Energie, quantité de mouvement, masse

- Energie potentielle de masse (Einstein, 1905): $\boxed{E_{masse} = mc^2}$
- Energie totale: $E = T + E_{masse} = mc^2(\gamma - 1) + mc^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = m\gamma c^2}$
- Vitesse d'une particule: $p = m\gamma\beta c$ et $E = m\gamma c^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\beta = \frac{pc}{E}}$
- Relation entre énergie, quantité de mouvement et masse:

$$1 - \beta^2 = \frac{1}{\gamma^2} \quad \Leftrightarrow \quad E^2 - E^2\beta^2 = \frac{E^2}{\gamma^2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{E^2 - p^2c^2 = m^2c^4}$$

- Masse nulle ⟺ vitesse c: $\boxed{m = 0 \quad \Leftrightarrow \quad E = pc \quad \Leftrightarrow \quad \beta = 1}$
- Unités:

E en Gev
pc en GeV $\Rightarrow$ p en GeV/c
mc^2 en GeV $\Rightarrow$ m en GeV/c^2

(on pose parfois c=1)

Résumé

	Relativité restreinte	$\xrightarrow[v/c \ll 1]{}$	Mécanique newtonienne
Postulats	c= constante $(c\Delta t)^2 - \left(\overrightarrow{\Delta x}\right)^2$ invariant		temps et espace absolus Δt et $\left\lvert\overrightarrow{\Delta x}\right\rvert$ invariants
Grandeurs physiques	$\vec\beta = \vec v / c, \ \gamma = \left(1 - \vec\beta^2\right)^{-1/2}$		
	$\vec p = m\gamma\vec\beta c$	$\rightarrow$	$\vec p = m\vec v$
	$T = mc^2(\gamma - 1)$	$\rightarrow$	$T = \frac{1}{2}mv^2$
	$E = mc^2 + T = m\gamma c^2$	$\rightarrow$	$E = E^{interne} + \frac{1}{2}mv^2$
	$\vec\beta = \vec p c / E$	$\rightarrow$	$v = 2T/p$
	$E^2 - \vec p^2 c^2 = m^2 c^4$	$\rightarrow$	$T = \vec p^2 / (2m)$
Lois physiques	$\vec F = \frac{d\vec p}{dt}$		$\vec F = \frac{d\vec p}{dt}$
	conservation de $\vec p$ conservation de E		conservation de $\vec p$ conservation de E

Invariants et quadrivecteurs

- Invariant (ou scalaire):
  - toute grandeur physique qui a la même valeur dans tous les référentiels d'inertie (invariante sous une transformation de Lorentz)
    - exemples: c = vitesse de la lumière dans le vide
      $\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta\vec{x})^2$ = intervalle d'espace-temps
      m = masse d'une particule
      mc^2 = énergie interne d'une masse m
- Quadrivecteur:
  - ensemble de 4 grandeurs physiques $\underset{\sim}{A} = (A_0, A_x, A_y, A_z) = (A_0, \vec{A})$ qui se transforment comme $(ct, \vec{x})$ sous une transformation de Lorentz
    - exemples: $\underset{\sim}{x} = (ct, \vec{x})$ = quadrivecteur position (quadri-position)
      $\Delta\underset{\sim}{x} = (c\Delta t, \Delta\vec{x})$

Tenseur métrique, produit scalaire

- Tenseur métrique de la relativité restreinte

$$g = \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Produit scalaire de deux quadrivecteurs:

$$\underset{\sim}{A} \cdot \underset{\sim}{B} = \sum_{i,j} g_{ij} A_i B_j = A_0 B_0 - \vec{A} \cdot \vec{B}$$

- Norme au carré d'un quadrivecteur (= scalaire)

$$\underset{\sim}{A}^2 = \underset{\sim}{A} \cdot \underset{\sim}{A} = A_0^2 - \vec{A}^2$$

  - exemple:

$$\left(\Delta\underset{\sim}{x}\right)^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta\vec{x}^2 = \Delta s^2$$

au tableau

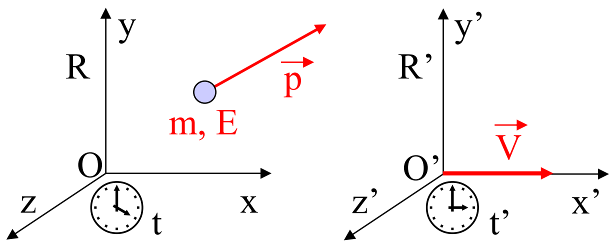
Le quadrivecteur énergie-implusion

- Quadrivecteur position: $\underset{\sim}{x} = \left(ct, \vec{x}\right)$
- Temps propre d'une particule de vitesse v: $\tau = \frac{1}{\gamma} t$
  (c'est un scalaire !)
- Quadrivecteur vitesse: $\underset{\sim}{v} = \frac{d\underset{\sim}{x}}{d\tau} = \gamma \frac{d\underset{\sim}{x}}{dt} = \left(\gamma c, \gamma \vec{v}\right) = c\left(\gamma, \gamma\vec{\beta}\right)$
- Le quadrivecteur $\underset{\sim}{\beta} = \left(\gamma, \gamma\vec{\beta}\right)$ est de norme 1 (unitaire)

  car $\underset{\sim}{\beta}^2 = \left(\gamma, \gamma\vec{\beta}\right)^2 = \gamma^2 - (\gamma\vec{\beta})^2 = \gamma^2\left(1 - \vec{\beta}^2\right) = 1$
- Donc $mc^2\underset{\sim}{\beta} = \left(m\gamma c^2, m\gamma\vec{\beta}c^2\right) = \left(E, \vec{p}c\right)$ est un quadrivecteur de norme mc^2 :

$$\boxed{\left(E, \vec{p}c\right)^2 = E^2 - \vec{p}^2c^2 = m^2c^4}$$

Transformation de E et $\vec{p}$



- $(E, \vec{p}c)$ est un quadrivecteur, donc

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_x c \\ p'_y c \\ p'_z c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_x c \\ p_y c \\ p_z c \end{pmatrix}$$

comme

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Résumé

$$\boxed{(E, \vec{p}c) = \left(m\gamma c^2, m\gamma\vec{\beta}c^2\right) \quad \text{est un quadrivecteur}}$$

– change comme (ct, x) sous une transformation de Lorentz

- La norme d'un quadrivecteur est un invariant relativiste
  (de même que le produit scalaire de deux quadrivecteurs)

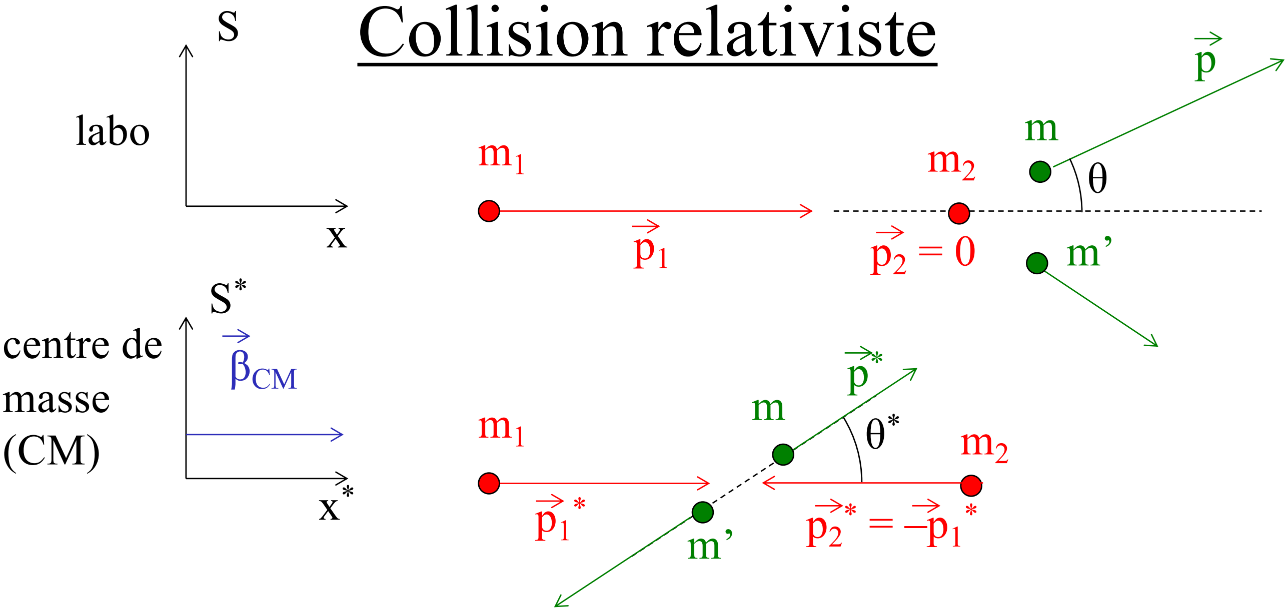
$$\boxed{(c\Delta t)^2 - (\overrightarrow{\Delta x})^2 = (\Delta s)^2} \qquad \text{invariant}$$

$$\boxed{E^2 - (\vec{p}c)^2 = (mc^2)^2} \qquad \text{invariant}$$

- Conservation énergie-impulsion

$$\boxed{\text{pour un système isolé, le quadrivecteur } \left(E_{tot}, \vec{p}_{tot}c\right) \text{ est constant}}$$

Collision relativiste



Vitesse du CM:

$$\vec{\beta}_{CM} = \frac{\vec{p}_{tot}c}{E_{tot}} = \frac{\vec{p}_1 c}{E_1 + m_2 c^2}$$

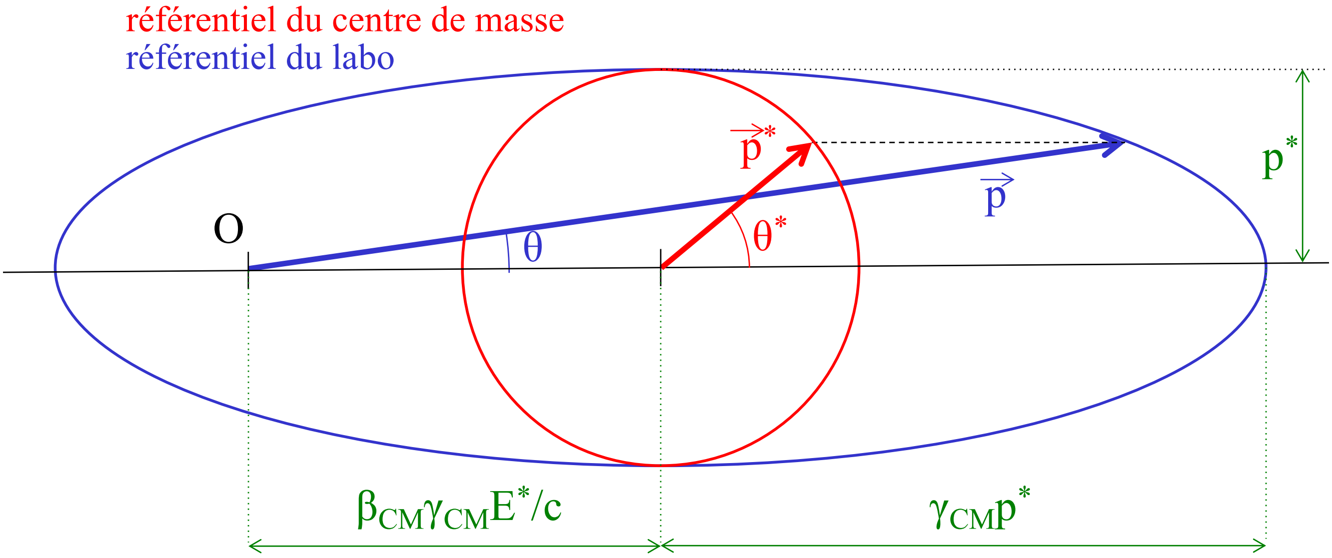
Energie disponible dans le CM:

$$\sqrt{s} = E^*_{tot} = \sqrt{\left(m_1^2 + m_2^2\right)c^4 + 2m_2c^2E_1}$$

Pour la particule de masse m:

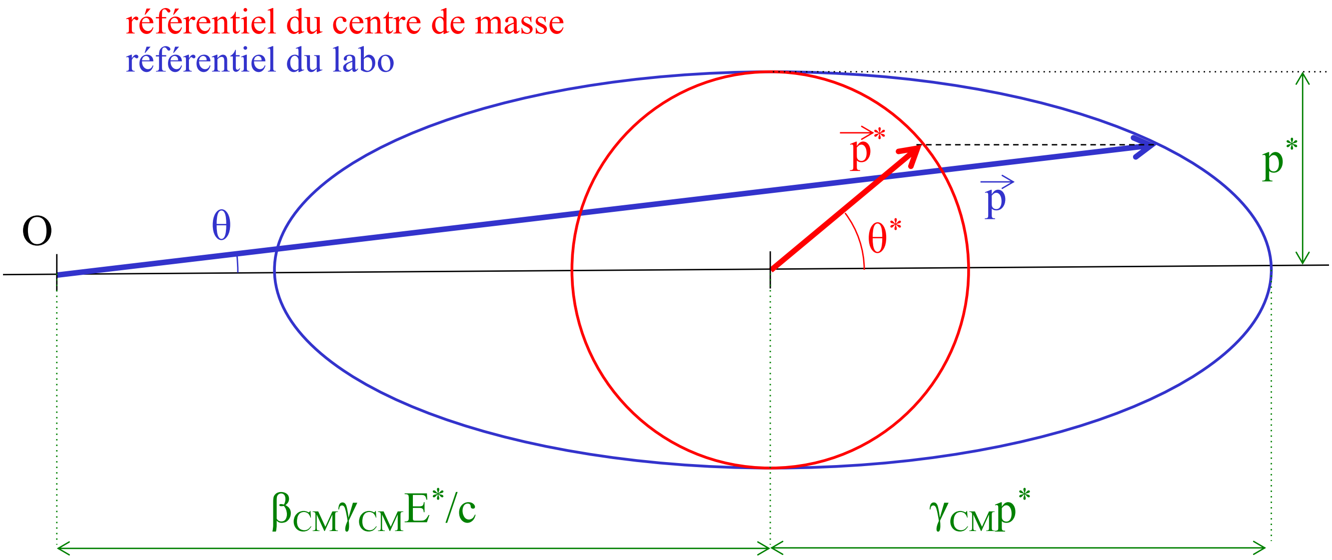
$$E^* = \frac{\left(m^2 - m'^2\right)c^4 + s}{2\sqrt{s}}, \qquad p^*c = \sqrt{E^{*2} - m^2c^4}$$

Transformation de Lorentz (ellipse)



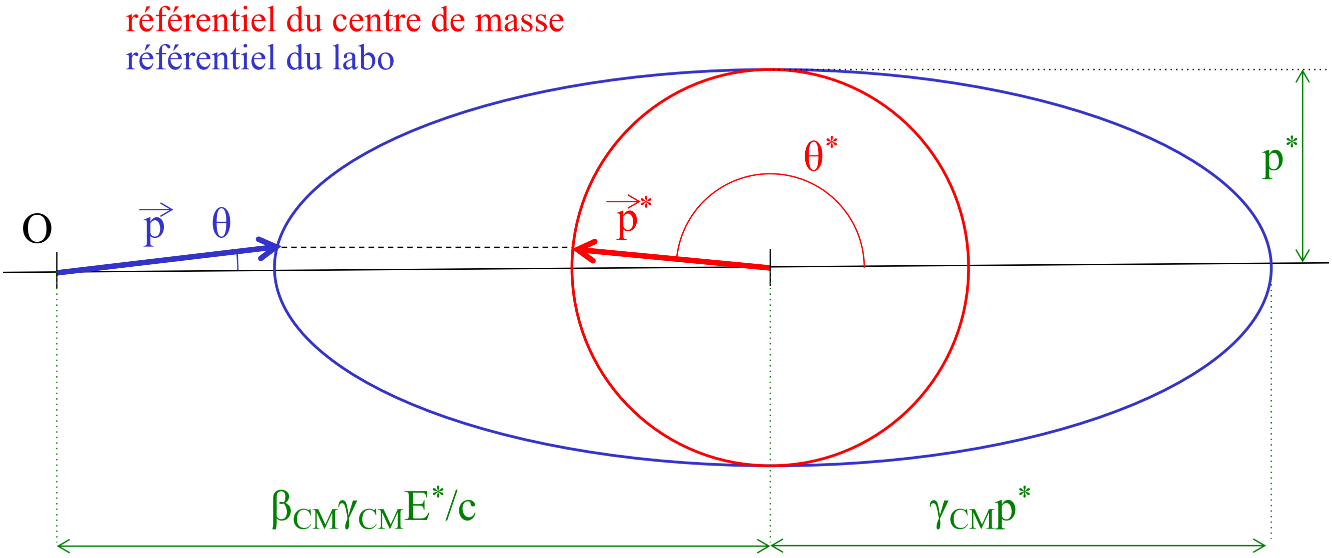
Cas où $\beta_{CM} < \frac{p^* c}{E^*} = \beta^*$: $\quad -\pi \le \theta \le \pi \quad\quad \theta \leftrightarrow \theta^*$

Transformation de Lorentz (ellipse)



Cas où $\beta_{CM} > \frac{p^* c}{E^*} = \beta^*$: $\quad -\theta_{max} \le \theta \le \theta_{max} \quad\quad$ $\theta \leftarrow \theta^*$, $\theta \not\rightarrow \theta^*$

Transformation de Lorentz (ellipse)



Cas où $\beta_{CM} > \frac{p^* c}{E^*} = \beta^*$: $-\theta_{max} \leq \theta \leq \theta_{max}$ $\theta \leftarrow \theta^*$ $\theta \not\rightarrow \theta^*$

Chapitre 2: Interactions des rayonnements avec la matière

- Importance:
  - principe de fonctionnement des détecteurs
  - évaluation des performances des détecteurs
  - radioprotection

- Les interactions dépendent du type de rayonnement:
  - particules chargées ($e^{\pm}$, $\mu^{\pm}$, $\pi^{\pm}$, p, α, …)
  - photons (rayons X, rayons γ)
  - neutrons
  - neutrinos (interactions faibles)

Interactions des particules chargées

= principalement des interactions coulombiennes avec les noyaux et les électrons des atomes du milieu

- **Perte d'énergie** (ralentissement)
  - **Collisions avec les électrons du milieu (excitation, ionisation)**
    - effet dominant à faible énergie cinétique ($< T_c$)
  - **Rayonnement de freinage (Bremsstrahlung) dans le champs des noyaux**
    - effet dominant à haute énergie cinétique ($> T_c$)

projectiles lourds
$m \gg m_e$
$T_c > 300$ GeV

projectiles légers
$m = m_e$
$T_c \sim 10$–100 MeV

- **Diffusion coulombienne multiple** (déviation) dans le champ des noyaux
  - **Collisions avec les noyaux du milieu**