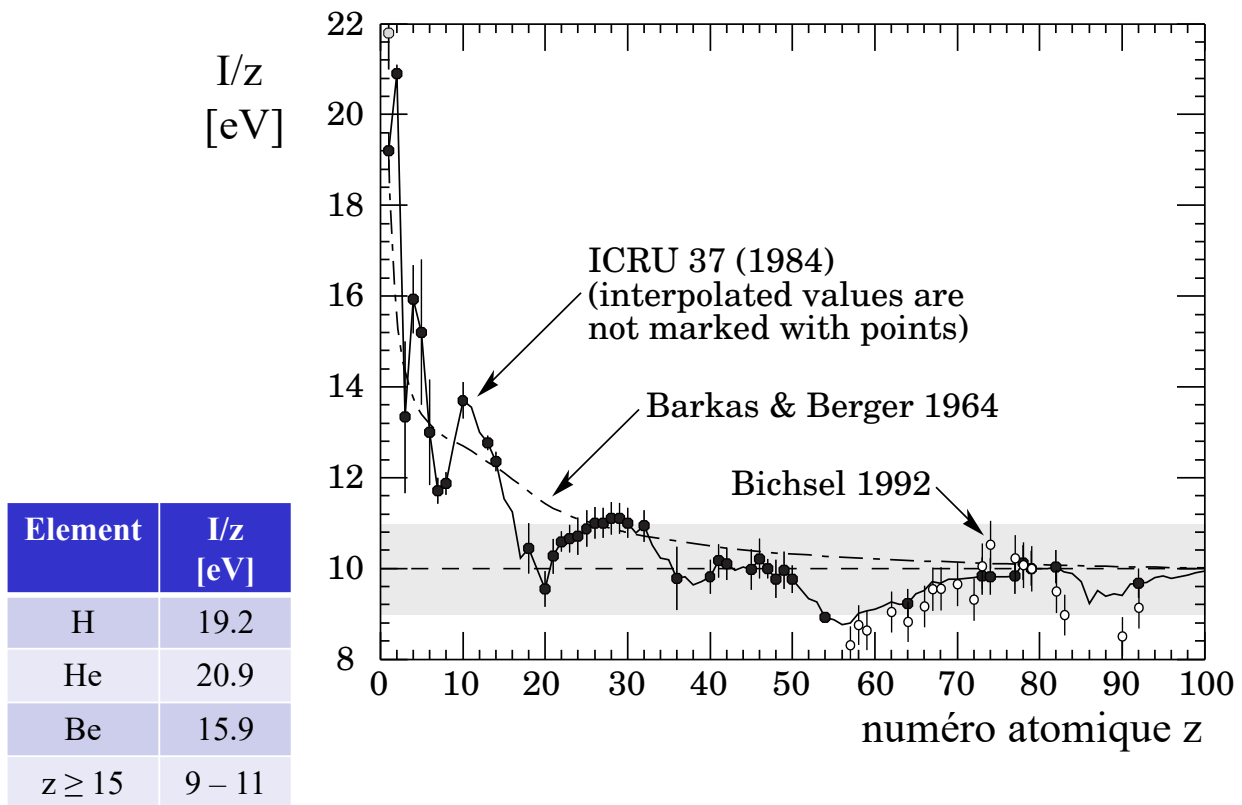
- Impulsion transmise par le projectile à la cible (par interaction électromagnétique):  $\vec{\Delta p} = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_{\text{Coulomb}} dt$

$$\Delta p_x \approx 0 \quad \text{et} \quad \Delta p_y = -\frac{ZZ'e^2}{2\pi\epsilon_0 Vb} \quad \text{si } M \gg m$$

- Si la cible est un électron,  $Z' = -1$ , et l'énergie cinétique transmise à l'électron vaut

$$T_e = \frac{\Delta p_y^2}{2m} = \frac{Z^2 e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 V^2 b^2 m} \Rightarrow b \propto \frac{1}{\sqrt{T_e}}$$

# Energie moyenne d'excitation minimale I



OS, 5 mars 2025

37

## Perte d'énergie spécifique des particules lourdes

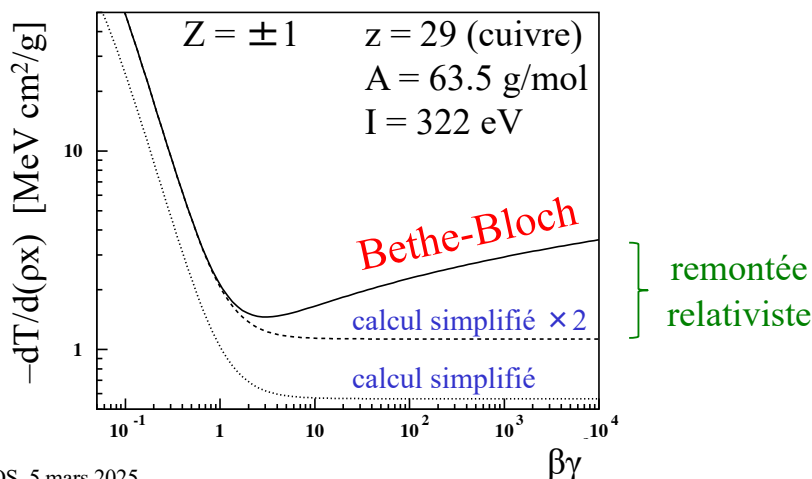
- Calcul simplifié de Bohr

$$-\frac{dT}{d(\rho x)} = \frac{Z^2 e^4}{8\pi \epsilon_0^2 m V^2} N_A \frac{z}{A} \ln \left( \frac{2mV^2}{I} \right)$$

- Calcul quantique relativiste

$$-\frac{dT}{d(\rho x)} = \frac{Z^2 e^4}{4\pi \epsilon_0^2 m c^2 \beta^2} N_A \frac{z}{A} \left[ \ln \left( \frac{2mc^2}{I} \cdot \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \right) - \beta^2 \right]$$

formule de Bethe-Bloch

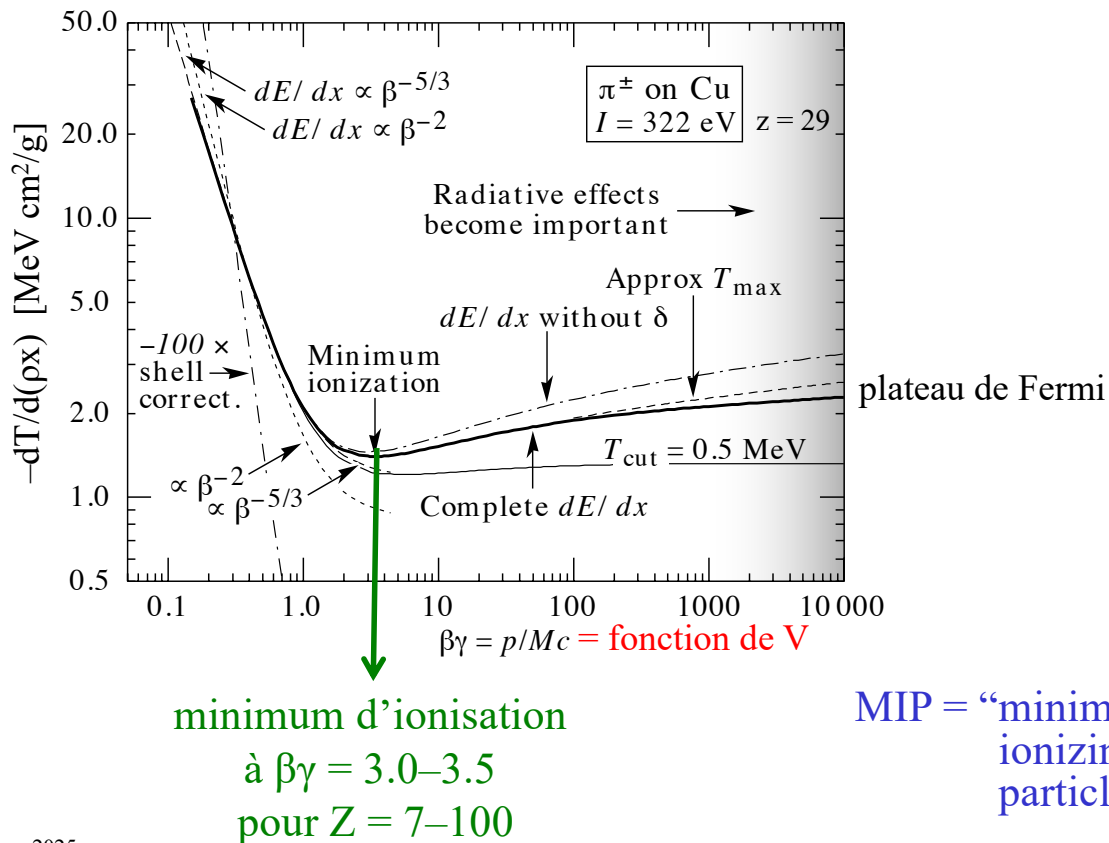


OS, 5 mars 2025

38

# Perte d'énergie spécifique

des  
particules  
lourdes



OS, 5 mars 2025

39

# Perte d'énergie spécifique

des  
particules  
lourdes

$$-\frac{dT}{d(\rho x)} = \frac{e^4 N_A}{4\pi\epsilon_0^2 mc^2} \left( \frac{z}{A} \right) \left( \frac{Z^2}{\beta^2} \right) \left[ \ln \left( \frac{2mc^2}{I} \cdot \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \right) - \beta^2 \right]$$

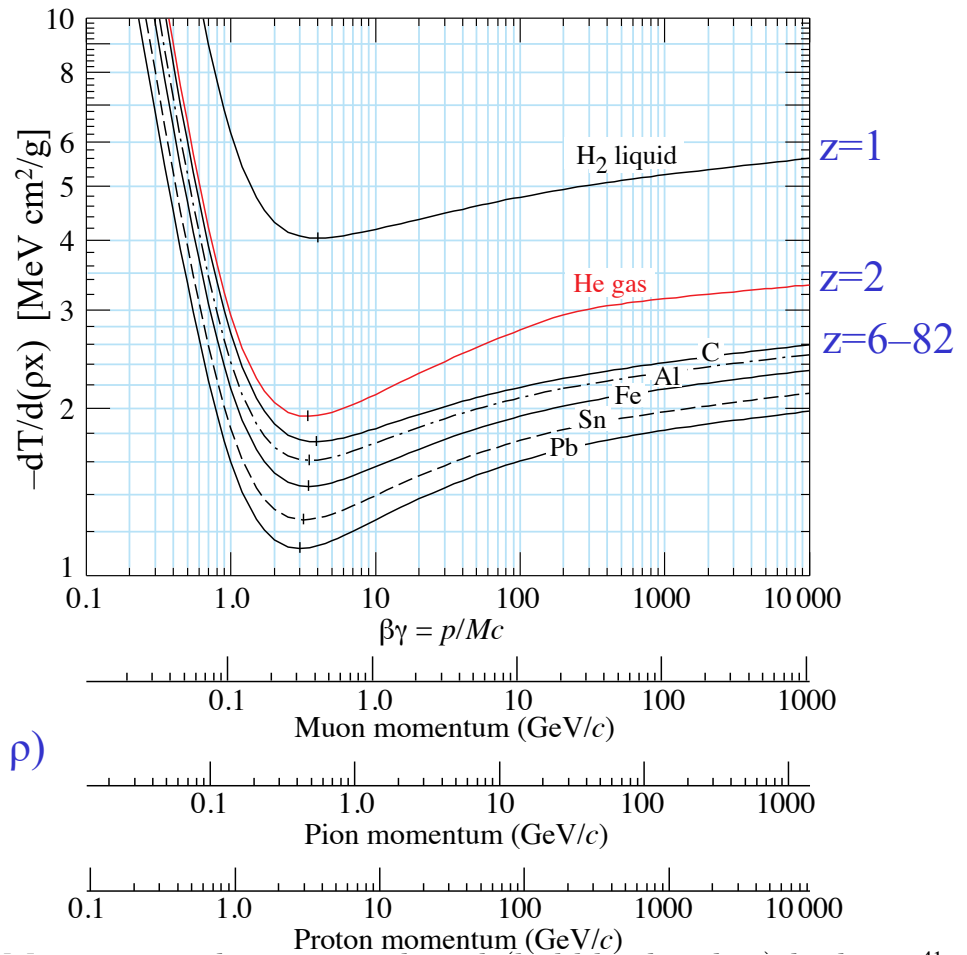
- La perte d'énergie spécifique  $dT/d(\rho x)$  dépend
  - faiblement du milieu
    - $z/A \approx \text{constante}$
    - $\ln(I) \approx \ln(z) + \text{constante}$
  - fortement de la particule incidente
    - $Z^2$  (=1 dans la plupart des cas)
    - vitesse  $\beta$
- NB: en première approximation la perte d'énergie ne dépend pas de la masse  $M$  de la particule incidente (faible dépendance cachée dans  $T_e^{\max}$ )

OS, 5 mars 2025

40

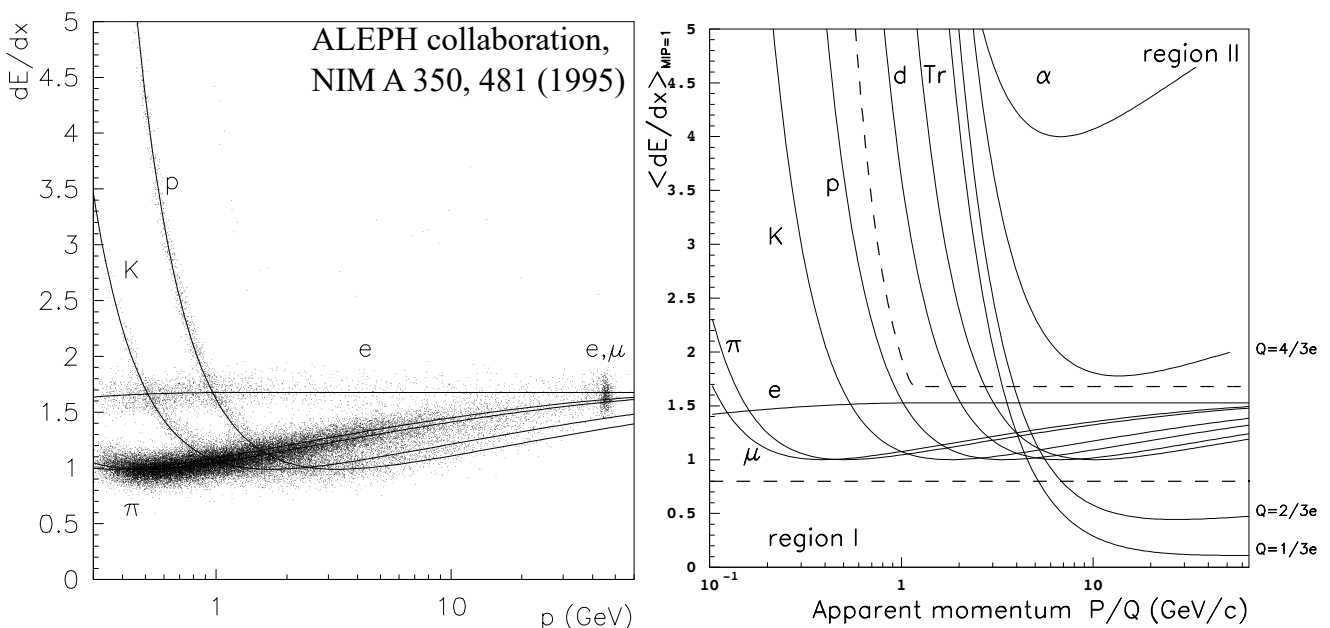
# Perte d'énergie spécifique

dépendance par  
rapport au milieu  
relativement faible  
(car on a divisé par  $\rho$ )



## Identification des particules

- La mesure de  $dT/dx$  permet d'identifier une particule dont on connaît la quantité de mouvement
  - ou de chercher des particules de charges fractionnaires, par ex.  $\pm 1/3$ ,  $\pm 2/3$ , ...



## Parcours restant R

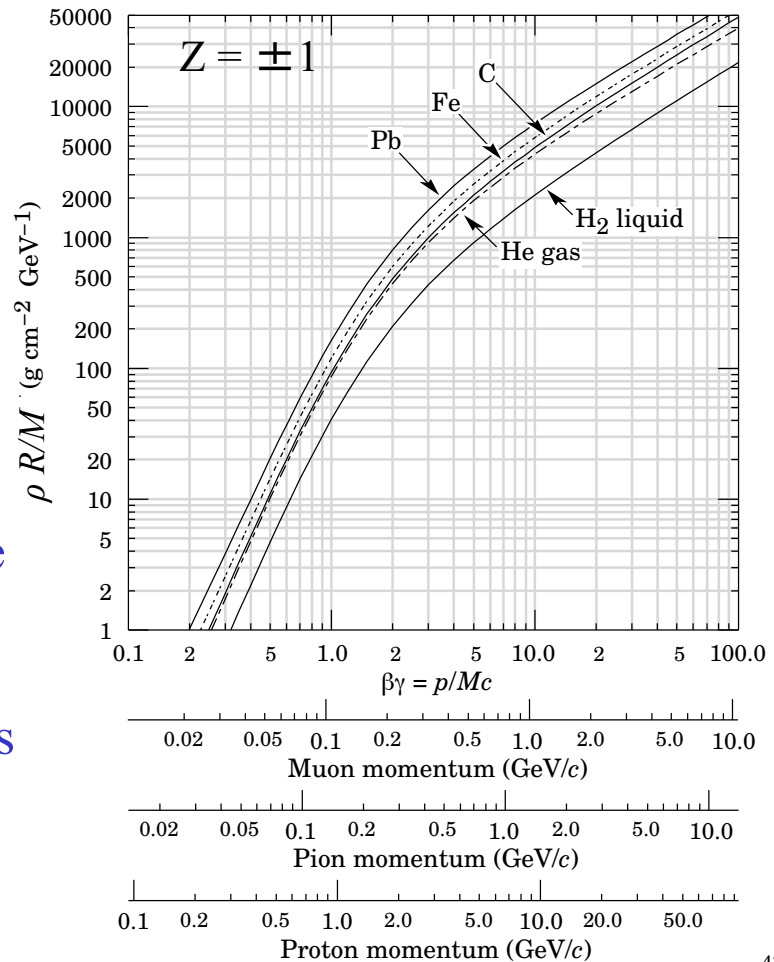
$$R = \int_{T'=T}^{T=0} dx = \dots$$

$$= \frac{M}{Z^2} f(\beta)$$

- Si  $Z = \pm 1$ ,  $R/M$  ne dépend que de  $\beta$
- Pour deux particules de mêmes vitesses:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{M_1}{M_2} \frac{Z_2^2}{Z_1^2}$$

OS, 5 mars 2025



43

## Rayonnement de freinage (Bremsstrahlung)

- Particule chargée déviée de sa trajectoire (accélérée)  
⇒ émission de photons ⇒ perte d'énergie

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{rad}} \cong -\frac{T}{X_0} \quad \left. \frac{dT}{d(\rho x)} \right|_{\text{rad}} \cong -\frac{T}{X'_0}$$

- **Longueur de rayonnement  $X_0$  en cm** (ou  $X'_0 = \rho X_0$  en  $\text{g/cm}^2$ )  
= épaisseur de matière nécessaire pour réduire l'énergie d'un électron d'un facteur  $e \approx 2.7$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{T(x)}{X_0} \Rightarrow T(x) = T(0) \exp\left(-\frac{x}{X_0}\right)$$

- Calcul théorique

$$\frac{1}{X_0} \cong \frac{4e^6 n z (z+1.3)}{(4\pi\epsilon_0)^3 \hbar c (mc^2)^2} \left[ \ln\left(\frac{183}{z^{1/3}}\right) + \frac{1}{8} \right]$$

OS, 5 mars 2025

44

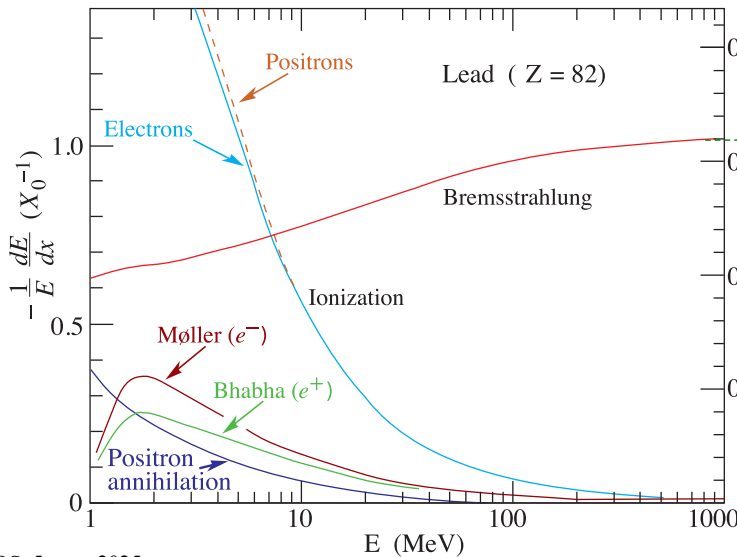
# Perte d'énergie des électrons

- Pertes par collisions  
(excitation, ionisation)
- Pertes par rayonnement  
de freinage (Bremsstrahlung)

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{coll}} = -f\left(\frac{Z}{A}, I, \beta\right)$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{rad}} \cong -\frac{T}{X_0}$$

dépend du milieu



$$\rho X_0(\text{Pb}) = 6.37 \text{ g/cm}^2$$

OS, 5 mars 2025

45

## $X_0$ et $T_c$ pour les électrons

- Energie critique  $T_c$  = énergie cinétique à laquelle la perte d'énergie par rayonnement égale celle par collisions

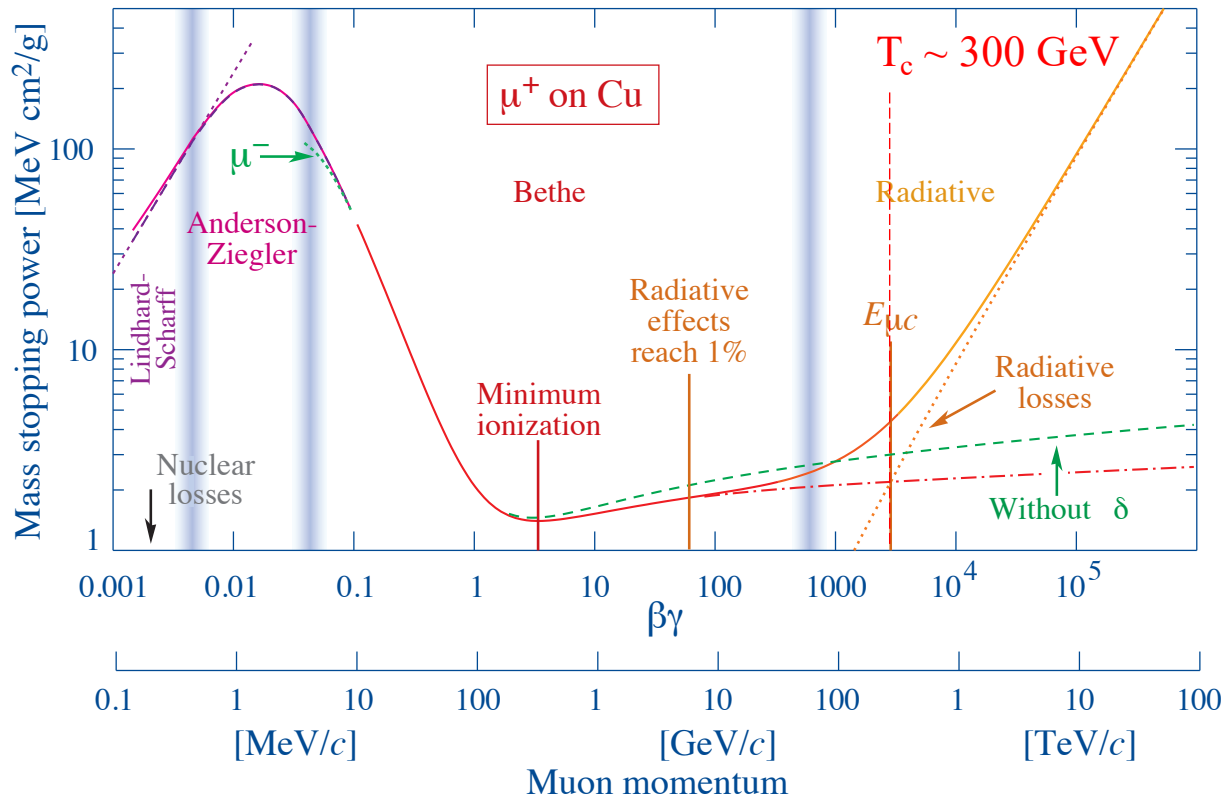
$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{rad}} = \left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{coll}} \Rightarrow T_c \frac{Z^2}{m^2} \propto Z \Rightarrow T_c \propto \frac{m^2}{Z}$$

| Matériau             | $z$ | $T_c$<br>MeV | $\rho X_0$<br>g/cm <sup>2</sup> | $X_0$<br>cm |
|----------------------|-----|--------------|---------------------------------|-------------|
| H <sub>2</sub> (liq) | 1   | 340          | 61.28                           | 866         |
| He (liq)             | 2   | 220          | 94.32                           | 756         |
| C                    | 6   | 103          | 42.7                            | 18.8        |
| Al                   | 13  | 47           | 24.01                           | 8.9         |
| Fe                   | 26  | 24           | 13.84                           | 1.76        |
| Pb                   | 82  | 6.9          | 6.37                            | 0.56        |
| Air (STP)            | -   | 83           | 36.66                           | 30420       |
| Eau                  | -   | 93           | 36.08                           | 36.1        |

OS, 5 mars 2025

46

# Perte d'énergie spécifique (muons)

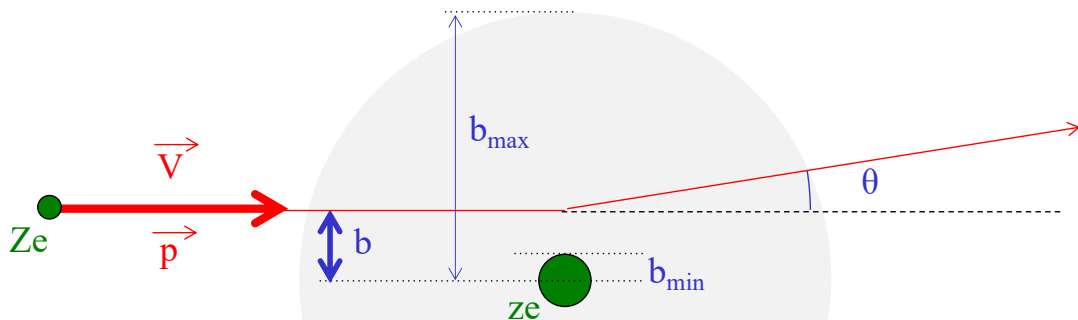


OS, 5 mars 2025

47

## Diffusion coulombienne

dans le  
champ  
d'un noyau



- Avec l'approximation  $\theta \ll 1$ :  $\theta \approx \tan \theta = \frac{-\Delta p_y}{p} = \frac{Zze^2}{2\pi\epsilon_0 Vbp}$
- Angle de déflexion quadratique moyen:

$$\begin{aligned} \langle \theta^2 \rangle &= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \theta^2 \Sigma(\theta) d\theta = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \theta^2 \frac{2\pi b db}{\pi b_{\max}^2} \quad \text{prob. de diffusion à un angle compris entre } \theta \text{ et } \theta+d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0^2} \left( \frac{Zze^2}{Vp} \right)^2 \ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \frac{1}{\pi b_{\max}^2} \end{aligned}$$

OS, 5 mars 2025

48