

# Physique Numérique I-II

Laurent Villard  
Swiss Plasma Center  
EPFL

# Physique Numérique I-II

[laurent.villard@epfl.ch](mailto:laurent.villard@epfl.ch), tel. 021 69 34564

Cours: vendredi 8h15 - 9h, CE 3

Exercices-TP: vendredi 9h15 - 12h, BC07-08(\*), BC02, BC03

Accès 24/24, 7/7 à ces salles et PCs

Encadrement:

*António Coelho, Cassandre Contré, Paul Devianne, Giovanni Di Giannatale (préparateur), Antonia Frank, Louis Jugey, Fabien Jeanquartier, Stefano Marchioni, Michele Marin, Moahan Murugappan, Francesco Pastore (préparateur), Afonso Rufino, Arthur Tabary, Arnas Volcokas*

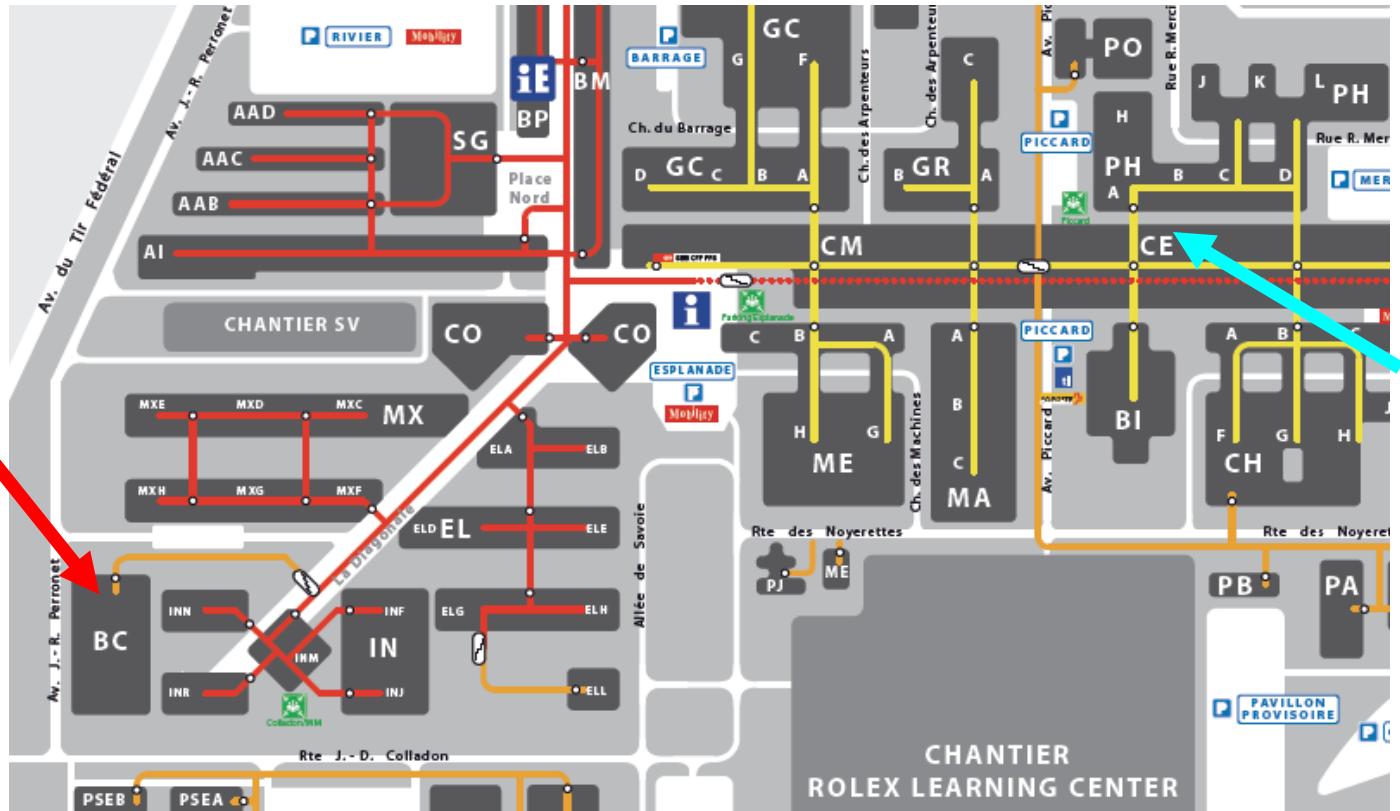
(\*) BC07-08 équipée de 74 terminaux

Ou: Travailler sur votre PC ou Mac

Connexion à un pool de machines virtuelles Linux

# Physique Numérique I-II

BC 07-08  
BC 02 03  
exercices



# CE1

## cours

# Contenu du cours

- |    |  |    |  |
|----|--|----|--|
| 1. | Introduction   | 1. | Discrétisation   |
| 2. | Evolution temporelle. Problèmes à valeur initiale ( <i>Equations Différentielles Ordinaires</i> ) <ul style="list-style-type: none"><li>• Trajectoires, oscillations, chaos, gravitation, N-corps, ...</li></ul> | 2. | Euler explicite, implicite, symplectique, Verlet, leapfrog, Runge-Kutta, Boris-Buneman <ul style="list-style-type: none"><li>• Pas de temps adaptatif</li><li>• Stabilité et convergence</li></ul> |
| 3. | Intégration spatiale. Problèmes à valeurs aux bords <ul style="list-style-type: none"><li>1. Electrostatique, magnétostatique, chaleur, ...</li></ul>  | 3. | Gauss-Seidel, SOR.<br>Elements Finis <ul style="list-style-type: none"><li>• Grille non-uniforme</li><li>• Convergence</li></ul>   |
| 4. | Intégration spatio-temporelle ( <i>Equations aux Dérivées Partielles</i> ) <ul style="list-style-type: none"><li>• Advection-diffusion, ondes, mécanique quantique</li></ul>                                     | 4. | Différences Finies <ul style="list-style-type: none"><li>• Stabilité et convergence</li><li>• Conservation properties</li></ul>  |
| 5. | Physique statistique <ul style="list-style-type: none"><li>• Diffusion, transition de phase</li></ul>  | 5. | Monte Carlo <ul style="list-style-type: none"><li>• Marche aléatoire (Langevin)</li><li>• Metropolis</li></ul>   |

# Documentation

Site web: <http://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=287>

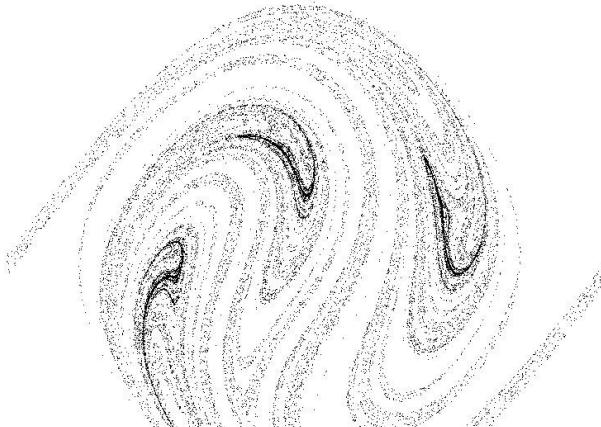
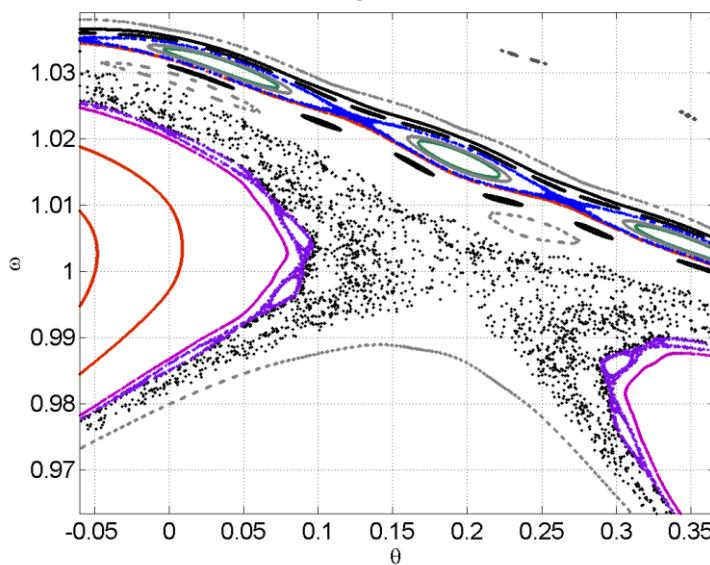
- Enrolment key: PhysNum1277
- Notes de cours. Exercices. Ressources utiles (LaTeX, Matlab, etc..)

- Lecture pour la Semaine #1: Notes de cours  
pp 1-16
  - Chapitre 1 en entier
  - Chapitre 2, Section 2.1.1

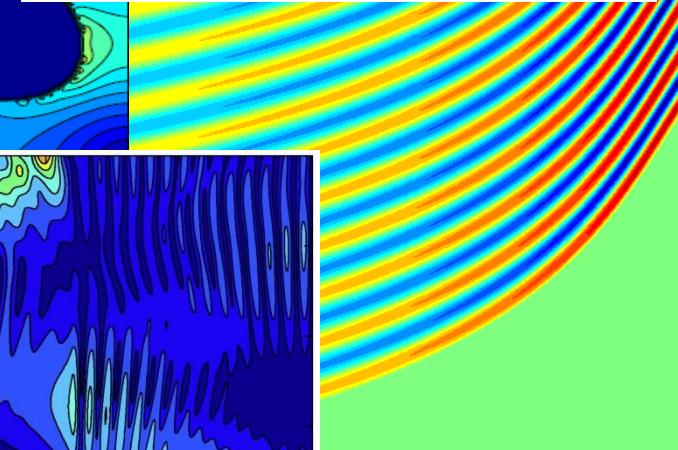
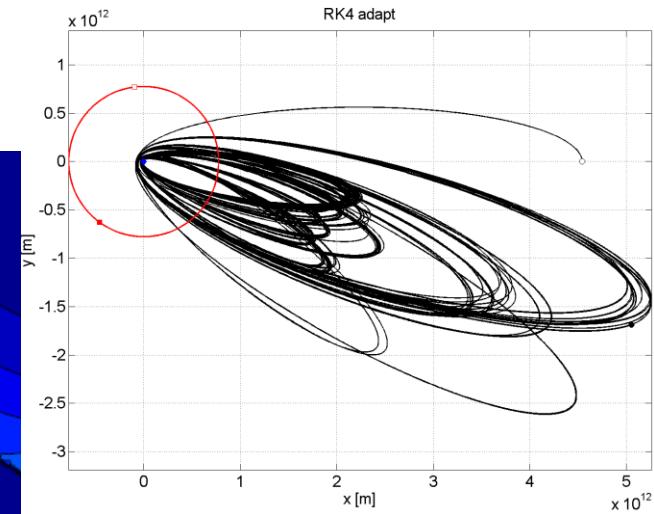
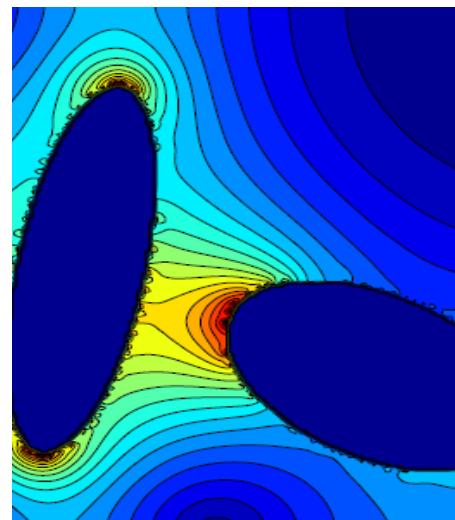
<http://moodle.epfl.ch/mod/resource/view.php?id=8220>

# Quelques exemples

VV Pendule  $g/l=1$   $v=0$   $\Omega=1$   $A=0.5$



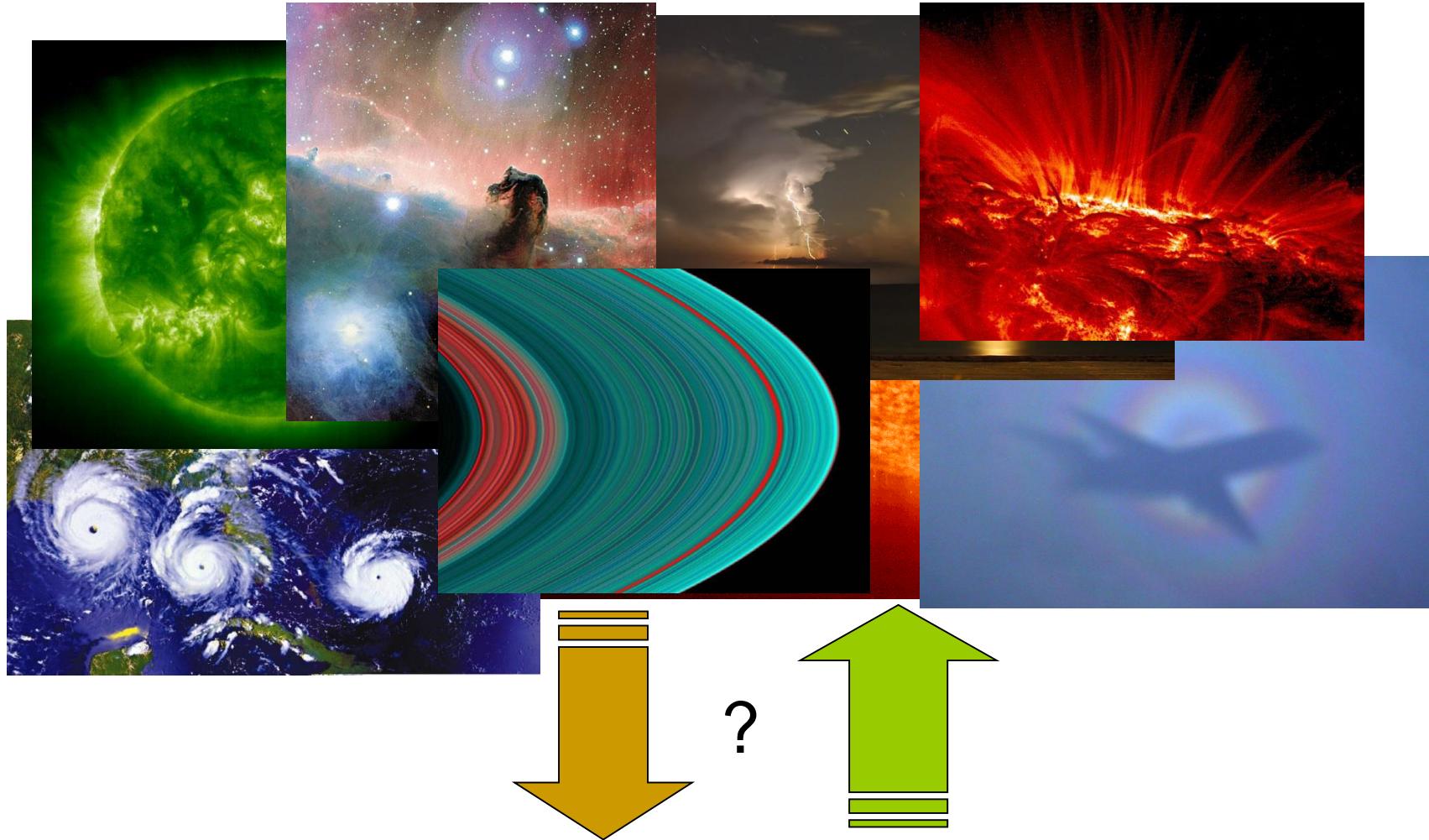
*Ceci est un pendule*



*Ceci est une particule*

# 1. Introduction. Objectifs

- Aborder, formuler et résoudre des problèmes de **physique** en utilisant des méthodes **numériques** simples.
- Comprendre les avantages et les limites de ces méthodes.
- Etendre les applications aux problèmes difficilement traitables par les méthodes analytiques.
- Apprendre à utiliser les concepts **physiques** pour **vérifier et valider** les résultats **numériques**.
- Contrôler la **convergence** pour estimer les erreurs.
- Compléter et illustrer différents sujets de **physique** traités dans d'autres cours.



« Lois » de la physique

Univers: particules, atomes, molécules, galaxies

Code: simulation

validation

Observation  
Mesures

Méthode numérique  
Algorithme

debug

Modèle:  
simplifications,  
**discrétisation**

vérification

Comparaison

Théorie: « lois »  
« règles du jeu »  
langage math

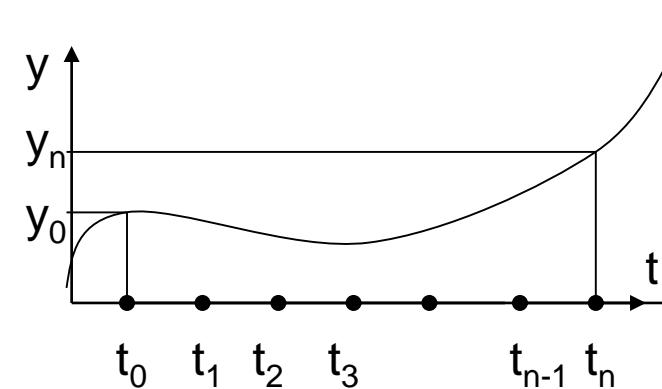
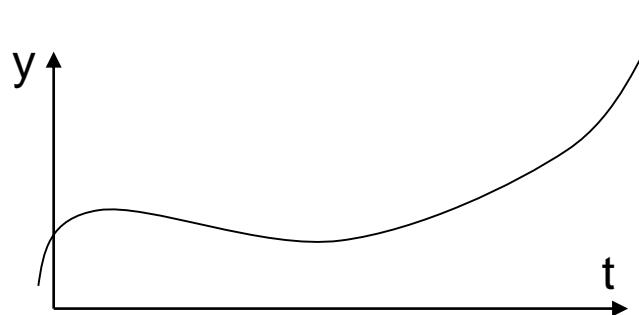
# 1.2 Discrétisation

t continu

$\{t_n\}$ , n=0,1,2,3,...

y(t) continue

$\{y_n\}$ , n=0,1,2,3,...  $y_n = y(t_n)$



Equation différentielle, p.ex.

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t)$$

Approximation, p.ex. différences finies

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{t_{n+1} - t_n} \approx f(y_n, t_n)$$

Solution exacte  $y(t)$

?

Solution **approchée**  $y_n(t_n)$ , en un nombre **fini** de points

Calcul différentiel et intégral

?

Opérations arithmétiques

# Tester, vérifier, valider

- A quel point la solution discrétisée approche-t-elle la solution exacte?
  - Tester la **convergence** et la **stabilité** numériques
  - Vérifier les **propriétés physiques** de la solution
  - Valider en **comparant** avec la solution exacte, si elle existe, et avec l'expérience
- Souvent, des solutions exactes n'existent que pour des équations résultant de *modèles approximatifs*, p.ex. « on néglige les frottements », ou « on néglige la présence de plus de 2 corps célestes »
- L'approche numérique permet en principe de s'affranchir de ces restrictions....
- ...mais connaître les limites et les «défauts» de l'outil numérique est un des objectifs fondamentaux du cours.

# 1.3 Intégration, différentiation: Erreurs

## Dérivée

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t} + O(\Delta t)$$

Erreur d'arrondi: chaque nombre est représenté avec un nombre fini de bits

Erreur de **troncature**: liée au développement limité de la fonction  $y(t)$  au 1er ordre

# Erreurs d'arrondi et de troncature: exemple

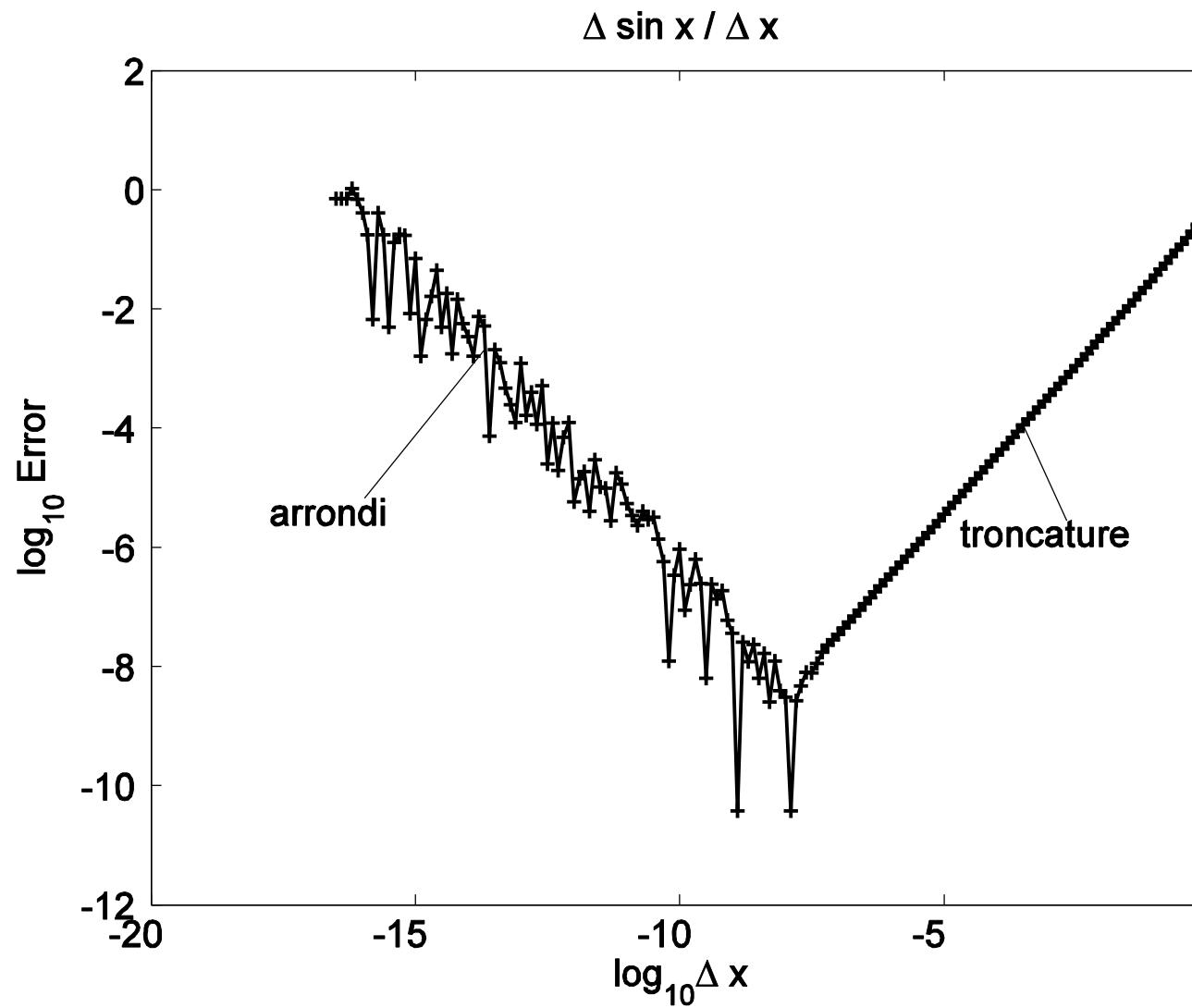


Fig. 1.1

# 2 Evolution temporelle

## ■ 2.1 Désintégrations

- Réalité probabiliste
  - Simulation statistique cf plus loin, Section 2.1.3

- Modèle continu:

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma N, \quad N(0) = N_0$$

- 2.1.1 Schéma d'Euler explicite

Développement limité:

$$N(t + \Delta t) = N(t) + \frac{dN}{dt}(t)\Delta t + O(\Delta t)^2$$

Discrétiser ( $t_n$ ,  $N_n = N(t_n)$ ),  
négliger  $\Delta t^2$

$$N_{n+1} = N_n - \gamma N_n \Delta t$$

# Schéma d'Euler explicite. Désintégration

Desintegration Euler

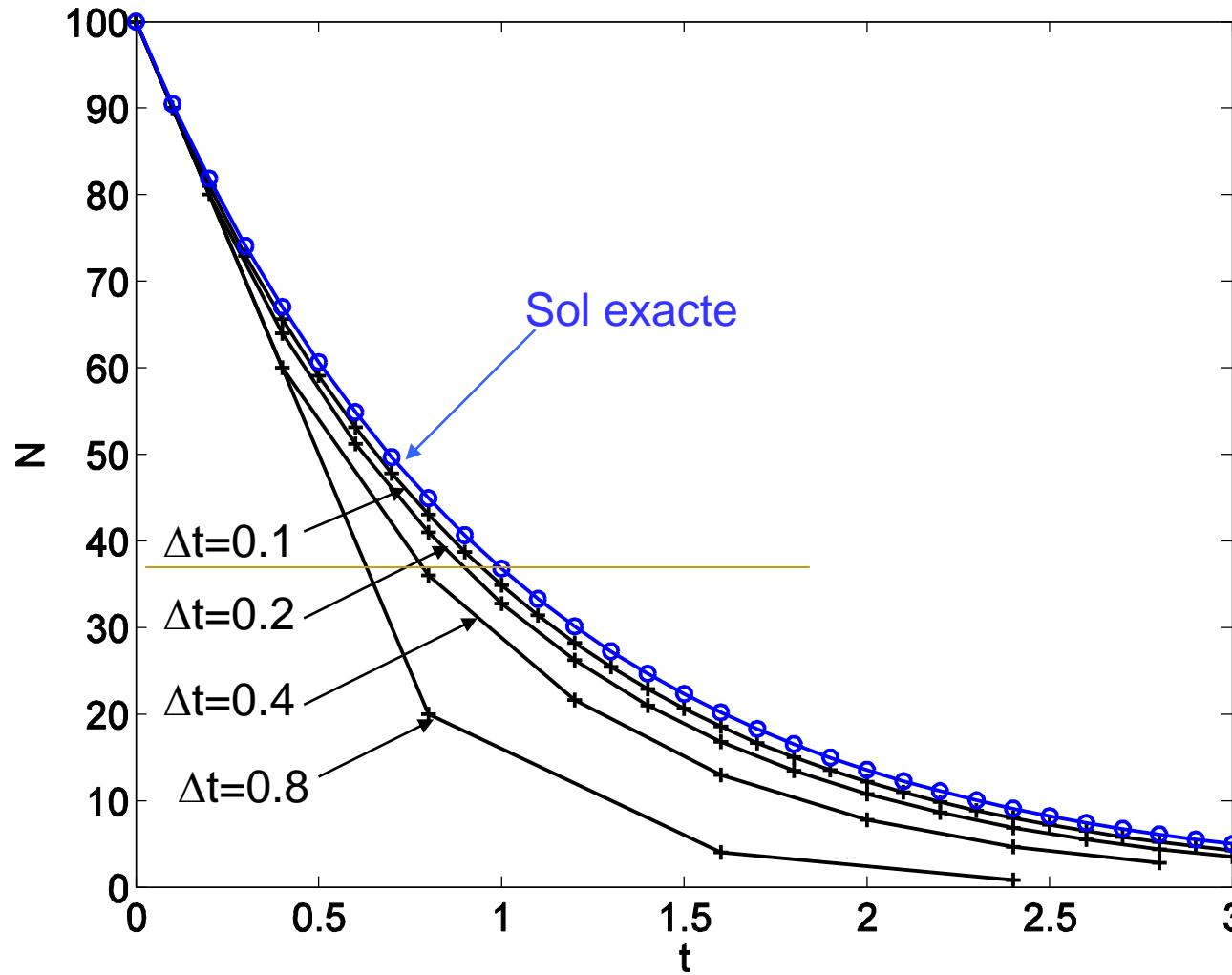
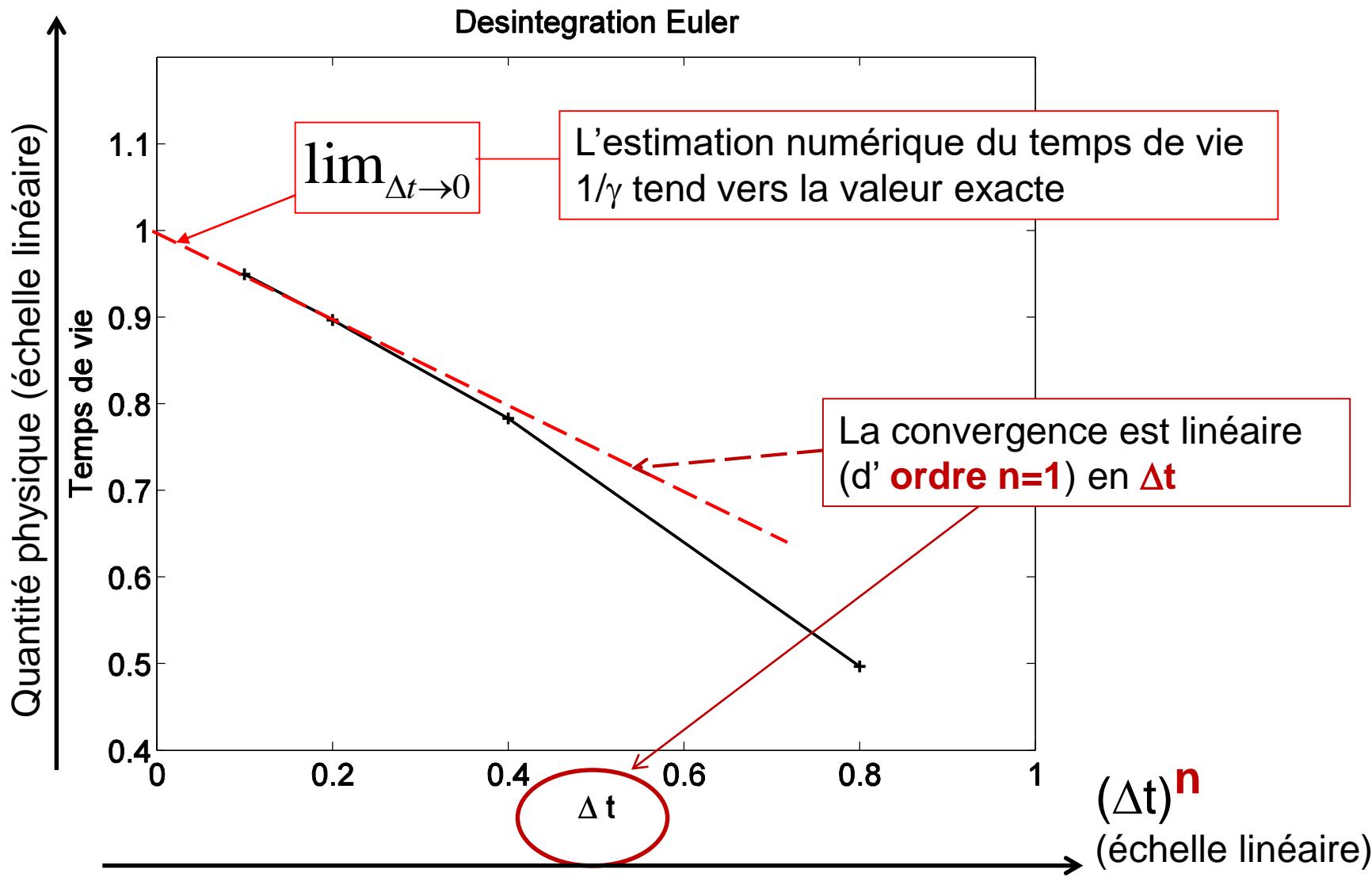
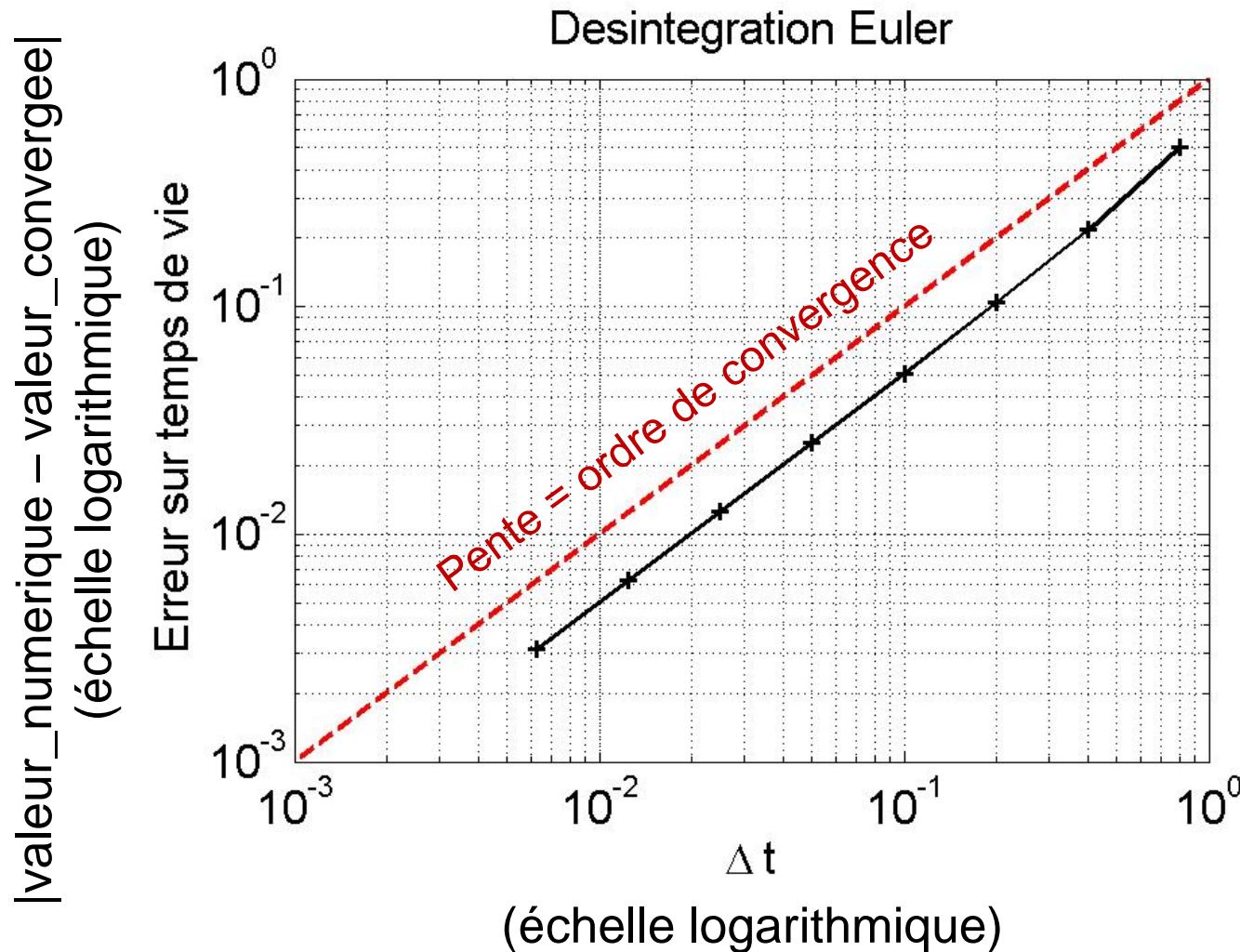


Fig.2

# Schéma d'Euler explicite. Convergence



# Schéma d'Euler explicite. Convergence



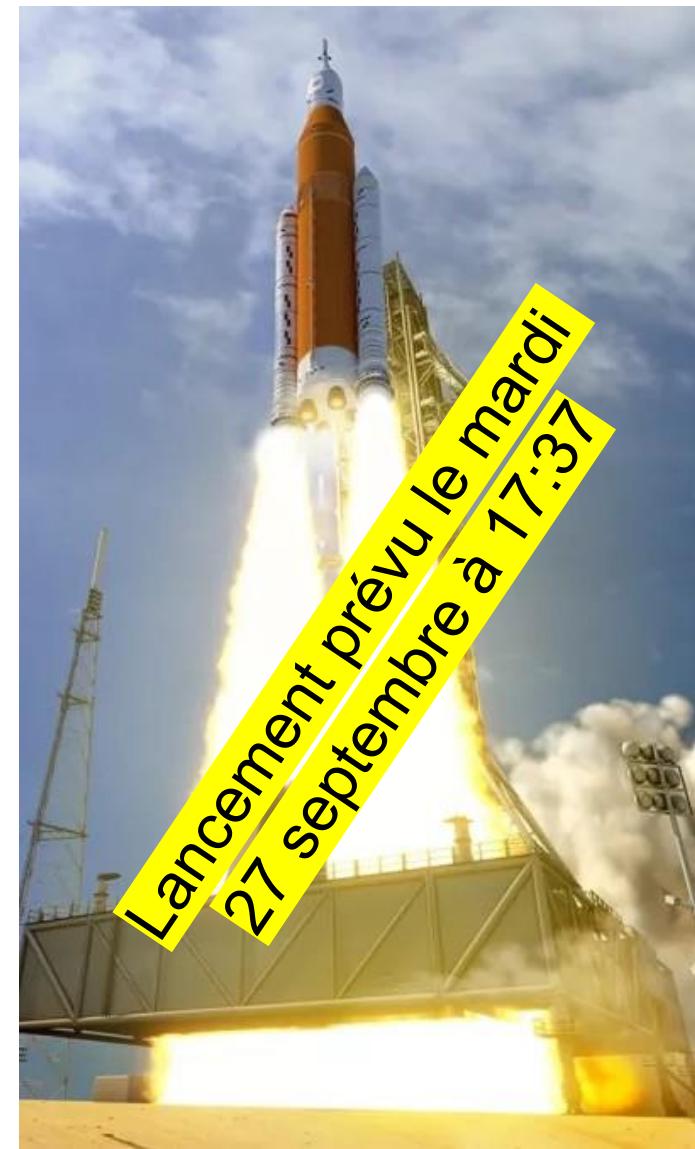
# Schéma d'Euler explicite

## Physique, Stabilité et Convergence

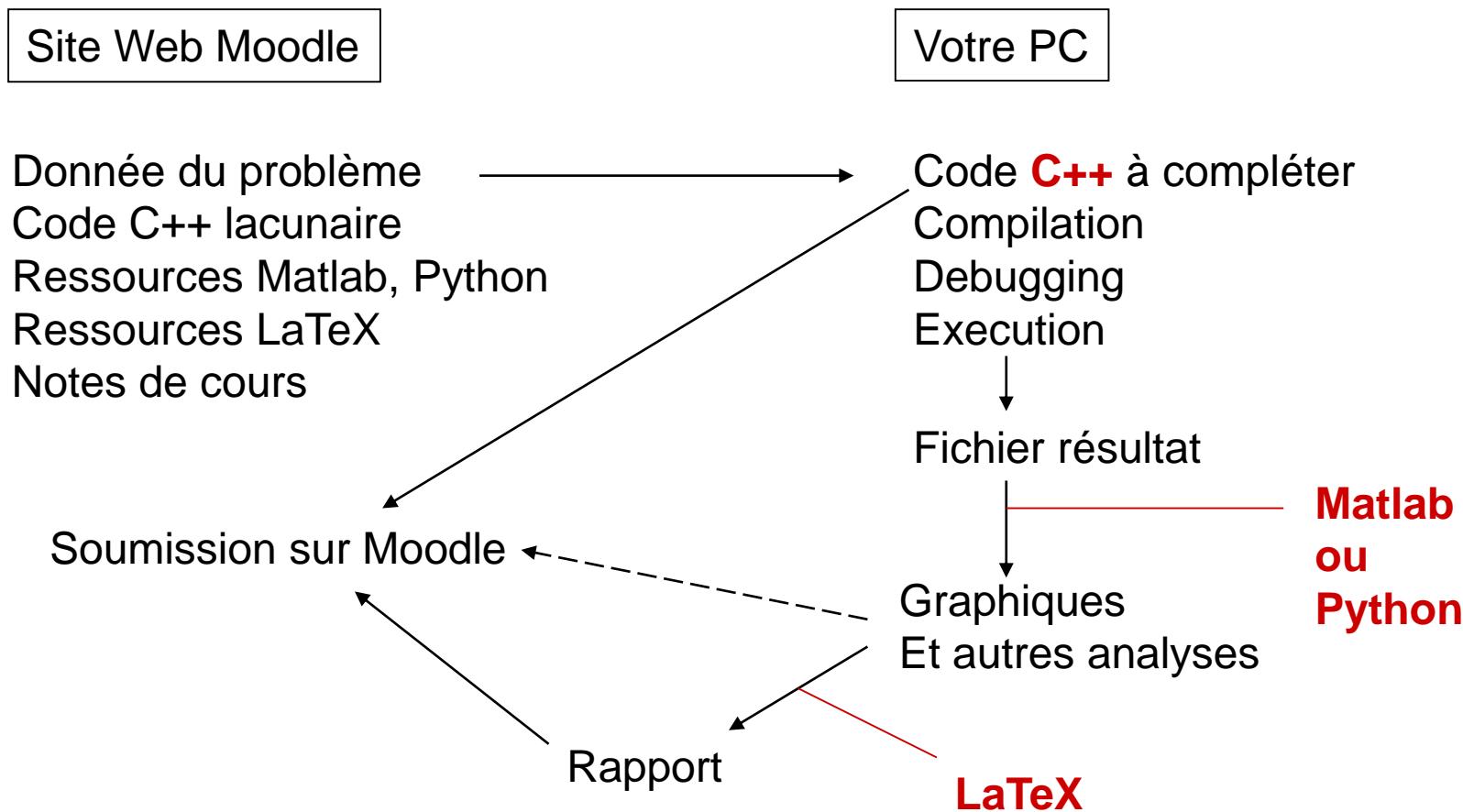
- On constate que
  - Si on prend  $\Delta t$  trop grand, la solution numérique oscille en changeant de signe! Donc on la rejette comme étant **non physique**
  - Si on prend  $\Delta t$  encore plus grand, la solution numérique oscille avec une amplitude exponentiellement croissante; le schéma numérique d'Euler est alors **instable**
  - Si on prend des  $\Delta t$  de plus en plus petits, la solution tend vers la solution analytique: on a **convergence** numérique

# Exercice 1 Lancement d'Artemis I

- Propulsion par éjection de gaz: fusée à masse variable
- Simplifications:
  - Mvmt purement unidimensionnel vertical (1D)
  - Gravitation constante
- On tient compte de la force de traînée
- Schéma d'Euler explicite
- Convergence numérique
- Vérification du théorème de l'énergie mécanique



# Fonctionnement des Exercices



# Règles de fonctionnement des exercices

**$N_j$  séances pour l'exercice no. $j$  ==> un rapport à rendre, corrigé et noté**

**Note finale =  $\sum_{j=2..nexos} note_j * N_j / \sum_{j=2..nexos} N_j$**

- Pour l'Exercice 1: travail individuel, chaque étudiant soumet son rapport. 3 séances. Corrigé et noté (note indicative)
- Dès l'Ex.2: travail en duo, après formation des paires:
  - <https://moodle.epfl.ch/mod/choicegroup/view.php?id=957526>
  - ~5 paires → 1 groupe, pour 1 assistant
  - CHACUN des 2 étudiants programme, débugge, exécute, etc
  - 1 rapport pour 2 étudiants.
- Votre rapport est **personnel, il a deux auteurs**. Le plagiat est considéré à l'EPFL et dans ce cours comme une faute grave.
- Présence obligatoire. En cas d'absence: **e-mail à votre assistant**
- Au moins une fois par exercice, **montrez votre code et son fonctionnement à votre assistant**

# Accès aux machines virtuelles

- Depuis un des postes de BC07-08:
  - Log in (username, password EPFL), choisir **SB-IPHYS3-UBU**
- Depuis votre PC/laptop:
  - Aller sur **<https://vdi.epfl.ch>** depuis un browser (Chrome, Firefox,...)
  - Sélectionner VMware Horizon HTML Access
  - Log in (username, password EPFL), choisir **SB-IPHYS3-UBU**
    - Si problème «Your connection is not private»: aller sous ADVANCED, puis Proceed to 10.93.16.60 (unsafe) [Chrome] ou Add Security Exception [Firefox]
- **Travailler dans le répertoire `~/posixfs/` et les sous-répertoires que vous créerez (p.ex. `~/posixfs/physnum/ex1/`)**
  - ATTENTION, ne PAS EFFACER le fichier `~/myfiles/fs posix-1G-disk.fs`
  - Si vous voulez accéder à vos fichiers de l'extérieur depuis une machine Windows ou Mac, une solution est de les copier dans `~/myfiles/`
  - Les sauvegardes (hourly/daily/weekly/monthly) de posixfs sont accessibles depuis le dossier (invisible) `~/myfiles/.snapshot/`

# Accès aux machines virtuelles

- Nouveau: authentification forte requise pour se connecter à vdi.epfl.ch depuis l'extérieur de l'EPFL.
- Il faudra donc fournir le code de sécurité de l'EPFL en plus de votre nom d'utilisateur et mot de passe.
- <https://www.epfl.ch/campus/services/ressources-informatiques/authentification-gaspar/authentification-forte/activer-lauthentification-forte-sur-un-smartphone/>

# Changer le clavier sur les VMs

- Par défaut, le clavier installé sur les VMs est Suisse Romand (QWERTZ). Le clavier English-US (QWERTY) est également préinstallé (bouton Fr/En en haut à droite). Sur les postes de BC07-08, c'est le clavier Suisse Romand qui est physiquement installé.
- Pour ajouter un autre clavier, *une fois votre session ouverte sur la VM*:
  - (en haut à gauche) Activities -> taper et sélectionner Region & Langage, puis sous la fenêtre ‘Input Sources’ cliquer le bouton ‘+’, sélectionner le type de clavier souhaité (par exemple French) dans le menu déroulant, puis cliquer sur ‘Add’.
  - L’option devrait s’ajouter comme option du bouton en haut à droite de l’écran de la session. On peut facilement passer d’un type de clavier à l’autre en cliquant sur ce bouton.

# Lancer Matlab sur les VMs

Pour ouvrir Matlab: depuis le lanceur d'applications (carré aux 9 points en bas à gauche), ou:

- Ouvrir un Terminal (Activities en haut à gauche, taper Terminal dans la fenêtre Search)
- Se placer dans le répertoire de travail (p.ex. ~posixfs/PhysNum/EX1)
- taper: matlab &

# LaTeX

- Voir un exemple sur sur Moodle, dossier ‘Ressources LaTeX’, fichier ‘SqueletteRapport.tex’ (et: aa.pdf, ohmabellefigure.png)
- On recommande d’utiliser la plateforme **Overleaf** qui permet le développement collaboratif à plusieurs utilisateurs (pour ce cours: ne partagez votre projet qu’avec votre partenaire de la paire – et avec votre assistant)
  - <https://fr.overleaf.com/edu/epfl>
- On peut aussi lancer LaTeX depuis la ligne de commande dans un Terminal; taper:
  - latex <nom\_du\_fichier.tex> ou
  - pdflatex <nom\_du\_fichier.tex>
- Il existe plusieurs logiciels qui fournissent un interface visuel pour LaTeX : Kile (installé sur les VMs), TeXworks, ...

# Répartition provisoire et indicative dans les salles d'exercices

- Eviter la congestion
- BC 03: A – L Antonio, Cassandre, Paul
- BC 02: M – R Antonia, Fabien, Stefano
- BC 07-08: S – Z Giovanni, Francesco, Louis, Michele, Moahan, Afonso, Arnas, Arthur