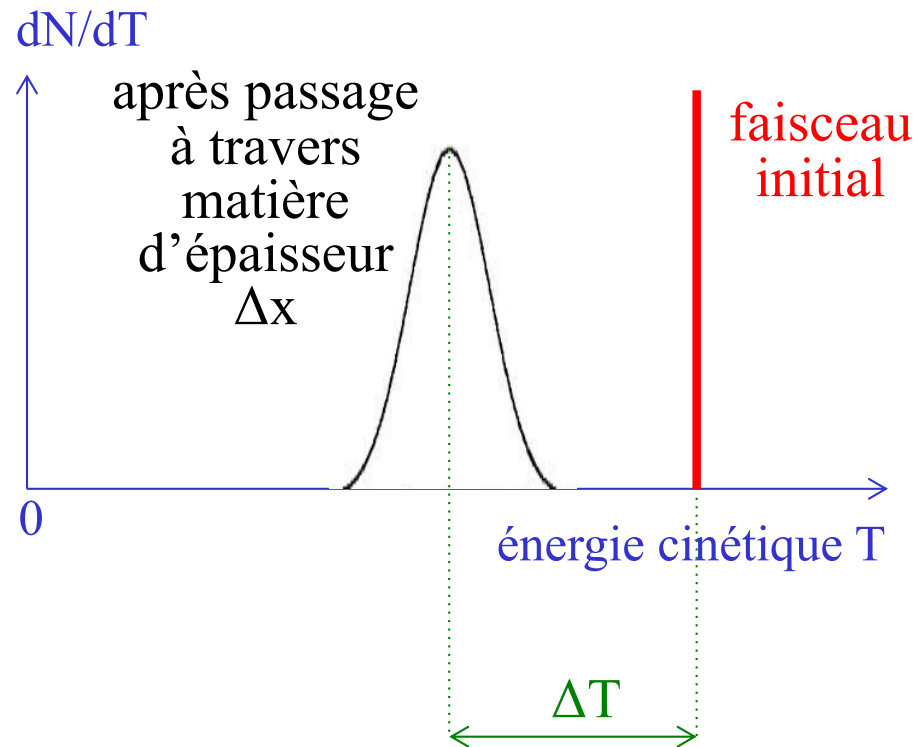


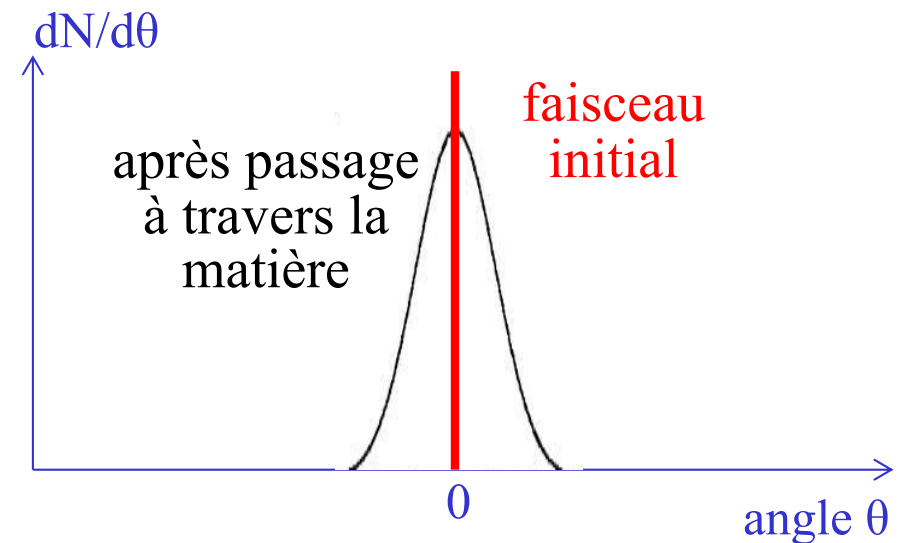
Fluctuations statistiques

- Perte d'énergie



Perte d'énergie
spécifique moyenne = $\Delta T / \Delta x$

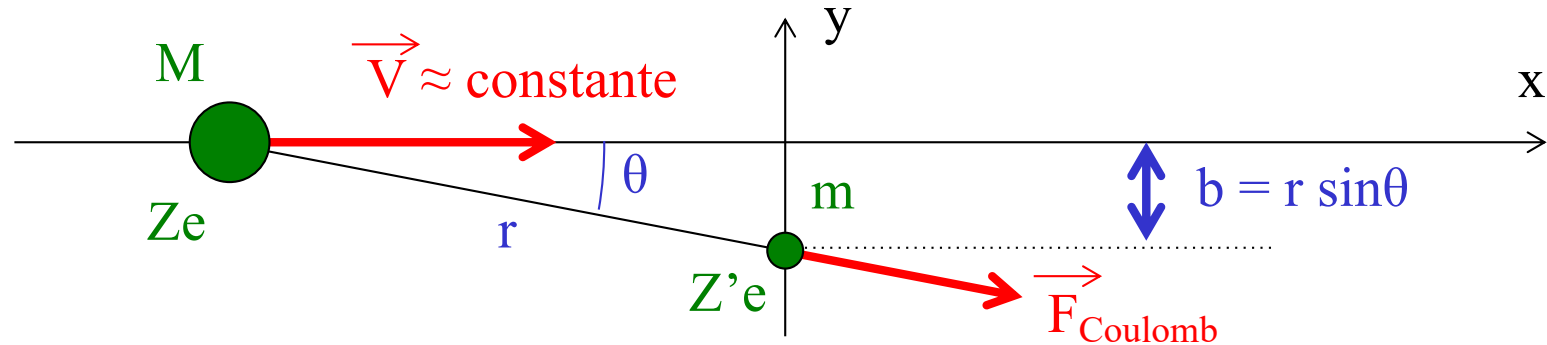
- Diffusion
coulombienne multiple



Ecart-type de l'angle de déflexion

$$\sigma_{\theta} = \sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$$

Collision entre particules chargées



- Impulsion transmise par le projectile à la cible (par interaction électromagnétique): $\vec{\Delta p} = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_{\text{Coulomb}} dt$

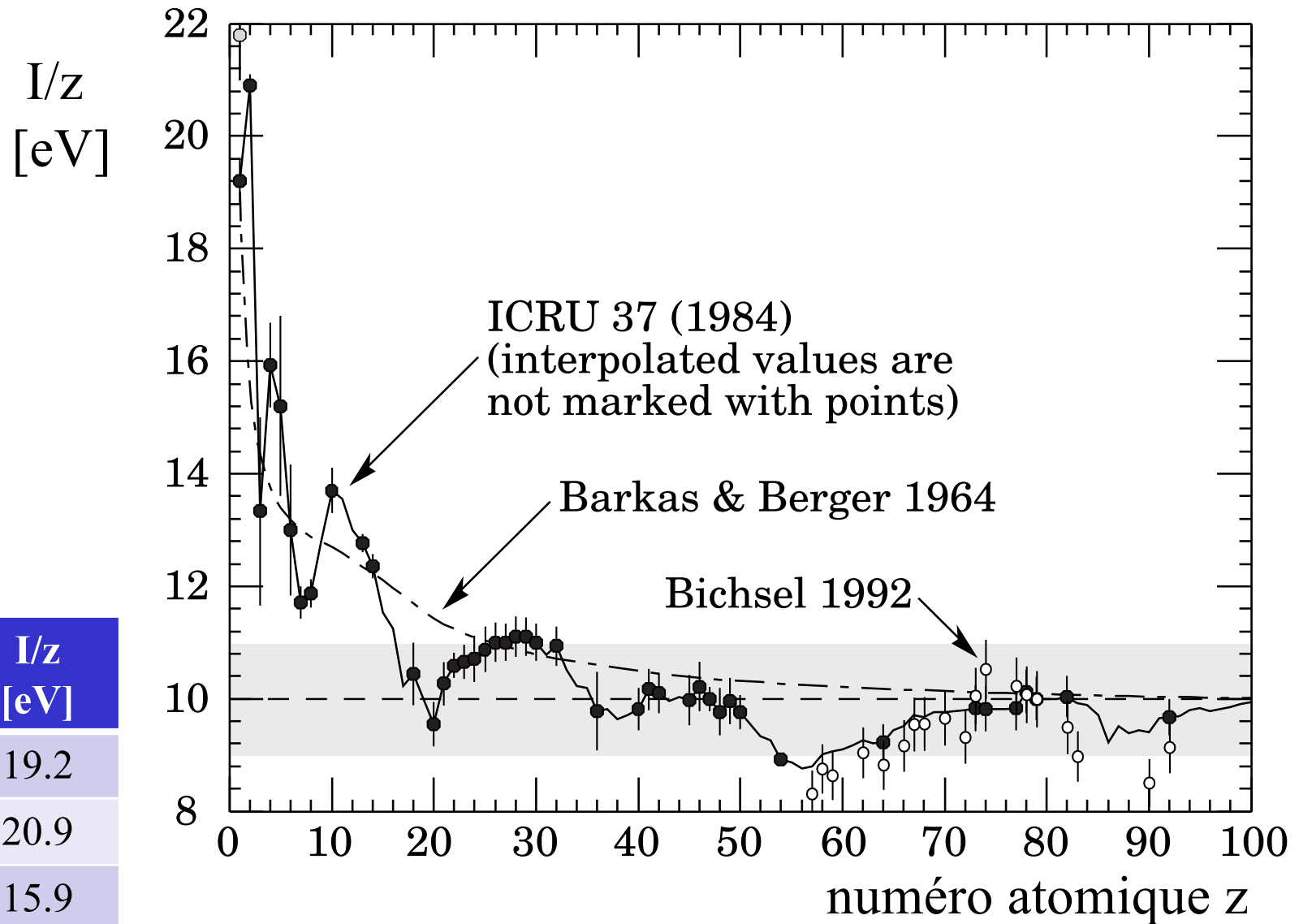
$$\Delta p_x \cong 0 \quad \text{et} \quad \Delta p_y = -\frac{ZZ'e^2}{2\pi\epsilon_0 Vb} \quad \text{si } M \gg m$$

- Si la cible est un électron, $Z' = -1$, et l'énergie cinétique transmise à l'électron vaut

$$T_e = \frac{\Delta p_y^2}{2m} = \frac{Z^2 e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 V^2 b^2 m} \Rightarrow b \propto \frac{1}{\sqrt{T_e}}$$

Energie moyenne d'excitation minimale I

Element	I/z [eV]
H	19.2
He	20.9
Be	15.9
$z \geq 15$	9 – 11



Perte d'énergie spécifique

des
particules
lourdes

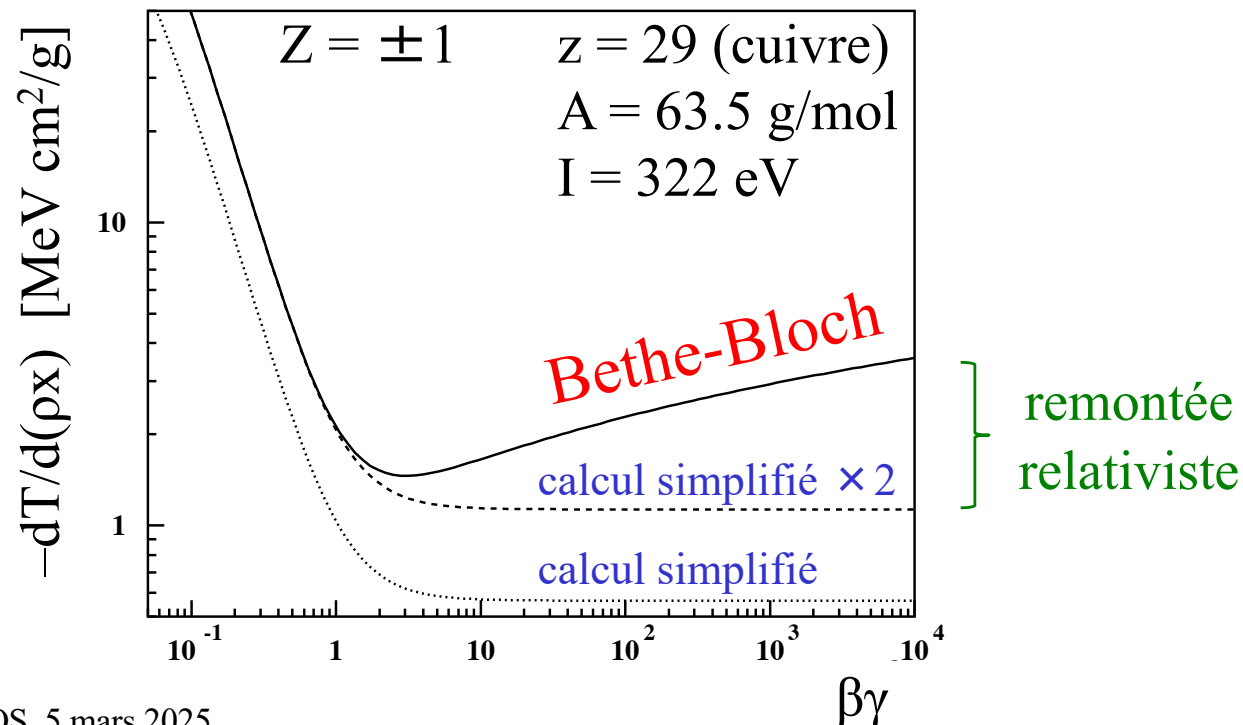
- Calcul simplifié
de Bohr

$$-\frac{dT}{d(\rho x)} = \frac{Z^2 e^4}{8\pi \epsilon_0^2 m V^2} N_A \frac{z}{A} \ln\left(\frac{2mV^2}{I}\right)$$

- Calcul quantique
relativiste

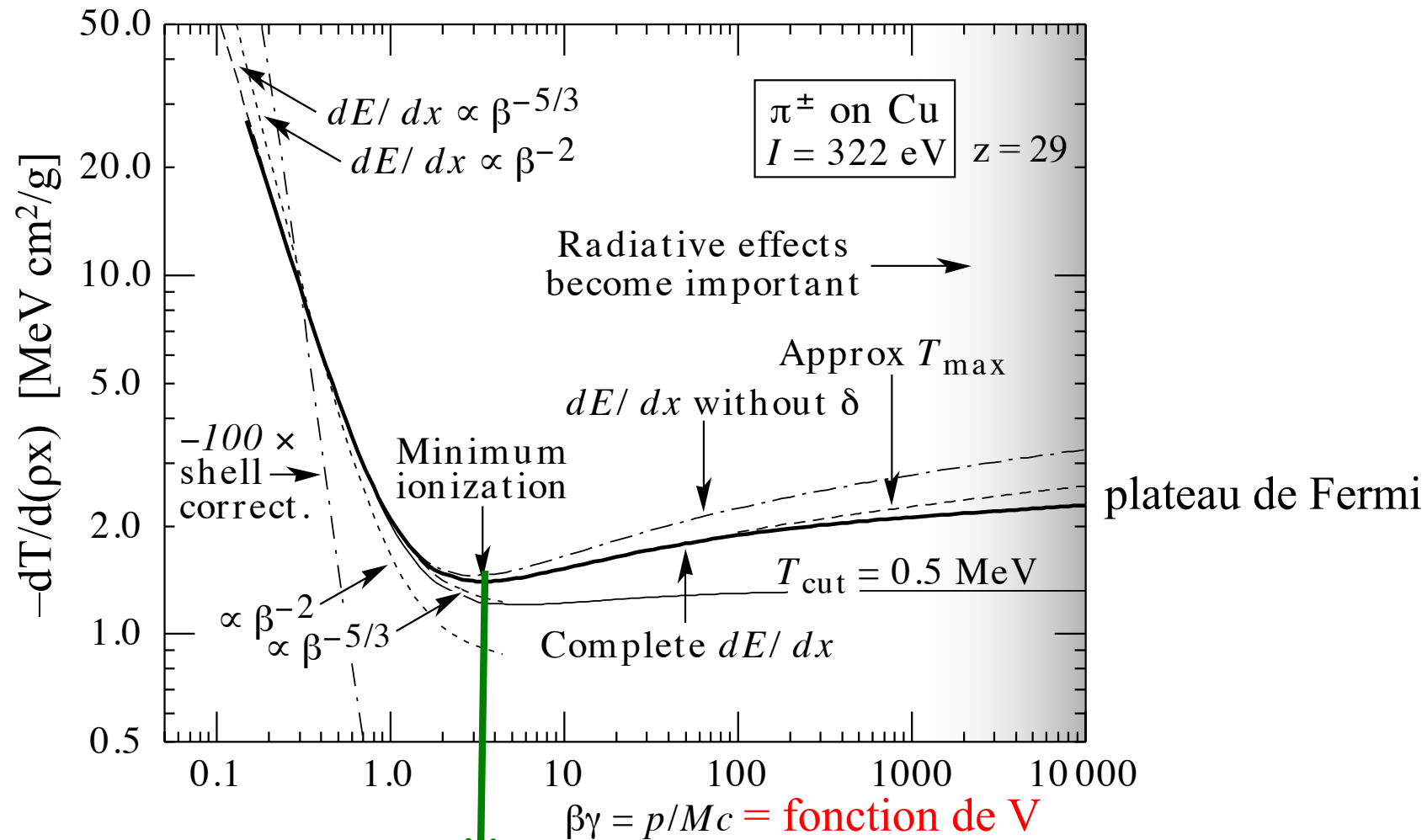
$$-\frac{dT}{d(\rho x)} = \frac{Z^2 e^4}{4\pi \epsilon_0^2 m c^2 \beta^2} N_A \frac{z}{A} \left[\ln\left(\frac{2mc^2}{I} \cdot \frac{\beta^2}{1-\beta^2}\right) - \beta^2 \right]$$

formule de Bethe-Bloch



Perte d'énergie spécifique

des
particules
lourdes



minimum d'ionisation
à $\beta\gamma = 3.0-3.5$
pour $Z = 7-100$

MIP = “minimum
ionizing
particle”

Perte d'énergie spécifique

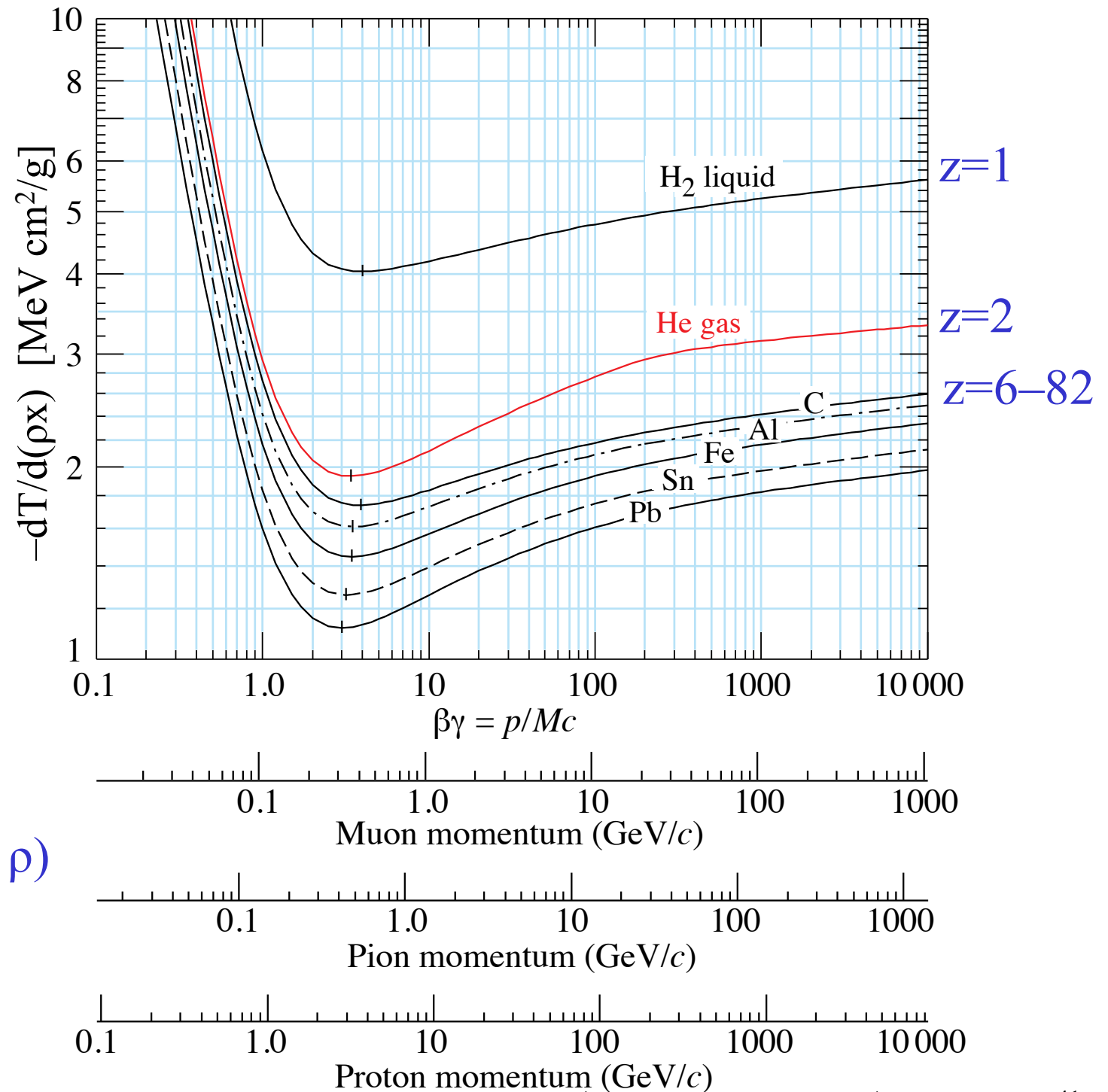
des
particules
lourdes

$$-\frac{dT}{d(\rho x)} = \frac{e^4 N_A}{4\pi\epsilon_0^2 mc^2} \left(\frac{z}{A} \right) \left(\frac{Z^2}{\beta^2} \right) \left[\ln \left(\frac{2mc^2}{I} \cdot \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \right) - \beta^2 \right]$$

- La perte d'énergie spécifique $dT/d(\rho x)$ dépend
 - faiblement du milieu
 - $z/A \approx \text{constante}$
 - $\ln(I) \approx \ln(z) + \text{constante}$
 - fortement de la particule incidente
 - Z^2 (=1 dans la plupart des cas)
 - vitesse β
- NB: en première approximation la perte d'énergie ne dépend pas de la masse M de la particule incidente (faible dépendance cachée dans $T_e^{\max}$)

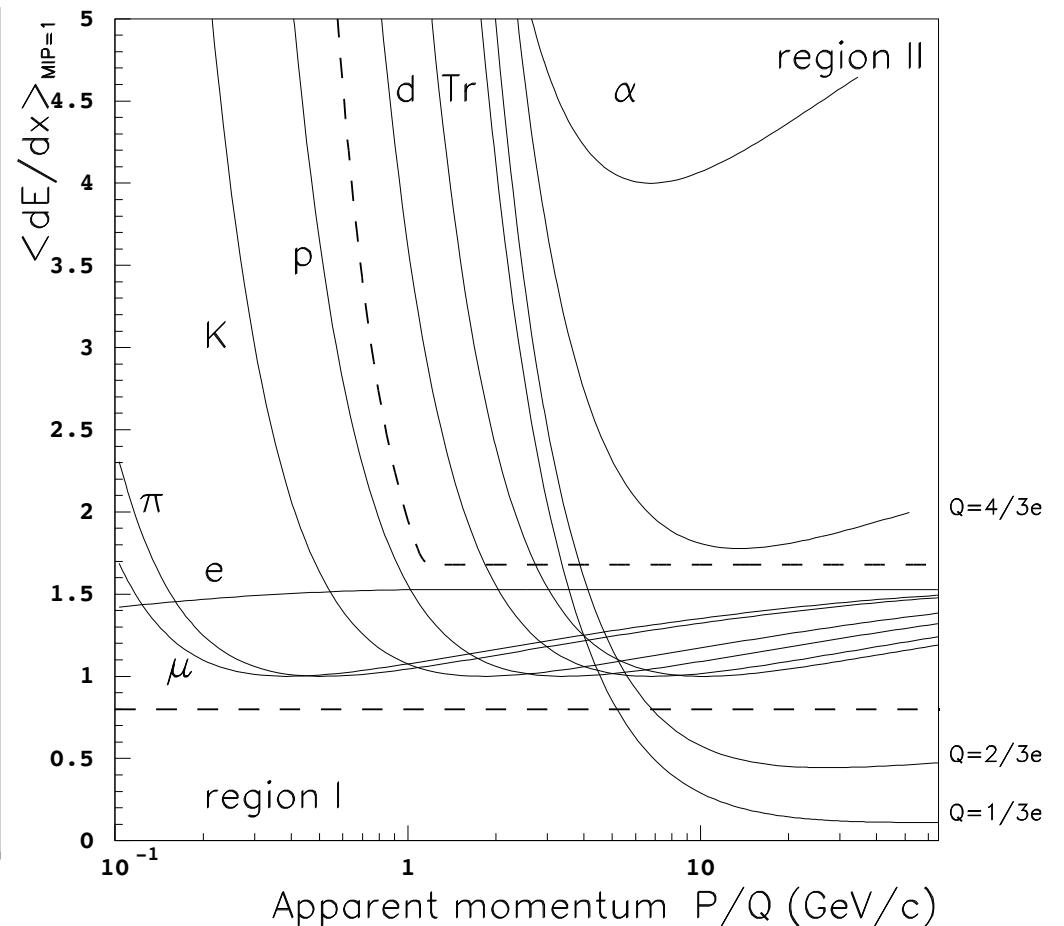
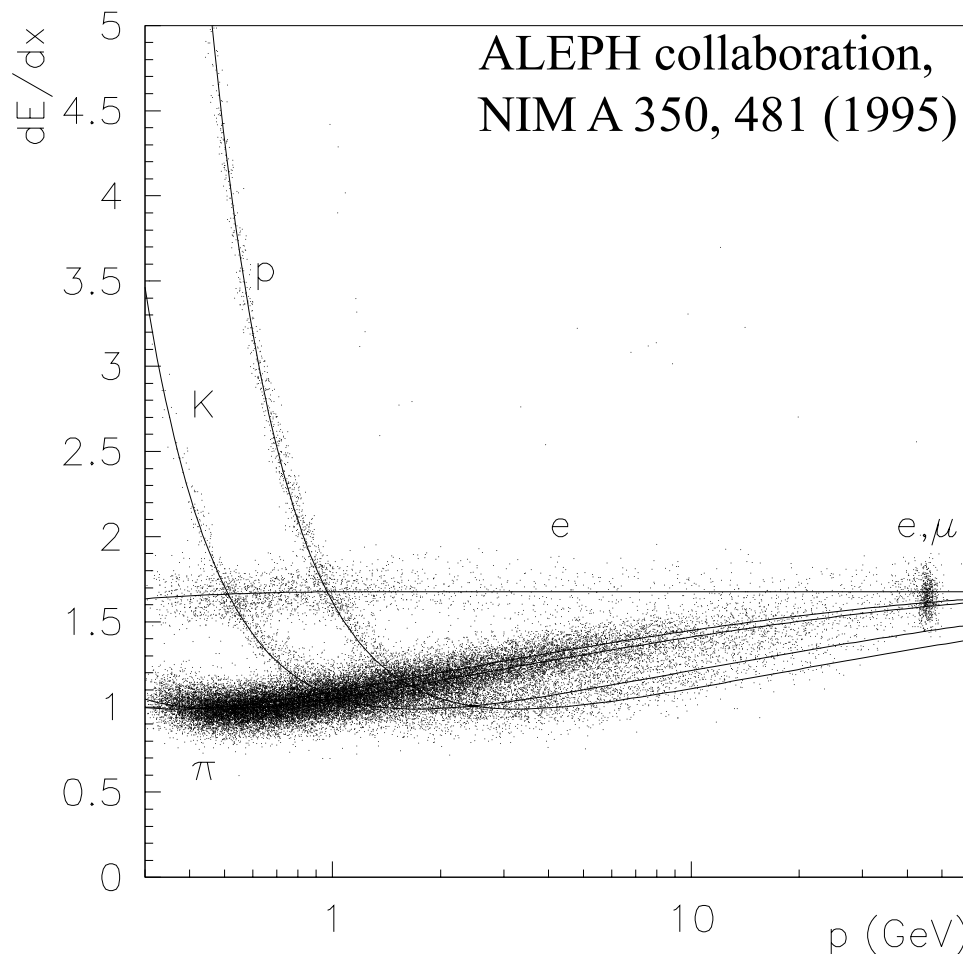
Perte d'énergie spécifique

dépendance par
rapport au milieu
relativement faible
(car on a divisé par ρ)



Identification des particules

- La mesure de dT/dx permet d'identifier une particule dont on connaît la quantité de mouvement
 - ou de chercher des particules de charges fractionnaires, par ex. $\pm 1/3$, $\pm 2/3$, ...



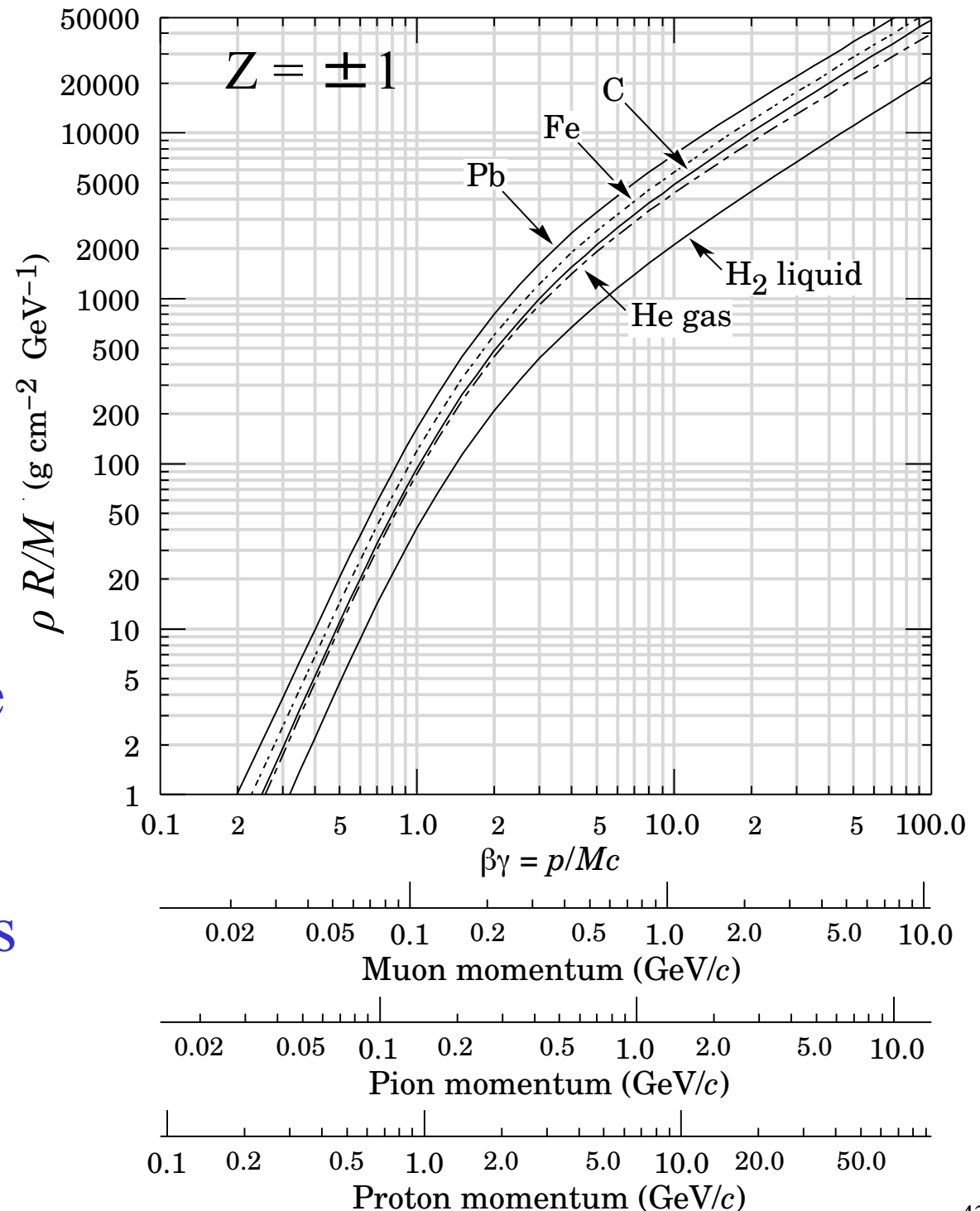
Parcours restant R

$$R = \int_{T'=T}^{T=0} dx = \dots$$

$$= \frac{M}{Z^2} f(\beta)$$

- Si $Z = \pm 1$, R/M ne dépend que de β
- Pour deux particules de mêmes vitesses:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{M_1}{M_2} \frac{Z_2^2}{Z_1^2}$$



Rayonnement de freinage (Bremsstrahlung)

- Particule chargée déviée de sa trajectoire (accélérée)
⇒ émission de photons ⇒ perte d'énergie

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{rad}} \cong -\frac{T}{X_0} \qquad \left. \frac{dT}{d(\rho x)} \right|_{\text{rad}} \cong -\frac{T}{X'_0}$$

- **Longueur de rayonnement X_0** en cm (ou $X'_0 = \rho X_0$ en g/cm²)
= épaisseur de matière nécessaire pour réduire l'énergie d'un électron
d'un facteur $e \approx 2.7$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{T(x)}{X_0} \quad \Rightarrow \quad T(x) = T(0) \exp\left(-\frac{x}{X_0}\right)$$

- Calcul
théorique

$$\frac{1}{X_0} \cong \frac{4e^6 n z (z + 1.3)}{(4\pi\epsilon_0)^3 \hbar c (mc^2)^2} \left[\ln\left(\frac{183}{z^{1/3}}\right) + \frac{1}{8} \right]$$

Perte d'énergie des électrons

- Pertes par collisions
(excitation, ionisation)
- Pertes par rayonnement
de freinage (Bremsstrahlung)

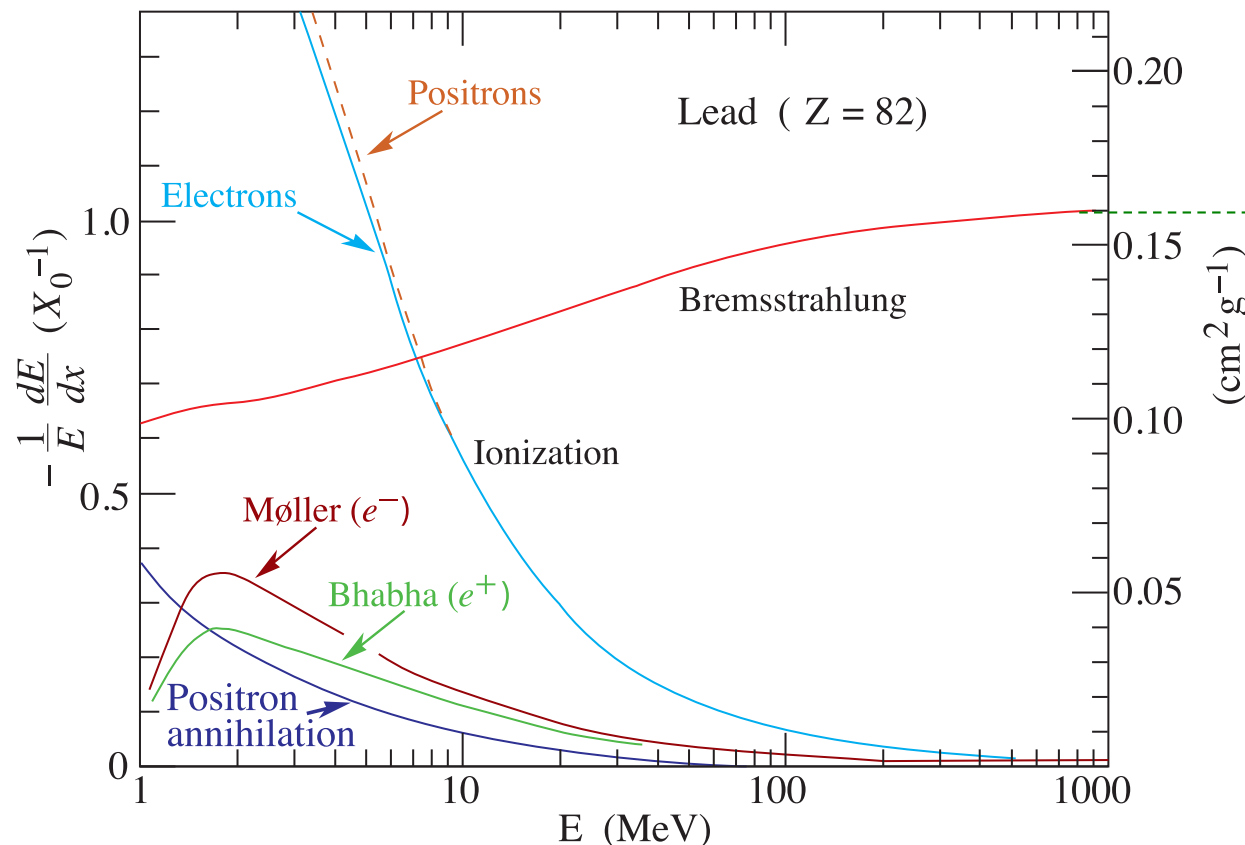
$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{coll}} = -f\left(\frac{Z}{A}, I, \beta\right)$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{rad}} \approx -\frac{T}{X_0}$$

dépend du milieu

$$1/(\rho X_0)$$

$$\rho X_0(\text{Pb}) = 6.37 \text{ g/cm}^2$$



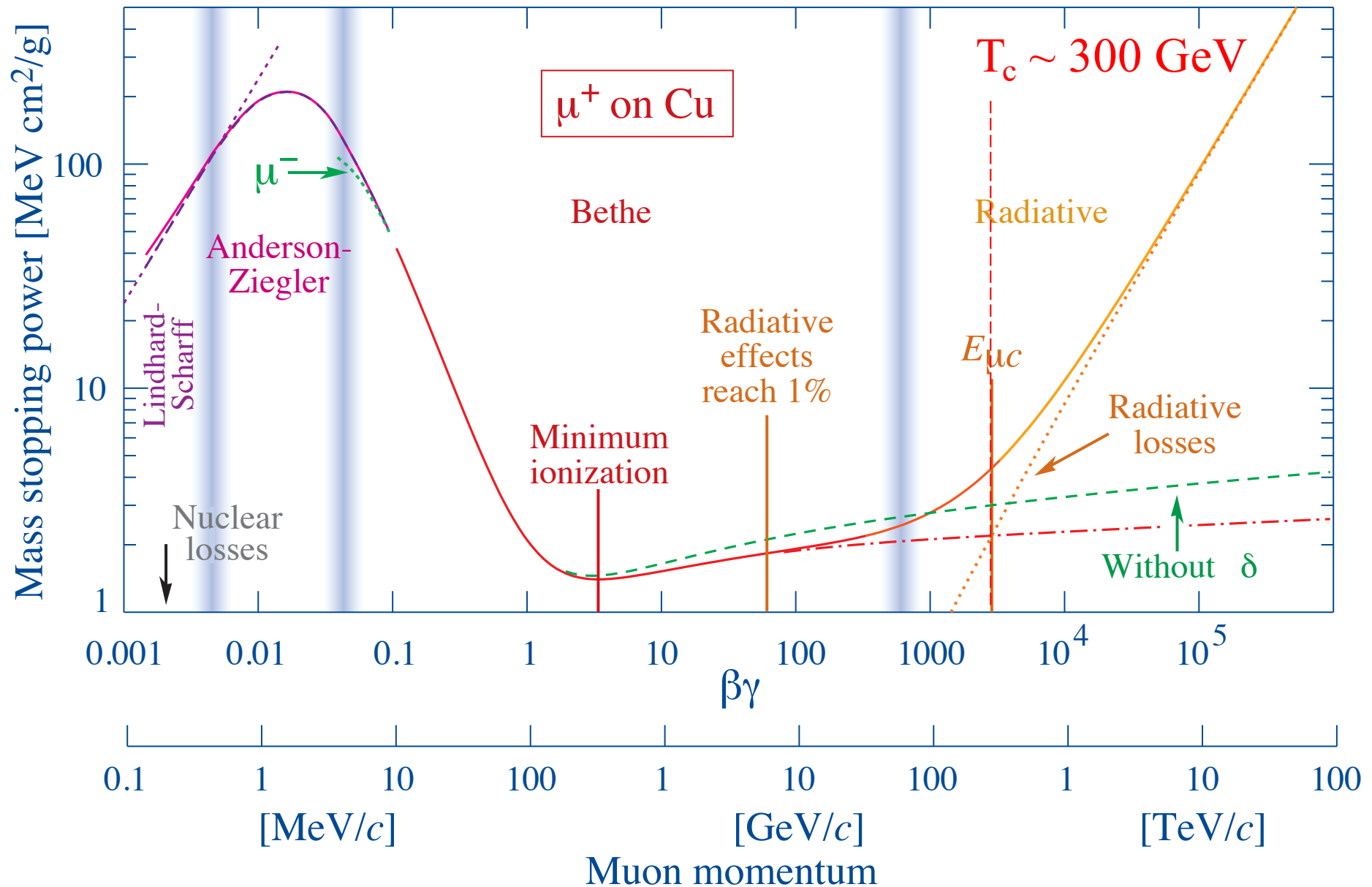
X_0 et T_c pour les électrons

- Energie critique T_c , = énergie cinétique à laquelle la perte d'énergie par rayonnement égale celle par collisions

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{rad}} = \left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{coll}} \Rightarrow T_c \frac{z^2}{m^2} \propto z \Rightarrow T_c \propto \frac{m^2}{z}$$

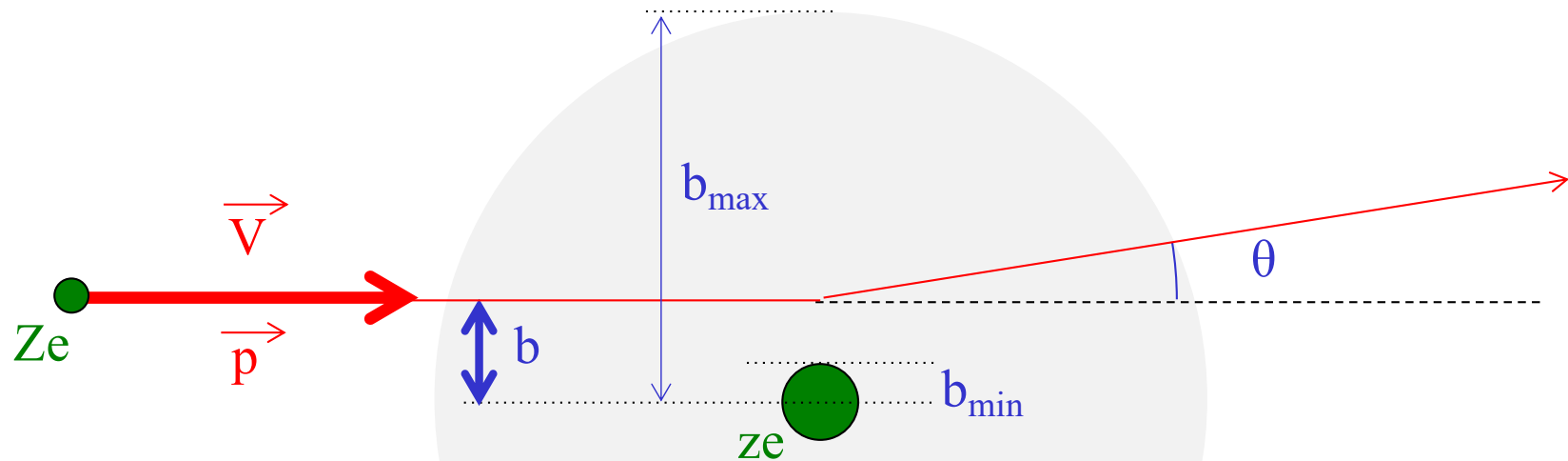
Matériau	z	T_c MeV	ρX_0 g/cm ²	X_0 cm
H ₂ (liq)	1	340	61.28	866
He (liq)	2	220	94.32	756
C	6	103	42.7	18.8
Al	13	47	24.01	8.9
Fe	26	24	13.84	1.76
Pb	82	6.9	6.37	0.56
Air (STP)	-	83	36.66	30420
Eau	-	93	36.08	36.1

Perte d'énergie spécifique (muons)



Diffusion coulombienne

dans le
champ
d'un noyau



- Avec l'approximation $\theta \ll 1$: $\theta \cong \tan \theta = \frac{-\Delta p_y}{p} = \frac{Zze^2}{2\pi\epsilon_0 Vbp}$
- Angle de déflexion quadratique moyen:

$$\begin{aligned} \langle \theta^2 \rangle &= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \theta^2 \Sigma(\theta) d\theta = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \theta^2 \frac{2\pi b db}{\pi b_{\max}^2} \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0^2} \left(\frac{Zze^2}{Vp} \right)^2 \ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \frac{1}{\pi b_{\max}^2} \end{aligned}$$

prob. de diffusion à un angle compris entre θ et $\theta+d\theta$