Cours 07

Nature quantique du rayonnement

- Rayonnement de corps noir (de cavité)
  - Observations expérimentales
    - Loi de Stefan-Boltzmann
    - Densité électromagnétique : distribution spectrale
    - Loi de Wien
  - Théorie classique de Rayleigh et Jeans
  - Théorie de Planck
    - Explication des observations

Limites de la physique classique

Fin du XIX^e siècle

Physique classique

Matière

corpuscules localisés
loi de la mécanique
- nonrelativiste (Newton)
- relativiste (Einstein)

Rayonnement

caractère ondulatoire
lois de l'électromagnétisme (Maxwell)

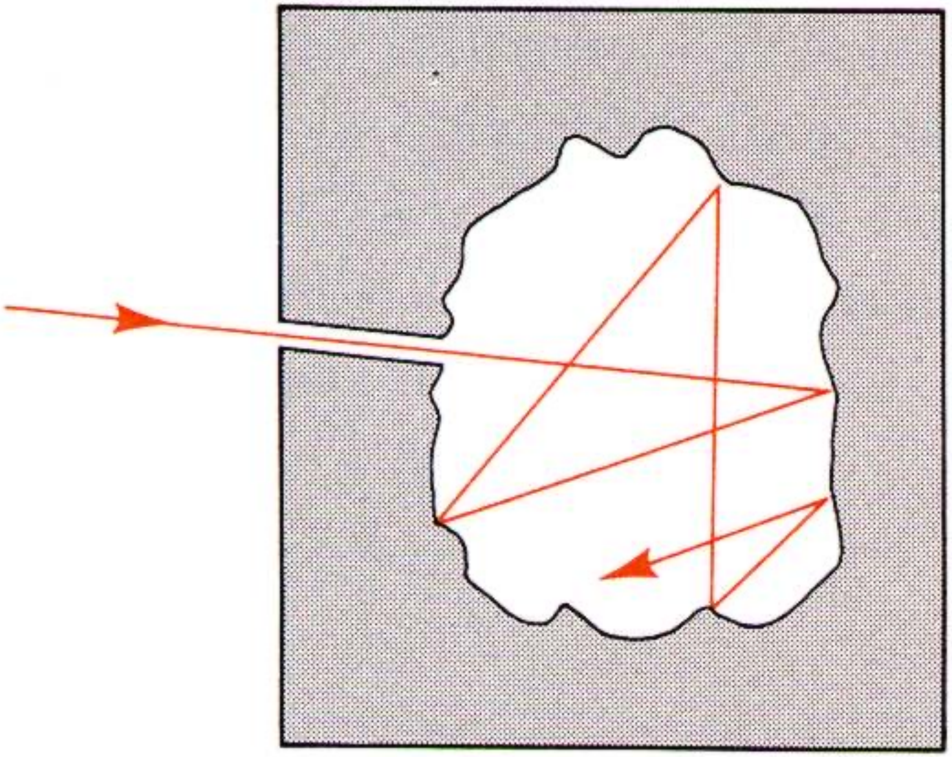
Intéraction matière-rayonnement

Physique classique : l'émission et l'absorption de rayonnement é.m. ont lieu de manière continue

Fin du XIX^e siècle – début du XX^e siècle

Nouvelles expériences !

Rayonnement de corps noir

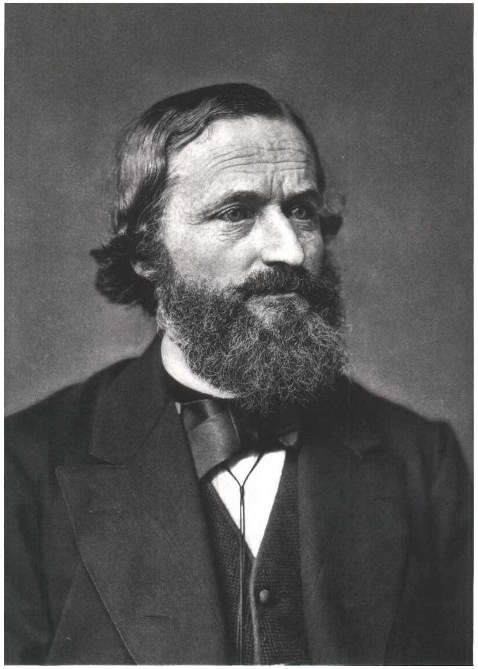


- **Corps noir** : matériau qui absorbe toutes les longueurs d'onde.

- **Réalisation pratique** : cavité avec un petit trou.

- **Rayonnement de cavité** : à l'intérieur de la cavité à température T à l'équilibre par émission-absorption avec les parois.

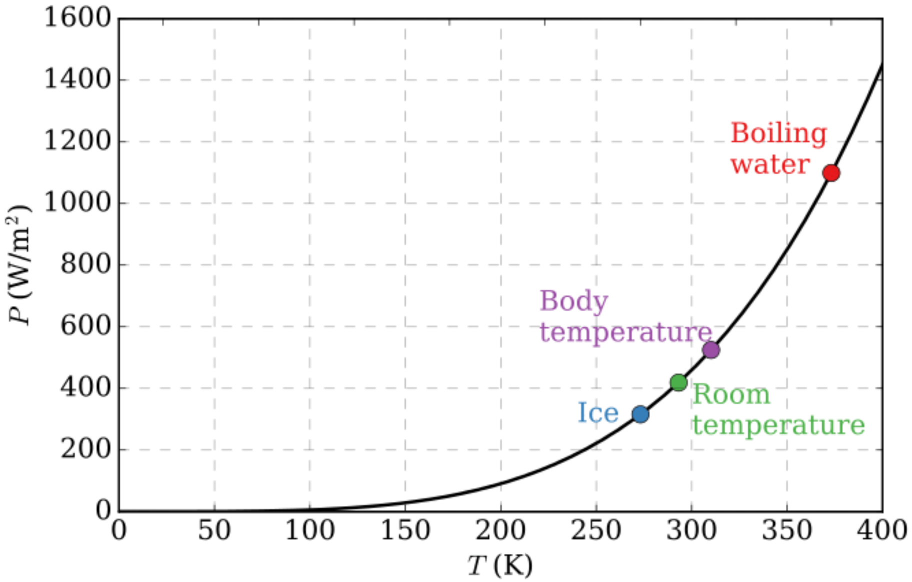
Observations de Kirchhoff



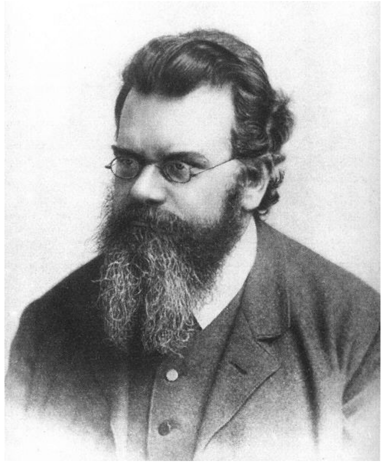
Gustav Kirchhoff
1824-1887

- Le rayonnement de cavité ne dépend pas de la nature des parois (forme, matériaux).
- Le rayonnement de cavité dépend seulement de la température. Il s'agit d'une propriété universelle.
- Le rayonnement de cavité est isotrope et donne lieu à un spectre continu.

Propriétés du rayonnement de corps noir



Jožef Štefan
1835-1893



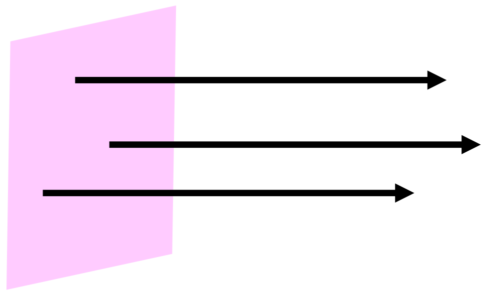
Ludwig Boltzmann
1844-1906

$$R = \sigma T^4$$

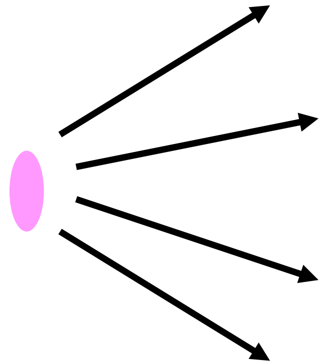
Loi de Stefan-Boltzmann

- R : énergie totale émise par unité de temps et de surface
- $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} : constante de Stefan

Densité électromagnétique *u*



$I = c\,u$



$R = ¼\, c\, u$

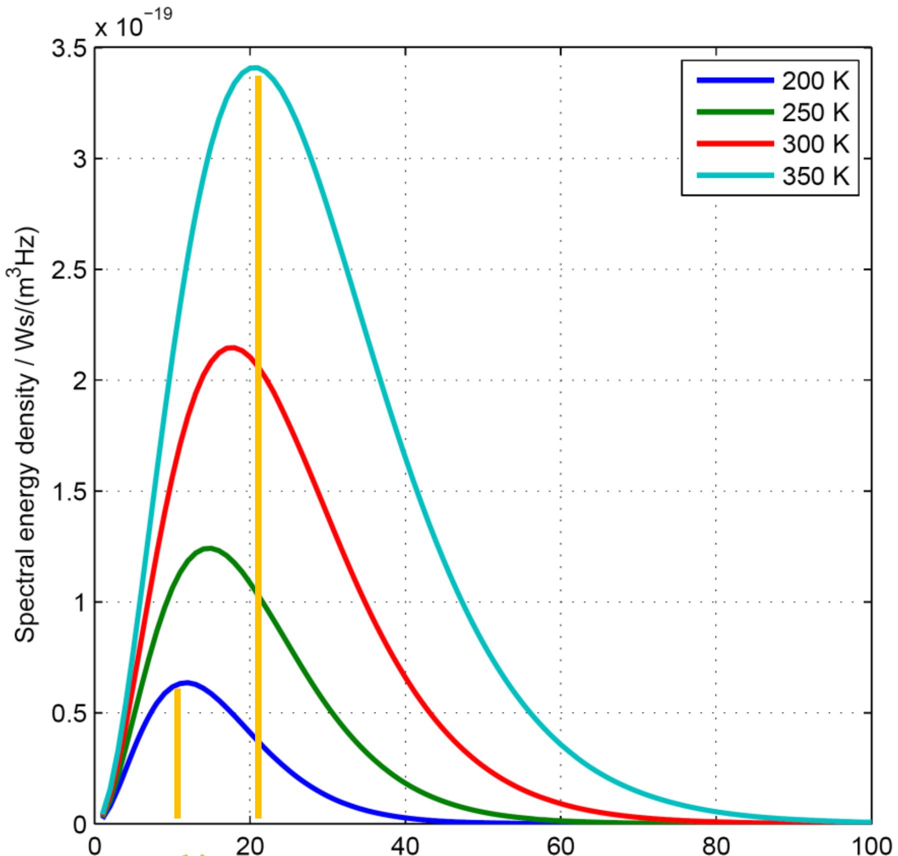
¼ : facteur géométrique

$$R = \sigma T^4 \;\rightarrow\; u(T) = \frac{4\sigma}{c} T^4$$

Densité électromagnétique : distribution spectrale

$$u(T) = \int_0^\infty d\nu \; u_\nu(T)$$

densité d'énergie électromagnétique
entre ν et $\nu + d\nu$



ν_{max}

- à petites fréquences : $u_\nu \propto \nu^2$
- à grandes fréquences : $u_\nu \propto e^{-\alpha\nu}$
- $\int_0^\infty d\nu \; u_\nu(T) = u(T) \propto T^4$
- déplacement du maximum:

$$\nu_{max} \propto T$$

Densité électromagnétique u_λ

$$u(T) = \int_0^\infty d\lambda \; u_\lambda(T)$$

Relation entre u_λ et u_ν

$$u_\lambda \, d\lambda = u_\nu \, d\nu \qquad \Rightarrow \qquad u_\lambda = u_\nu \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right|$$

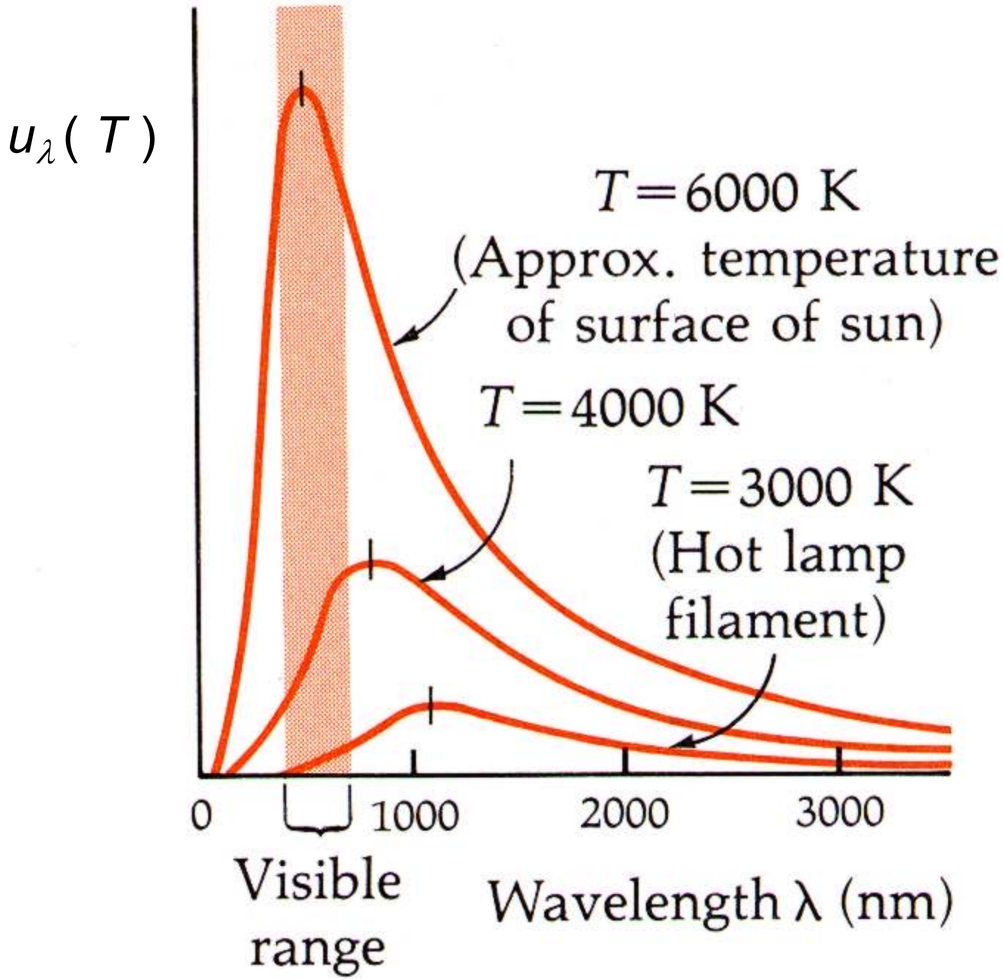
On utilise

$$c = \lambda \cdot \nu \qquad \Rightarrow \qquad \nu = c / \lambda \qquad \Rightarrow \qquad \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right| = c / \lambda^2$$

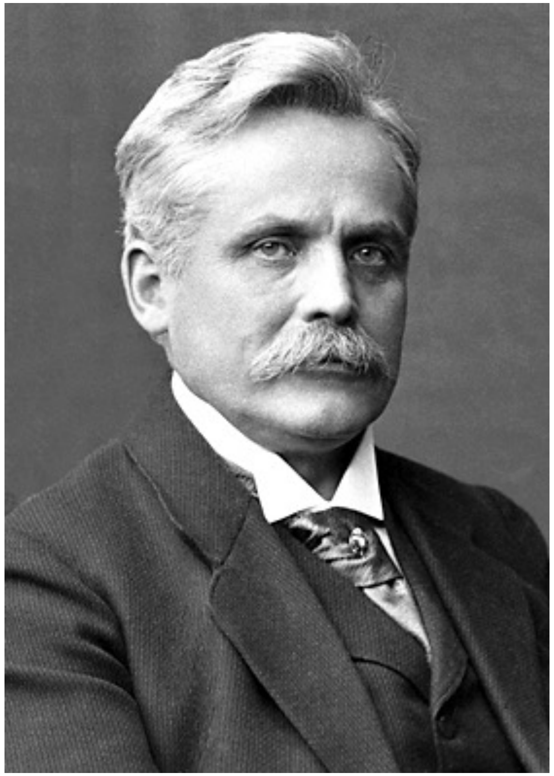
On obtient ainsi

$$u_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} \; u_{\nu = c/\lambda}$$

Distribution spectrale en longueur d'onde λ



Loi de Wien



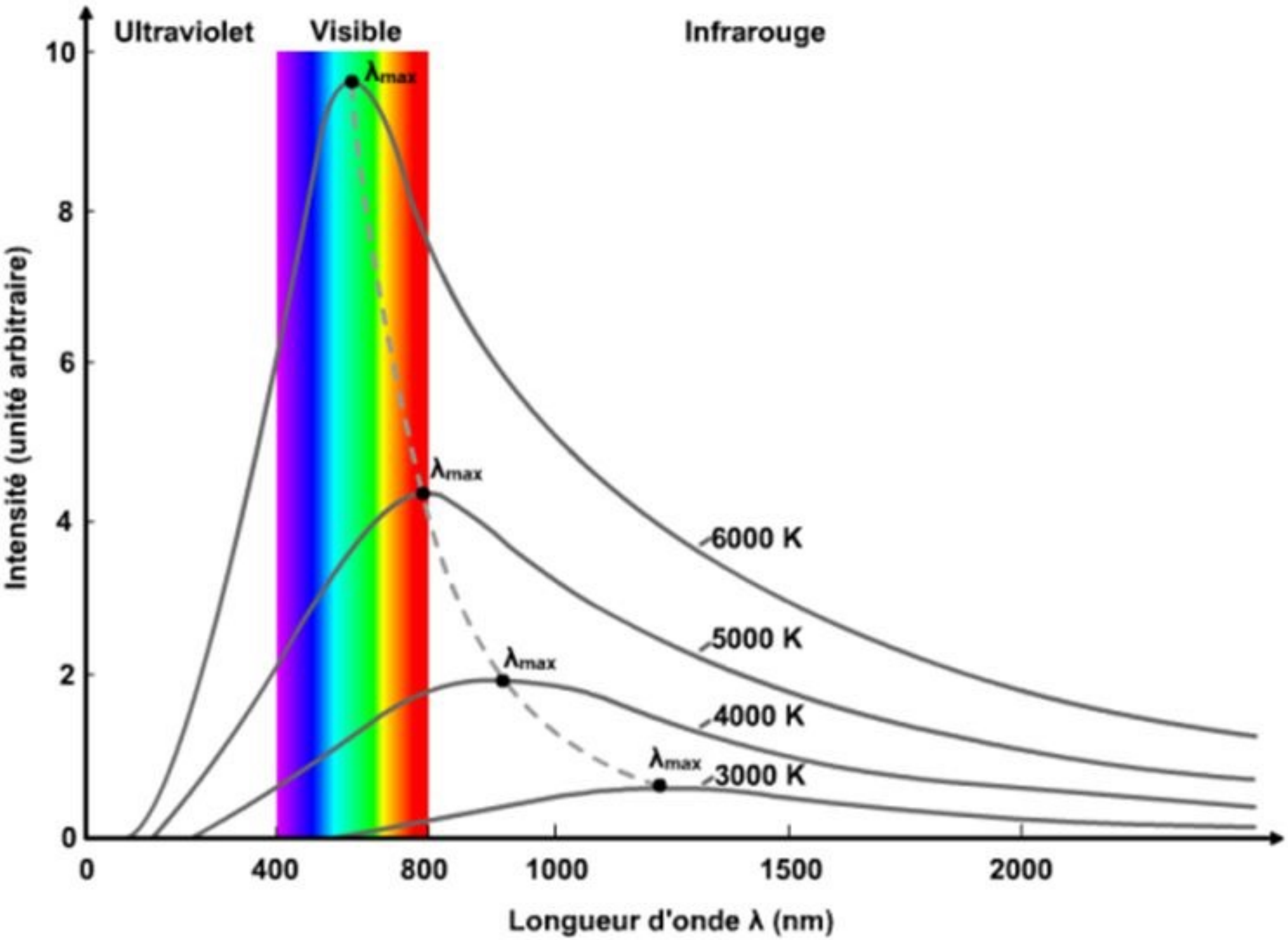
Wilhelm Wien
1864-1928

$$\boxed{\lambda_{max} \cdot T = 2.898 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m\,K}}$$

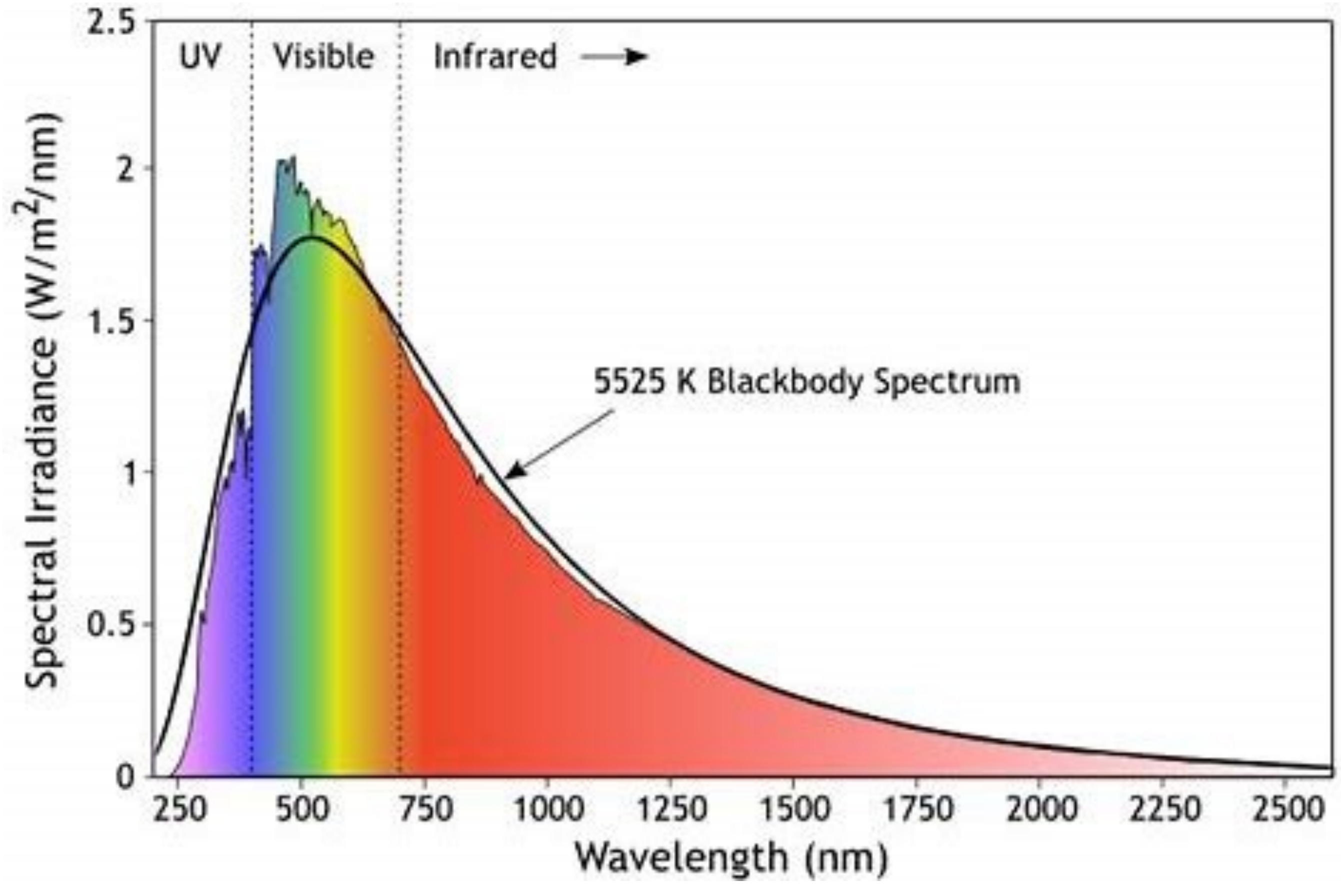
- $T = 300$ K $\rightarrow$ $\lambda_{max} = 10\ \mu$m
  dans l'infrarouge, noir dans le visible.

- $T = 6000$ K $\rightarrow$ $\lambda_{max} = 0.5\ \mu$m
  lumière du Soleil, dans le visible.

Densité électromagnétique u_λ



Rayonnement de corps noir du Soleil



Caméra infrarouge

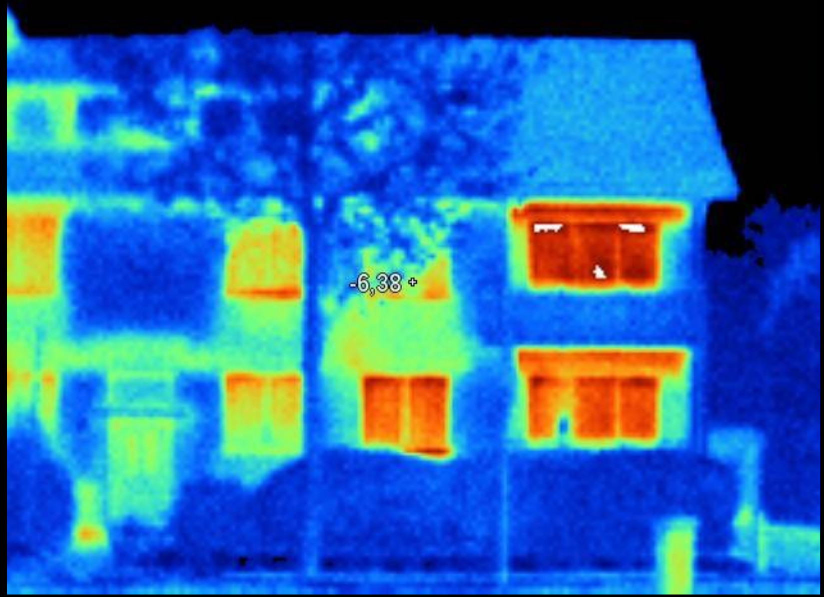
Autre exemple:
https://www.youtube.com/watch?v=0HmTU-49qp0

Vision infrarouge

Pistolet de température

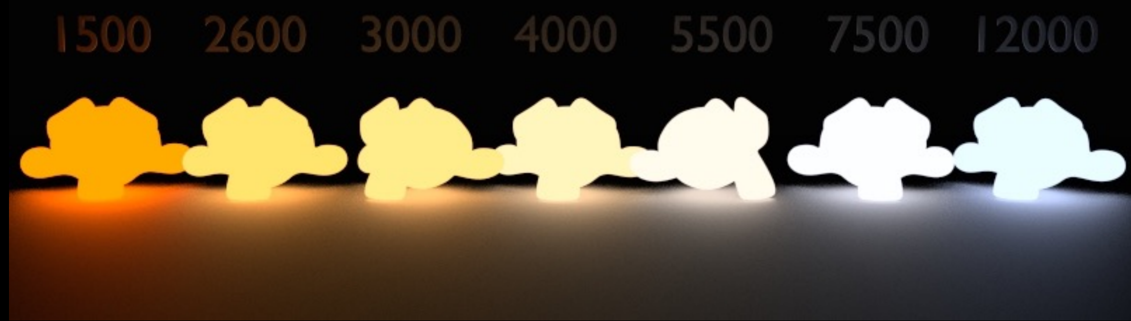
Crise COVID-19

Contrôle de l'isolation

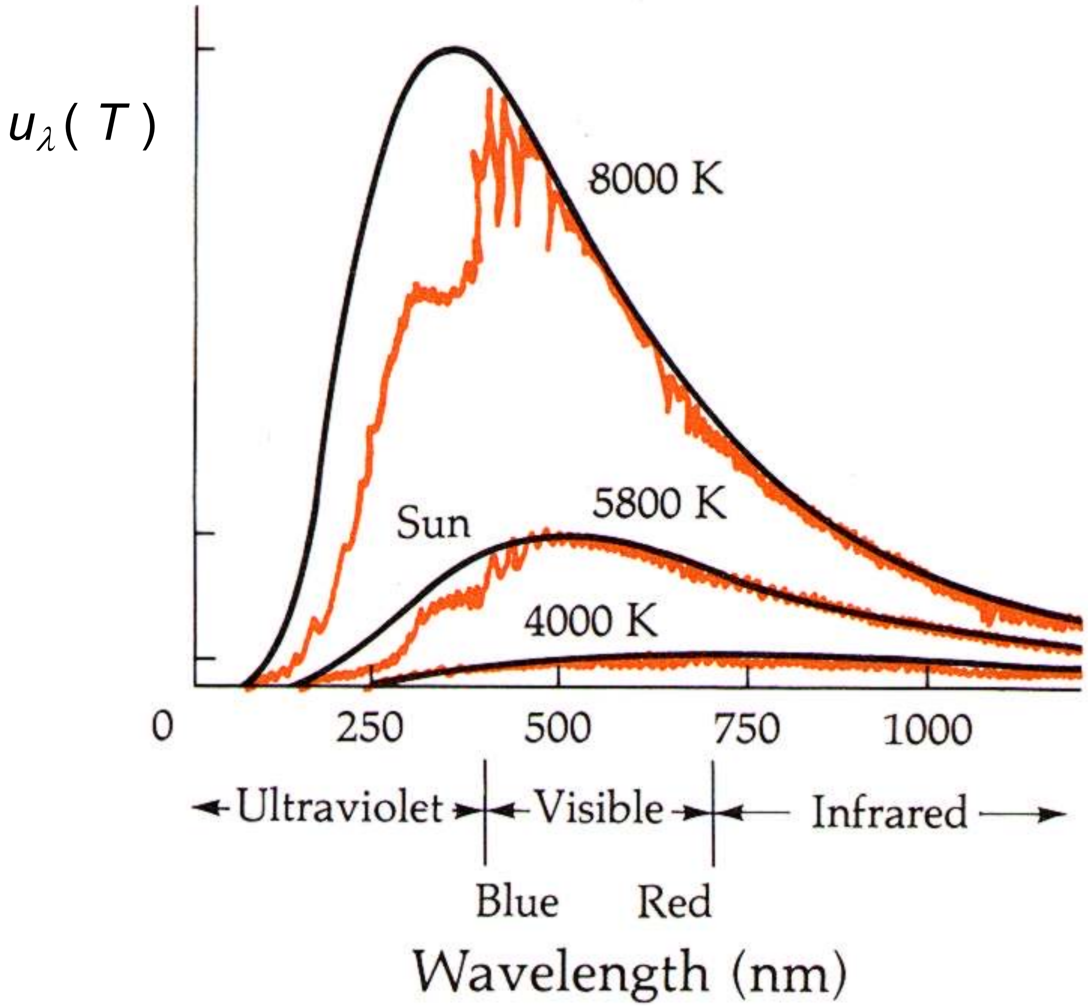


Pyromètre


COULEURS
TEMP.
blanc
1300° C
blanc naissant
1200
jaune clair
1100
jaune
1000
orange clair
950
orange
900
rouge clair
850
cerise clair
800
cerise
750
cerise foncé
700
rouge foncé
650
brun rouge
600


1500
2600
3000
4000
5500
7500
12000

Exemples de corps noir: les étoiles



Couleur des étoiles

Pléiades : Alcyone

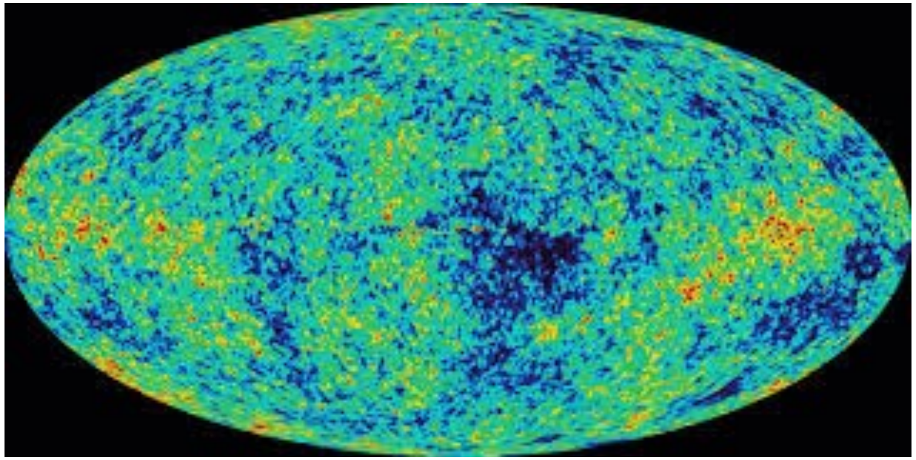
λ_{max} = 223 nm $\rightarrow$ T = 13’000 K

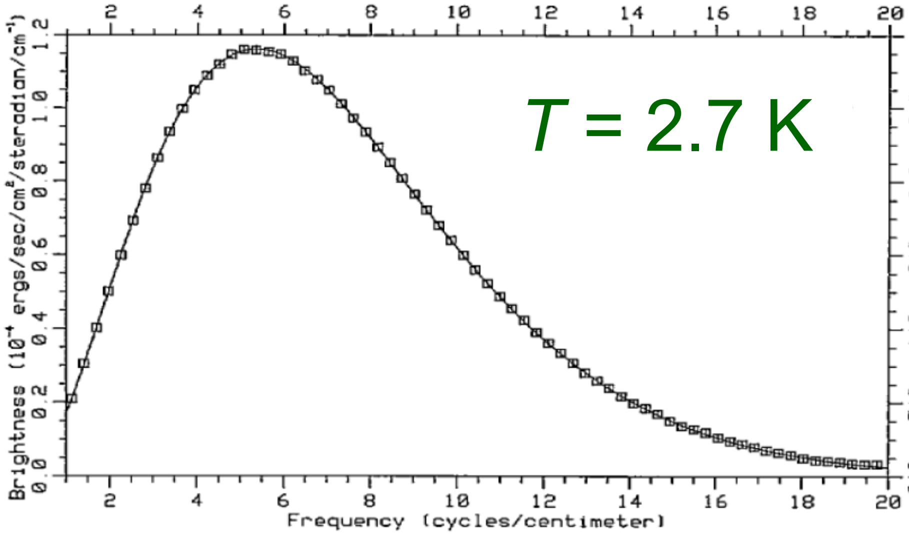
Betelgeuse

λ_{max} = 829 nm $\rightarrow$ T = 3’500 K

Exemples de corps noir : rayonnement cosmique

Mission satellite COBE 1989



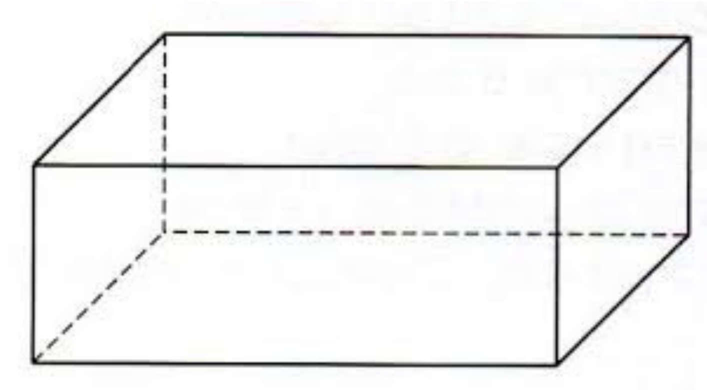


Déviations par rapport au spectre de Planck inférieures à une part sur 10^5 !!

Nobel Prize in Physics

1918 Planck
1978 Penzias & Wilson
2006 Mather & Smoot

Théorie classique de Rayleigh (1900)



- **Modèle**: boîte avec parois métalliques contenant des ondes électromagnétiques stationnaires.
- Des **oscillateurs** dans les parois sont en équilibre thermique avec le rayonnement
- **Calcul** de u_ν

$$\boxed{u_\nu} = \boxed{n_\nu} \cdot \boxed{\langle \varepsilon_\nu \rangle}$$

densité é.m. dans l'intervalle $d\nu$ de fréquence

$[u_\nu]$ = [énergie] [volume]$^{-1}$ [fréquence]$^{-1}$

modes dans l'intervalle $d\nu$ de fréquence par unité de volume

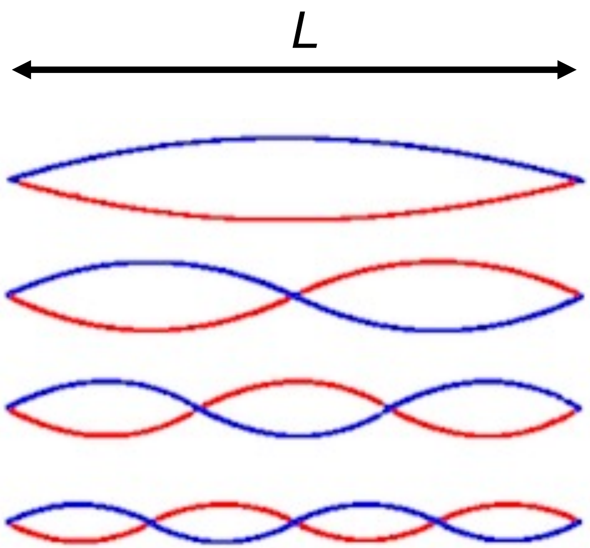
$[n_\nu]$ = [volume]$^{-1}$ [fréquence]$^{-1}$

moyenne thermique de l'énergie portée par un mode stationnaire

$[\langle \varepsilon_\nu \rangle]$ = [énergie]

Calcul de $n_\nu = \dfrac{\Delta n}{V\Delta\nu}$

en 1D

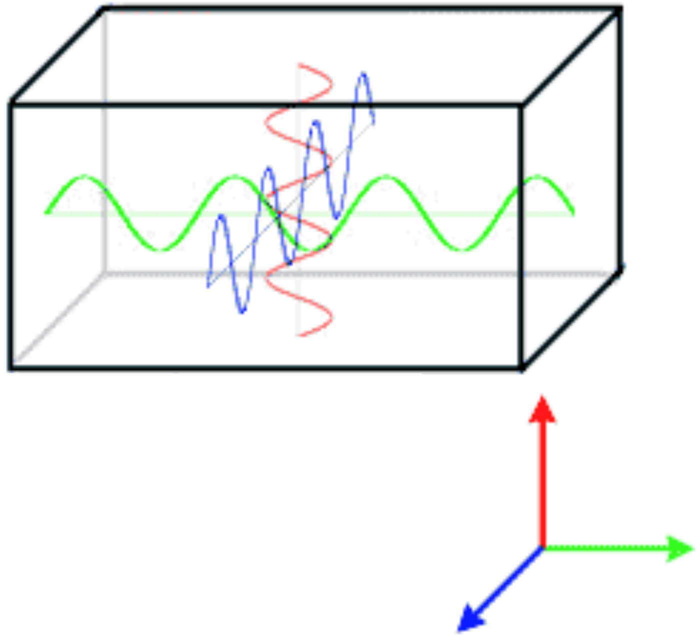


$$\nu = n \cdot \frac{c}{2L}$$

$$\Delta\nu = \Delta n \cdot \frac{c}{2L}$$

$$n_\nu^{1D} = \frac{\Delta n}{L\Delta\nu} = \frac{2}{c}$$

en 3D



$$\boxed{n_\nu^{3D} = \frac{\Delta n}{V\Delta\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}}$$

Calcul de $\langle \varepsilon_\nu \rangle$

énergie é.m. d'un mode de fréquence ν

$$\varepsilon_\nu = \iiint u_\nu \, d\tau \qquad \text{où} \qquad u_\nu = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

en résonance avec un oscillateur harmonique de fréquence ν et d'énergie

$$\varepsilon_\nu^{\text{osc.harm.}} = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m} + \frac{1}{2} m\,(2\pi\nu)^2 x^2$$

Théorème d'équipartition
$kT/2$ pour chaque terme quadratique dans l'énergie

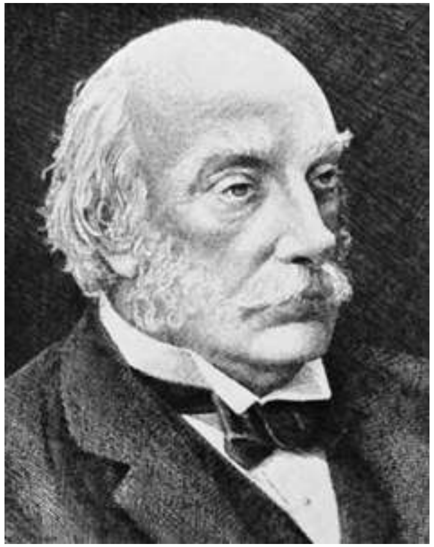
à l'équilibre, on peut démontrer que

$$\langle \varepsilon_\nu \rangle = \langle \varepsilon_\nu^{\text{osc.harm.}} \rangle = 2 \cdot \frac{kT}{2} = kT$$

$$\boxed{\langle \varepsilon_\nu \rangle = kT}$$

Loi classique de Rayleigh-Jeans

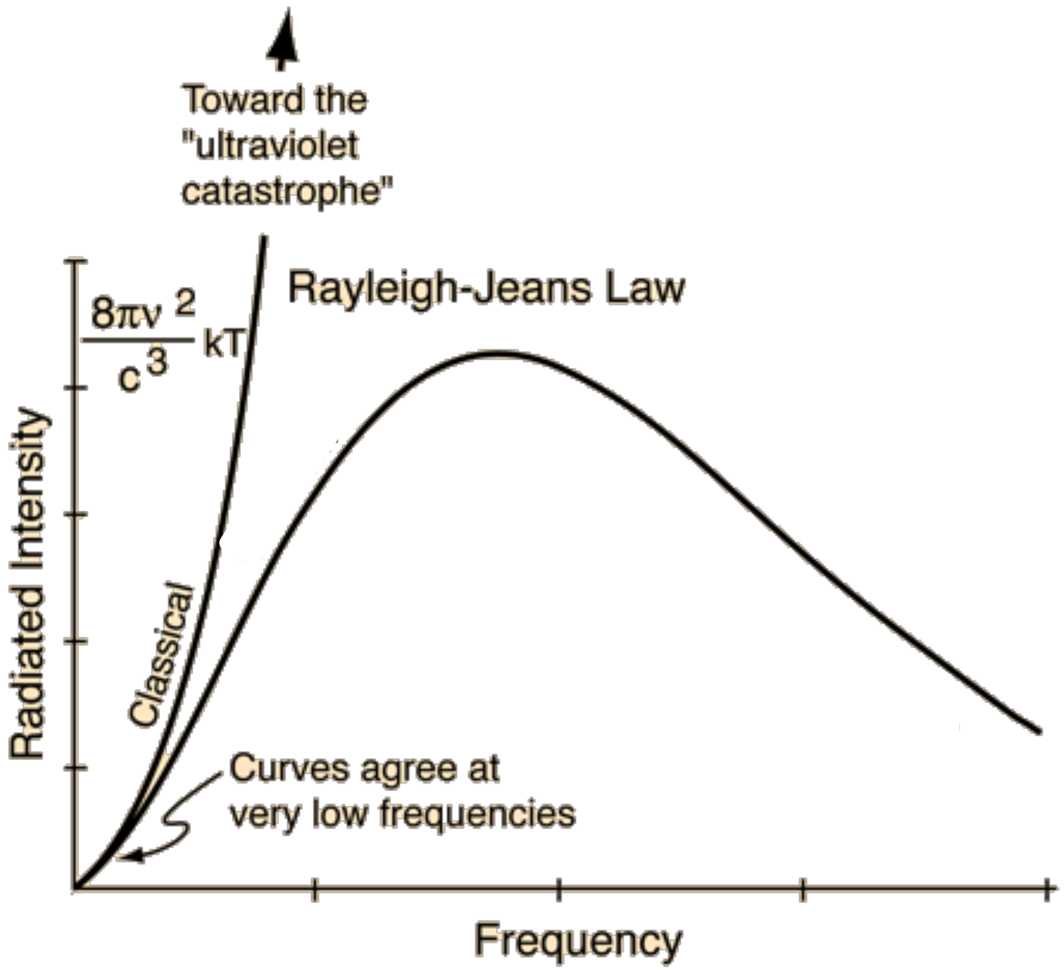
$$u_\nu^{\mathrm{RJ}} = n_\nu \cdot \langle \varepsilon_\nu \rangle_{\mathrm{class.}} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\, kT$$



Lord Rayleigh
1842-1919

James Jeans
1877-1946

Catastrophe ultraviolette



- bon accord pour les petites fréquences $u_\nu \propto \nu^2$
- pas de $u_\nu \propto e^{-\alpha\nu}$ aux hautes fréquences
- en contraste avec la loi de Stefan-Boltzmann :

$$\int_0^\infty d\nu \quad u_\nu^{RJ} \quad \rightarrow \infty$$

- connu sous le nom de "catastrophe ultraviolette"

Théorie de Planck (1900)

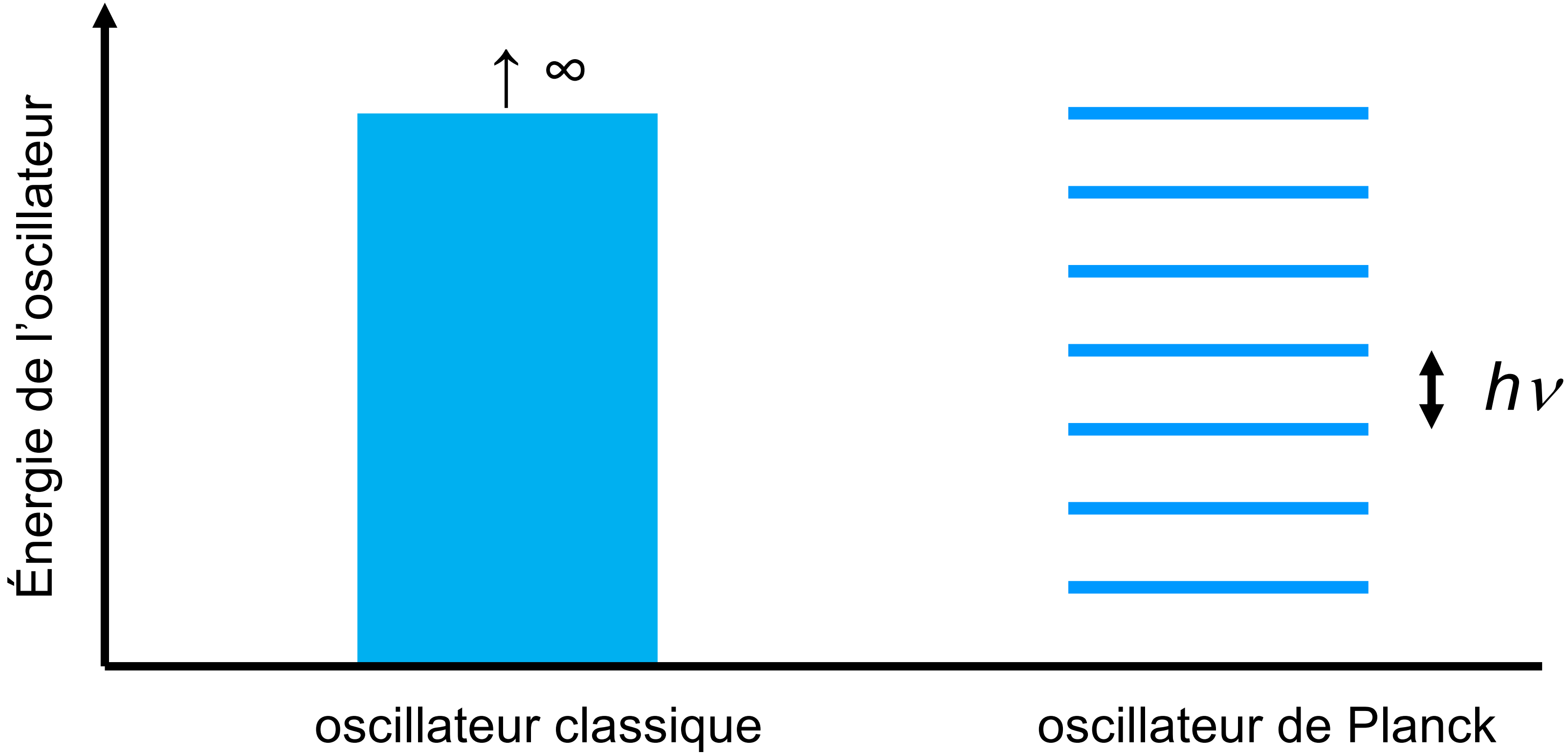
Max Planck
1858-1947

Planck effectue le calcul de $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ pour l'oscillateur harmonique avec les deux hypothèses suivantes:

- Le spectre des énergies possible est discret :
  $E = n\, h\, \nu$
- Les échanges énergétiques entres les oscillateurs et le rayonnement sont aussi discrets :
  $\Delta E = h\, \nu$

NB h est une constante de proportionalité : $[\, h\,] = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$

Spectre et énergie de l'oscillateur de Planck



$$\langle \varepsilon_\nu \rangle = kT \qquad \langle \varepsilon_\nu \rangle = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

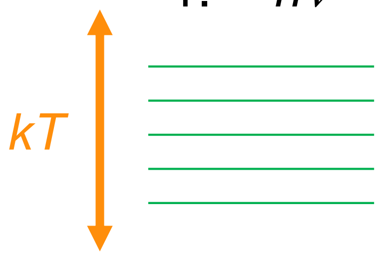
Loi de Planck

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\cdot\langle\,\varepsilon_\nu\,\rangle = \frac{8\pi h}{c^3}\,\frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT)-1}$$

$h = 6.6 \cdot 10^{-34}$ J · s constante de Planck – tirée de l'expérience

On remarque

1. $h\nu \ll kT \quad\Rightarrow\quad \exp(h\nu/kT)-1 \cong h\nu/kT$



$\Rightarrow\quad u_\nu = \dfrac{8\pi}{c^3}\,\nu^2\cdot kT$ *h* disparait → Rayleigh-Jeans !

2. $h\nu \gg kT \quad\Rightarrow\quad u_\nu \propto \exp(-h\nu/kT)$ Plus de catastrophe *uv* !

Loi de Planck

3. Loi de Stefan-Boltzmann

$$X = \frac{h\nu}{kT}$$

$$u(T) = \int_0^{\infty} d\nu \; \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1} = \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^{\infty} dX \; \frac{X^3}{\exp X - 1}$$

$$= \frac{8\pi k^4}{c^3 h^3} \cdot T^4 \cdot \frac{\pi^4}{15} = \frac{8\pi^5 k^4}{15 c^3 h^3} \cdot T^4 = \frac{4\sigma}{c} \cdot T^4$$

$$\boxed{\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} = 5.670 \cdot 10^{-8} \;\; \mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-4}}$$

La constante de Stefan σ est une constante fondamentale !

Loi de Planck

4. Loi de Wien

$$u_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

$$u_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} \; u_{\nu = c/\lambda} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}$$

La recherche de λ_{max} donne

$$\boxed{\lambda_{max} \cdot T = \frac{hc}{4.9651 \cdot k} = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}}$$

Loi de Wien

Cours 07

Nature quantique du rayonnement

- Rayonnement de corps noir (de cavité)
  - Observations expérimentales
    - Loi de Stefan-Boltzmann
    - Densité électromagnétique : distribution spectrale
    - Loi de Wien
  - Théorie classique de Rayleigh et Jeans
  - Théorie de Planck
    - Explication des observations