

## CHAPITRE XI

### OPTIQUE PHYSIQUE : PHENOMENES D'INTERFERENCE ET DE DIFFRACTION

#### Introduction

Nous avons vu au chapitre III que le **principe de superposition** est à la base de tous les phénomènes où deux ou plusieurs ondes se superposent. Il affirme que si  $\xi_1(x, t)$  et  $\xi_2(x, t)$  notent les vecteurs déplacement de 2 ondes (ils sont solution de l'équation d'onde), le vecteur déplacement de l'onde résultante est donné par

$$\xi(x, t) = \xi_1(x, t) + \xi_2(x, t)$$

Dans le **cas de la lumière**, qui est une onde EM, les composantes  $E_\alpha(x, t)$  et  $B_\alpha(x, t)$  ( $\alpha = x, y, z$ ) des champs électrique et d'induction magnétique sont solutions de l'équation d'onde et jouent le rôle des composantes  $\xi_\alpha(x, t)$  du vecteur déplacement d'une onde se propageant dans un milieu matériel.

Dans la suite de ce chapitre nous focaliserons notre attention sur le champ électrique, bien que **E** et **B** soient simultanément présents dans une onde lumineuse. L'intensité est donnée par

$$I(x) = c \epsilon_0 \langle E^2(x, t) \rangle \quad (11.1)$$

où  $\langle \rangle$  signifie que l'on prend la moyenne temporelle.

Ainsi que nous l'avons mentionné au chapitre IX, une onde lumineuse se propageant selon l'axe **z** possède en général 2 composantes  $E_x, E_y$  de **E**, que l'on peut écrire dans le cas général

$$\left| \begin{array}{l} E_x(z, t) = E_{x_0} \sin(kz - \omega t + \phi_x(t)) \\ E_y(z, t) = E_{y_0} \sin(kz - \omega t + \phi_y(t)) \end{array} \right. \quad (11.2)$$

où les phases  $\phi_x(t)$  et  $\phi_y(t)$  fluctuent rapidement et de façon indépendante. Dans le plan  $(x, y)$ . Cela implique que l'orientation de  $\mathbf{E}$  dans le plan  $(x, y)$  et son amplitude fluctuent rapidement au cours du temps (voir § 9.2 c). L'onde EM est dite **non polarisée**.

Nous montrerons au **Chapitre XII** comment il est possible, à l'aide d'un polariseur, de **changer l'état de polarisation** de la lumière et en particulier de "transformer" une onde non polarisée en une onde polarisée en ne laissant passer que la composante du champ  $\mathbf{E}$  selon un axe bien défini, noté axe de polarisation. Nous omettons cette difficulté dans ce chapitre et nous n'introduirons pas explicitement les composantes  $E_x, E_y$  du champ  $\mathbf{E}$ . Nous admettrons aussi pour simplifier que lorsque les ondes EM de 2 sources 1 et 2 se superposent, tout se passe comme si les vecteurs  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  sont parallèles. On a donc

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_1(z, t) + \mathbf{E}_2(z, t)$$

où

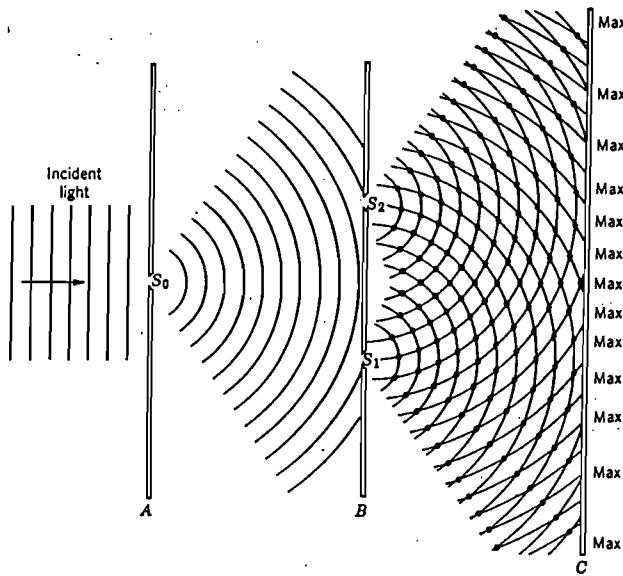
$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(z, t) &= E_{10} \sin(kz - \omega t + \phi_1(t)) \\ \mathbf{E}_2(z, t) &= E_{20} \sin(kz - \omega t + \phi_2(t)) \end{aligned} \tag{11.3}$$

Si les champs  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  sont émis par 2 sources lumineuses indépendantes, les phases  $\phi_1(t)$  et  $\phi_2(t)$  de chacune des sources fluctuent de façon indépendante. Il en est de même de leur différence de phase

$$\Delta\phi(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) \tag{11.4}$$

On dit que 2 sources lumineuses sont **cohérentes** si leur différence de phase ne dépend pas du temps et si elles sont de même fréquence (voir § 3.3).

Nous avons vu au Chapitre III que la cohérence est essentielle pour observer des phénomènes d'interférence. **Deux sources lumineuses indépendantes ne sont pas cohérentes** et ne permettent pas d'observer des phénomènes d'interférence (laser mis à part). C'est la raison pour laquelle dans tous les dispositifs optiques dans lesquels il est possible d'observer des interférences, on crée 2 sources secondaires à partir d'une source initiale unique. La méthode la plus simple est indiquée ci-dessous, c'est le dispositif qui a permis à Young (1802) d'observer pour la 1ère fois des franges d'interférence associées à une onde lumineuse.



De la lumière diffractée par le trou  $S_0$  (source initiale) est incidente sur les trous  $S_1, S_2$ , qui jouent le rôle de sources secondaires. Les ondes lumineuses diffractées par les 2 trous  $S_1$  et  $S_2$  se superposent sur l'écran  $C$  et produisent des franges d'interférence. En effet dans ce cas, même si les phases  $\phi_1(t)$  et  $\phi_2(t)$  fluctuent au cours du temps elles fluctuent ensemble puisque les 2 ondes lumineuses sont issues de la même source  $S_0$ , on a donc,

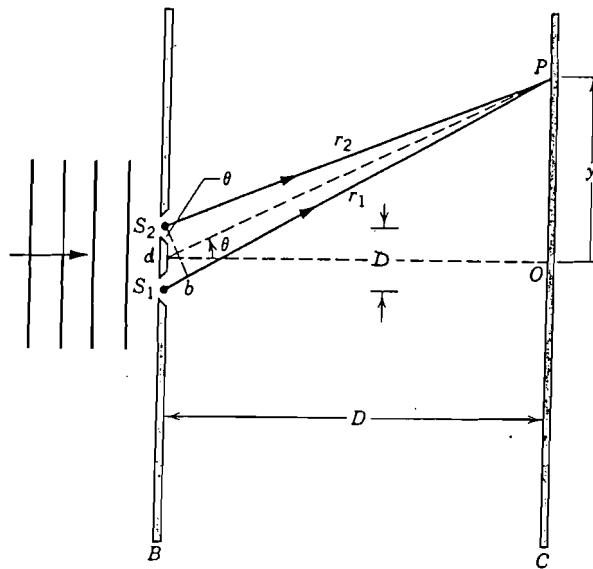
$$\phi_1(t) - \phi_2(t) = \Delta\phi = \text{cte}$$

où dans le cas du dessin ci-dessus  $\Delta\phi = 0$ . **Les ondes émises par les sources  $S_1$  et  $S_2$  sont cohérentes** (pour autant qu'elles soient aussi monochromatiques).

### 11.1 Interférence de 2 sources lumineuses cohérentes (rappel)

Nous avons décrit au § 3.3 l'interférence de 2 ondes de pression sphériques. Tout ce que nous avons dit dans ce § peut être transféré au cas d'ondes lumineuses (ou électromagnétiques), nous rappelons ici les résultats principaux par souci d'être complet.

Dans le dispositif ci-dessous, les deux fentes  $S_1, S_2$ , de largeur faible par rapport à la longueur d'onde, forment 2 sources cohérentes.



L'amplitude en  $P$  de l'onde résultant de la superposition des ondes émises par  $S_1$  et  $S_2$  sera maximum lorsque les 2 ondes sont en phase (interférence constructive), soit lorsque

$$r_1 - r_2 = n \lambda \quad (11.5)$$

où  $n$  est un entier positif, négatif ou nul.

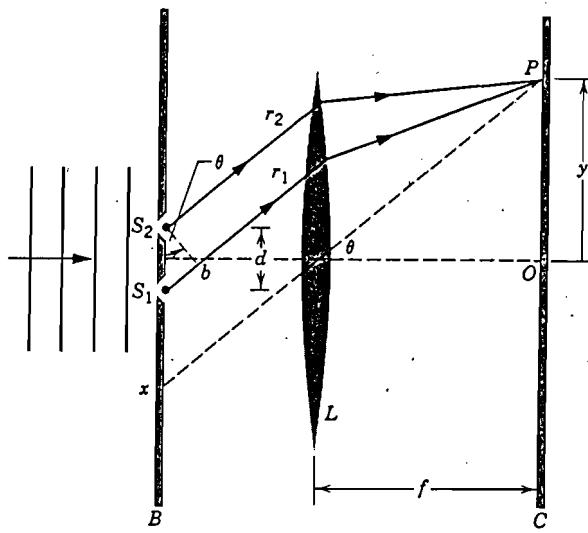
Lorsque la distance  $d$  entre les 2 fentes est faible par rapport à la distance  $D$  de l'écran, les 2 rayons  $r_1, r_2$  sont pratiquement parallèles et la différence de chemin est donnée par,

$$r_1 - r_2 = d \sin \theta \quad (11.6)$$

Les valeurs de l'angle  $\theta$  correspondant aux **maximum de l'intensité** sont donc telles que,

$$\sin \theta = n \frac{\lambda}{d} \quad (11.7)$$

Pratiquement on utilise une lentille convergente pour observer les franges d'interférence, et l'on place l'écran dans le plan focal de la lentille (voir dessin ci-dessous). Les rayons  $r_1$  et  $r_2$  qui convergent au point  $P$  sont ainsi parallèles et leur différence de chemin optique est toujours donnée par la relation (11.6).



Lentille utilisée pour produire des franges d'interférence. Dans la réalité, la distance focale  $f \gg$  la distance  $d$  entre les 2 fentes.

### a) Calcul de l'intensité

La variation de l'intensité en fonction de l'angle  $\theta$  se calcule comme au § 3.2 b et l'on obtient

$$I(r, \theta) = 4 I_0(r) \cos^2 \left( \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \quad (11.8)$$

Pour faire apparaître clairement l'importance de la cohérence pour observer des interférences, nous recalculons ci-dessous l'intensité  $I(r, \theta)$  dans le cas des ondes lumineuses. Soit 2 sources  $S_1$  et  $S_2$  émettant des ondes lumineuses de même fréquence, telles que leurs champs électriques au point  $P$  sont donnés par,

$$\begin{cases} E_1(r_1, \theta, t) = E_0 \sin(kr_1 - \omega t + \phi_1) \\ E_2(r_2, \theta, t) = E_0 \sin(kr_2 - \omega t + \phi_2) \end{cases} \quad (11.9)$$

où les phases  $\phi_1(t)$  et  $\phi_2(t)$  fluctuent en fonction du temps. Nous avons admis pour simplifier (cas où  $D \gg d$ ) que les amplitudes  $E_0(r_1)$  et  $E_0(r_2)$  sont les mêmes, égales à  $E_0$ .

L'intensité  $I_0$  que l'on obtient sur l'écran en bouchant la fente  $S_2$  est donnée par,

$$I_0(r_1) = \epsilon_0 c \langle E_1^2 \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2$$

où le facteur  $1/2$  provient de la moyenne temporelle de  $\sin^2(\phi)$ . L'intensité  $I_0(r_2)$  de la source 2 est donnée par une expression équivalente. Avec les approximations faites

$$I_0(r_1) = I_0(r_2) = I_0 = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \quad (11.10)$$

L'intensité résultant de la superposition des 2 ondes est donnée par,

$$I(P) = c \epsilon_0 <(E_1 + E_2)^2>$$

soit,

$$I(P) = \underbrace{c \epsilon_0 <E_1^2>}_{I_0} + \underbrace{c \epsilon_0 <E_2^2>}_{I_0} + \underbrace{2 c \epsilon_0 <E_1 E_2>}_{\text{terme d'interférence}}$$

Les 2 premiers termes correspondent aux intensités des sources  $S_1$  et  $S_2$  seules, le 3ème terme rend compte des phénomènes d'interférence. Evaluons-le explicitement,

$$<E_1 E_2> = E_0^2 <\sin(k r_1 - \omega t + \phi_1) \sin(k r_2 - \omega t + \phi_2)>$$

et en remplaçant le produit des sinus par leur somme et différence,

$$\begin{aligned} <E_1 E_2> &= \frac{1}{2} E_0^2 <\cos[k(r_1 - r_2) + \phi_1 - \phi_2]> \\ &\quad - \frac{1}{2} E_0^2 <\cos[k(r_1 + r_2) - 2\omega t + \phi_1 + \phi_2]> \end{aligned} \quad (11.11)$$

Dans le cas où les **2 sources** sont **cohérentes**,  $\phi_1(t) = \phi_2(t)$ , on obtient

$$<E_1 E_2> = \frac{1}{2} E_0^2 \cos[k(r_1 - r_2)] + 0$$

où l'on a tenu compte du fait que la moyenne sur une fonction sinusoïdale en fonction de  $t$  est nulle. On obtient donc,

$$I(P) = 2 I_0 + 2 I_0 \cos[k(r_1 - r_2)]$$

soit

$$I(P) = 4 I_0 \cos^2 \frac{k(r_1 - r_2)}{2} = 4 I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)$$

où l'on a tenu compte de  $r_1 - r_2 = d \sin \theta$  et de  $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2(\alpha/2)$ . On retrouve donc bien la relation 11.8 établie au § 3.3.

Dans le cas où les **2 sources** sont **non cohérentes**, le second terme de (11.11) s'annule toujours, le premier terme devient

$$\langle E_1 \cdot E_2 \rangle = E_0^2 \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \cos [k(r_1 - r_2) + \phi(t)] dt$$

où  $\phi(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t)$  fluctue rapidement au cours du temps. Le  $\cos [ ]$  prend alternativement des valeurs positives et négatives et en moyenne il s'annule. Le **terme d'interférence est nul**. L'intensité résultante est simplement donnée par

$$I(r_1, r_2, \theta) = I_0(r_1) + I_0(r_2) ,$$

elle varie lentement lorsque  $r_1, r_2$  croissent sans effet d'interférence.

Lorsqu'on effectue l'expérience décrite dans la figure de la page 326, on obtient des franges d'interférence formées de bandes alternativement claires et foncées.



La position des bandes claires par rapport à la frange centrale est donnée par (voir Fig. p. 327),

$$y_n = f \cdot \tan \theta \cong f \sin \theta = n f \frac{\lambda}{d}$$

où  $y_n$  repère la position de la **frange d'ordre n**.

Dans le cas où  $\lambda = 546 \text{ nm}$  (lampe à vapeur de mercure),  $d = 0,1 \text{ mm}$ ,  $f = 1 \text{ m}$ .

$$\sin \theta = n \frac{\lambda}{d} = n \frac{546 \cdot 10^{-9}}{0.1 \cdot 10^{-3}} = n \cdot 5,46 \cdot 10^{-3}$$

soit

$$\underline{\theta (^\circ) \cong n + 0,31}$$

$$\underline{y_n = n \cdot 5,46 \text{ mm}}$$

On constate que même pour des ordres d'interférence  $n$  élevés, les angles  $\theta$  correspondants restent faibles.

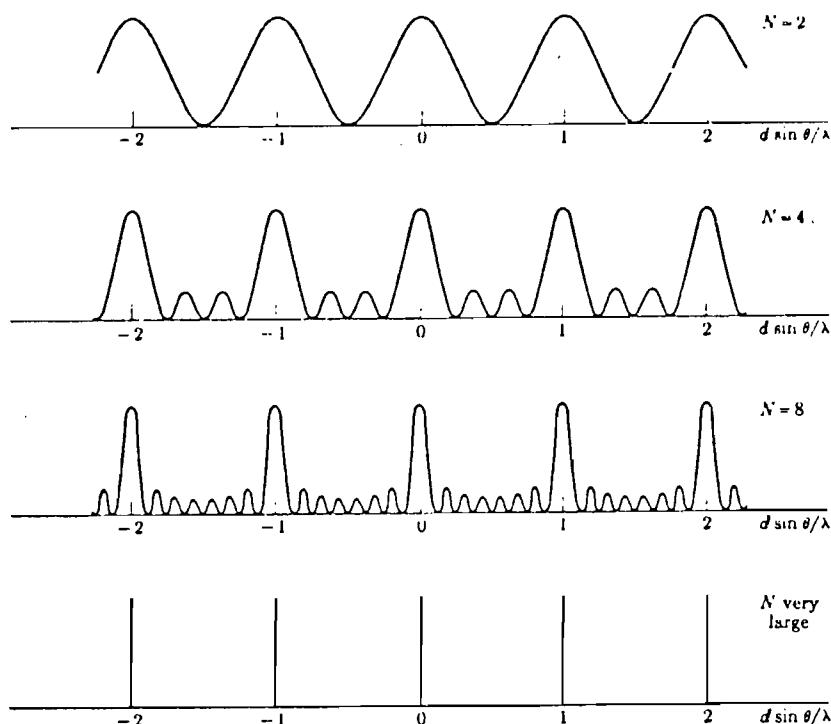
b) Interférence à fentes multiples

Dans le cas d'interférence à 2 fentes, la **largeur** angulaire d'une **frange d'interférence** est de l'ordre de grandeur de la distance entre le maximum et le 1er minimum, soit de l'ordre de

$$\Delta\theta = \left\{ n + \frac{1}{2} \right\} \frac{\lambda}{d} - n \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{2d} \quad (11.12)$$

——————      ——————  
 condition d'interférence      condition d'interférence  
 destructive                      constructive

Pour faire diminuer la largeur d'une frange, il faut superposer les ondes cohérentes émises par plusieurs fentes équidistantes. On peut montrer dans ce cas que l'intensité résultante est donnée par le graphique ci-dessous,



Intensité de la figure d'interférence de 2, 4, 8 et une infinité de fentes équidistantes. La distance  $d$  entre 2 fentes ne varie pas.

La distance entre la position des pics principaux, toujours donnés par la relation 11.7, et le 1er minimum secondaire est telle que

$$\Delta\theta \approx \frac{1}{N} \frac{\lambda}{d} \quad (11.13)$$

où  $N$  est le nombre de fentes.

Pour obtenir l'intensité décrite dans la Fig. ci-dessus, il faut sommer les champs électriques des  $N$  fentes. On peut utiliser la méthode graphique des phaseurs, ou passer en notation complexe pour arriver rapidement au résultat (voir exercices).

Dans la pratique, il faut **tenir compte** du fait que la **largeur des fentes est finie**, ce qui introduit une modulation de l'intensité des pics due à la **diffraction** sur une fente (voir § 11.4).

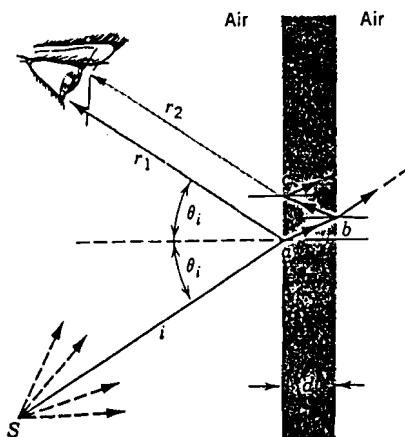
## 11.2 Interférences produites par divers dispositifs

Tous les dispositifs produisant des interférences séparent un faisceau lumineux incident en deux ou plusieurs faisceaux qui se recombinent ensuite pour former des interférences.

### a) Interférences produites par des films minces

Nous avons tous admiré les couleurs qui apparaissent lorsqu'une fine couche d'huile s'étale à la surface de l'eau ou les couleurs qui apparaissent dans une bulle de savon. Une couche d'oxyde transparent, déposée sur la lentille d'un appareil de photo permet de diminuer la lumière réfléchie. Tous ces phénomènes sont produits par l'interférence de la lumière sur un film mince.

Pour comprendre ce qui se passe, considérons la lumière de la source  $S$  réfléchie par un film mince d'épaisseur  $d$  et d'indice de réfraction  $n$ .



L'oeil est placé de telle sorte qu'un rayon incident  $i$  "pénètre" dans l'oeil après réflexion sur la face avant du film en  $a$ . Le rayon incident pénètre dans le film, est réfléchi en  $b$  par sa face arrière; puis ressort du film en  $c$ . Les rayons  $1$  et  $2$  interfèrent et les conditions d'interférence dépendent de leur différence de phase  $\Delta\phi$ .

Pour calculer  $\Delta\phi$  il faut tenir compte des différences de chemin optique entre les 2 rayons, mais aussi **des changements de phase possibles à la réflexion**. Nous avons vu au § 3.2 que si une onde est incidente d'un milieu d'impédance  $Z_1$  et se réfléchit sur un milieu d'impédance  $Z_2$ , l'onde réfléchie est en phase si  $Z_2 < Z_1$ , elle est déphasée de  $\Pi$  si  $Z_2 > Z_1$ . Dans le cas d'une onde EM, l'impédance est proportionnelle à l'indice de réfraction  $n$ . L'onde réfléchie sur la face avant du film est ainsi déphasée de  $\Pi$ , par contre, l'onde réfléchie sur la face arrière n'est pas déphasée. C'est ce qui explique qu'un film très mince (tel que  $d \ll \lambda$ ) ne réfléchit pas la lumière. En effet les rayons  $r_1$  et  $r_2$  sont déphasés de  $\Pi$  et interfèrent de façon destructive.

La différence de chemin optique dépend de l'angle d'incidence  $\theta_i$  et de l'angle de réfraction. Il faut aussi tenir compte du fait que la longueur d'onde de la lumière dans le film mince est égale à  $\lambda/n$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le vide. Pour un film d'épaisseur  $d$  à incidence normale ( $\theta_i = 0$ ), le déphasage  $\Delta\phi$  vaut donc,

$$\Delta\phi = \frac{2d}{\lambda/n} 2\Pi - \Pi \quad (11.14)$$

La longueur d'onde  $\lambda$  correspondant à un **maximum d'intensité réfléchie** est ainsi donnée par  $\Delta\phi = m \cdot 2\Pi$  ( $m$  entier), soit

$$\lambda = \frac{2d \cdot n}{m + \frac{1}{2}} \quad (11.15)$$

Ainsi lorsque de la lumière blanche est incidente sur un film d'eau d'épaisseur  $d = 320 \text{ nm}$  et d'indice de réfraction  $n = 1.33$ , une interférence constructive aura lieu pour

m	0	1	2
$\lambda \text{ (nm)}$	1702	567	340

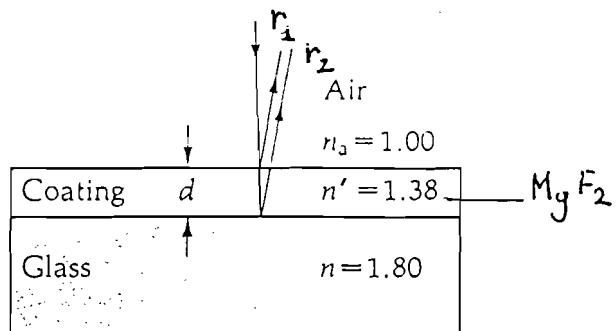
seul le maximum  $m = 1$  est dans le visible, la lumière réfléchie est jaune-verte.

Lorsque l'épaisseur du film varie, les conditions d'interférence destructive ou constructive changent, et des plages de couleurs différentes apparaissent.

On peut, en s'intéressant à la **lumière transmise** par un film mince, réaliser des **filtres interférentiels** qui ne laissent passer que les composantes de la lumière d'une longueur d'onde bien définie. Dans ce cas, il n'y a pas de déphasage, et la condition d'interférence constructive est donnée par

$$2d = m \frac{\lambda}{n} \quad (11.16)$$

Les **couches antireflet** déposées sur les objectifs des appareils optiques ont des caractéristiques telles que toute l'énergie lumineuse est transmise, sans réflexion. Un schéma est donné ci-dessous.



Pour éviter les reflets, il faut qu'il y ait une interférence destructive entre les rayons réfléchis  $r_1$  et  $r_2$ , soit  $\Delta\phi = \Pi$ . Dans ce cas il faut tenir compte d'un déphasage de  $\Pi$  à la réflexion pour le rayon  $r_1$  et pour le rayon  $r_2$  ( $n_{\text{verre}} > n_{\text{MgF}_2}$ ). Cela implique à incidence normale que l'épaisseur  $d$  de la couche antireflet est telle que

$$\Delta\phi = \frac{2d}{\lambda/n} 2\pi = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 2\pi$$

soit pour  $m = 0$ ,

$$d = \frac{1}{4} \frac{\lambda}{n} \quad \text{où} \quad n' = 1.38 \quad (11.17)$$

Dans le cas de la lumière visible à  $\lambda = 550 \text{ nm}$ , on obtient  $d = 100 \text{ nm}$ .

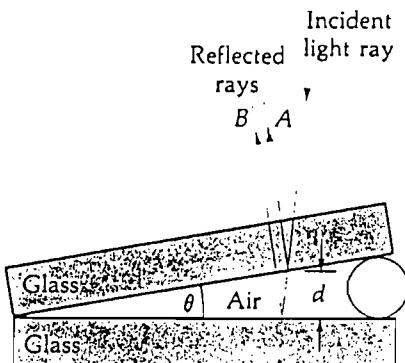
Il faut en réalité tenir compte des réflexions multiples dans la couche de  $\text{MgF}_2$  et dans le verre. Le calcul exact montrerait qu'il faut en plus de la condition (11.17) réaliser la condition

$$n' = \sqrt{n_a \cdot n} \quad (11.18)$$

où ici  $n_a \triangleq$  air,  $n' \triangleq \text{MgF}_2$  et  $n \triangleq$  verre.

### b) Lames formant un coin

Soit 2 lames de verre, en contact le long d'une arête, formant un angle  $\theta$  très faible (voir dessin).



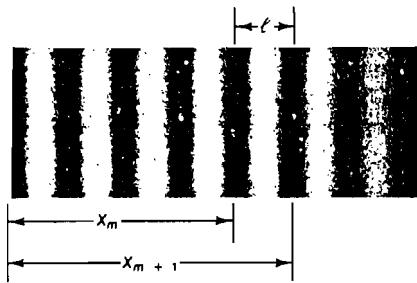
De la lumière monochromatique est réfléchie par les 2 faces internes des lames de verre formant le "coin", les rayons réfléchis étant notés A, B (en toute rigueur il faudrait tenir compte là aussi des réflexions multiples). La condition d'interférence constructive est donnée par,

$$\Delta\phi = \frac{2d}{\lambda} 2\pi + \Pi = m \cdot 2\pi$$

soit,

$$d = (m - 1/2) \lambda/2$$

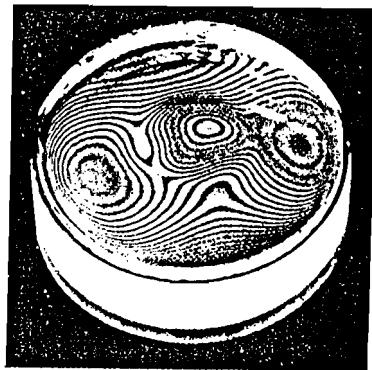
où l'on a tenu compte du déphasage de  $\Pi$  lors de la réflexion du rayon B (il n'y a pas de déphasage pour le rayon A). Si les lames de verre ont des surfaces parfaitement planes, on obtient des franges d'interférence, alternativement claires et foncées, équidistantes (voir dessin).



La distance  $\ell$  entre 2 fentes dépend de l'angle  $\theta$ , elle est donnée par,

$$\ell = \frac{\Delta d}{\theta} = \frac{\lambda}{2\theta} \quad (11.19)$$

La **planéité d'une surface** peut être déterminée en mettant en contact cette surface avec une surface de référence optiquement plane (variation épaisseur  $\ll \lambda$ ). Des franges d'interférence sont ainsi formées entre les 2 surfaces. Une frange sombre apparaît au contact des 2 surfaces (à cause du déphasage de  $\pi$ ). En passant d'une frange sombre à une frange claire on sait que le défaut de planéité est de  $\lambda/4$ .

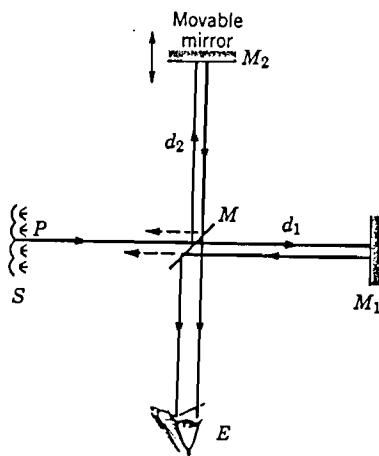


Les franges d'interférence indiquent des défauts de planéité. 3 endroits correspondant à des maxima (ou minima) d'épaisseur sont mis en évidence dans cette expérience.

Les **anneaux de Newton** apparaissent lorsqu'on met en contact une surface plane et une surface convexe s'expliquent de la même façon (voir exercices).

### c) L'interféromètre de Michelson

Un **interféromètre** est un instrument qui permet de mesurer des longueurs ou des variations de longueur en formant des franges d'interférence. La précision obtenue est une fraction de la longueur d'onde de la lumière. Le schéma de principe d'un interféromètre est donné ci-dessous.

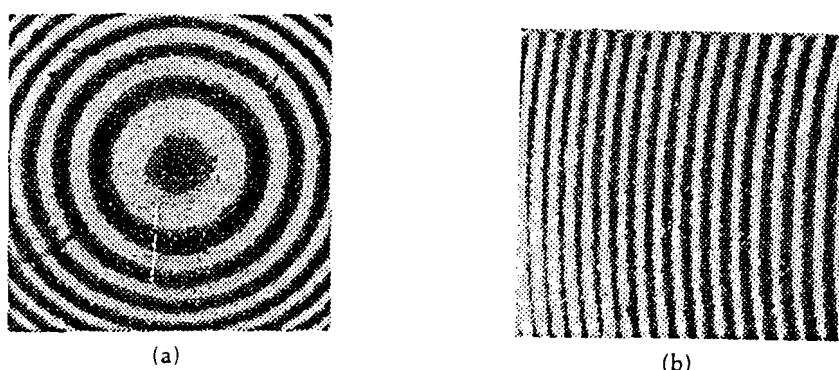


De la lumière est issue du point P d'une source étendue S. Elle est incidente sur un miroir semi-transparent M, qui possède une couche réfléchissante telle qu'elle transmet la moitié de l'intensité incidente et réfléchit l'autre partie. Au point M la lumière est donc divisée en 2 ondes, l'une se dirigeant vers le miroir  $M_1$  et l'autres vers  $M_2$ . Les ondes sont réfléchies par les miroirs en direction de l'observateur E, après nouvelle réflexion-transmission sur le miroir semi-transparent M. Les ondes, issues du même point P de la source sont cohérentes, elles interfèrent.

Lorsque les 2 miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont exactement perpendiculaires, l'effet est le même que si la lumière d'une source étendue S est incidente sur une couche d'air uniforme située entre 2 plaques de verre distantes de  $d_2 - d_1$  (voir dessin).

Des franges d'interférence apparaissent, à cause des petites variations de l'angle d'incidence pour des points différents de la source étendue (pour une distance  $d_2 - d_1$  assez grande, de très faibles variations angulaires résultent en des différences de chemin optique de l'ordre de  $\lambda$ ). On obtient dans ce cas des franges d'interférence circulaire comme dans la partie a) du dessin ci-dessous. Lorsque le miroir  $M_2$  se déplace de  $\lambda/2$ , le 1er anneau foncé prend la place du point central, correspondant à une différence de phase de  $2\pi$ . On peut ainsi mesurer avec grande précision des variations de longueur en comptant le nombre de franges se déplaçant.

Dans le cas où les 2 miroirs forment un faible angle, le point central se déplace et l'on observe des franges d'interférence telles que reproduites sous b).



Michelson a utilisé son instrument pour mesurer la longueur du **mètre standard** conservé à Paris, en terme de la longueur d'onde de l'émission dans le rouge d'une source lumineuse contenant du cadmium.

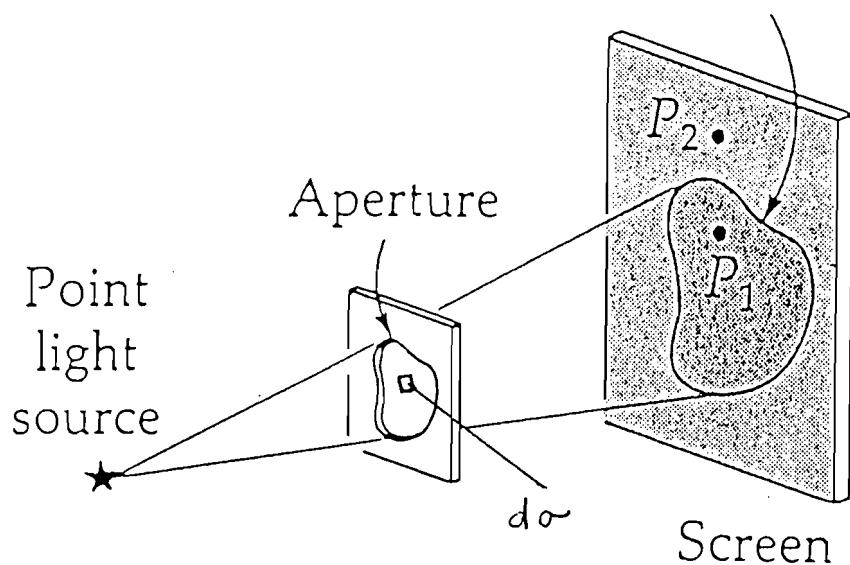
L'interféromètre de Michelson a d'autre part été utilisé pour mesurer la vitesse de la lumière dans une direction parallèle au mouvement de la terre et dans la direction perpendiculaire, pour déterminer l'influence de la vitesse de la terre par rapport à l'éther dans lequel se déplace (croyait-on) une onde lumineuse. L'effet, tel que calculé, aurait dû conduire à un déplacement de 0.4 franges d'interférence, aisément mesurable. Ils ne trouvèrent aucun déplacement, ce qui a permis d'infirmer les idées de propagation de la lumière dans un milieu matériel (l'éther).

### 11.3 Les phénomènes de diffraction. Généralités.

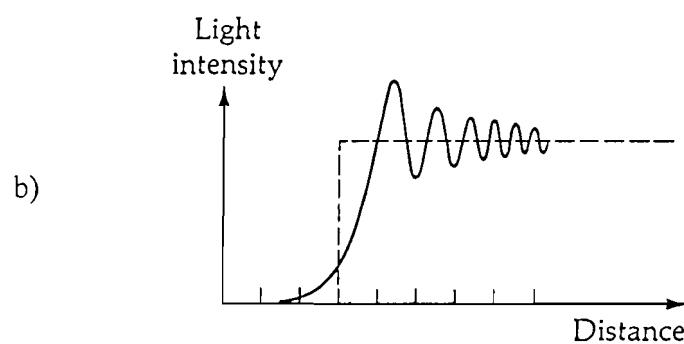
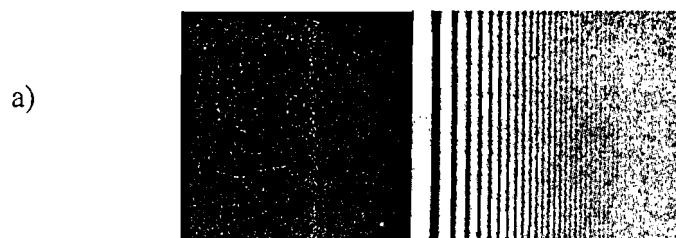
Les effets de la diffraction étaient connus de Newton et de Huygens, ce n'est cependant qu'au début du XIXe siècle qu'une explication des phénomènes de diffraction a été proposée par J. Fresnel (1788 - 1827). Ils sont importants, tout particulièrement parce qu'ils limitent la résolution maximale que l'on peut obtenir avec un instrument d'optique.

### a) Le phénomène de diffraction

De façon générale, les phénomènes de diffraction apparaissent lorsqu'une ouverture ou un obstacle est placé entre une source lumineuse et un écran (voir dessin ci-dessous).



A titre d'exemple nous donnons ci-dessous la variation de l'intensité lumineuse proche d'une lame de rasoir qui intercepte un faisceau lumineux.



S'il n'y avait pas de diffraction on observerait une brusque variation de l'intensité, correspondant au traitillé (Fig. b), d'une région sombre à une région claire. En réalité lorsqu'on regarde en détail la variation de l'intensité lumineuse très proche de la lame, on observe des bandes alternativement sombres et claires; elles résultent de la diffraction.

En plaçant un disque opaque entre une source lumineuse monochromatique et un écran, on peut même voir dans certaines situations un point clair, au centre du disque, en observant l'ombre du disque sur l'écran. C'est un effet inattendu, mais bien réel, de la diffraction.

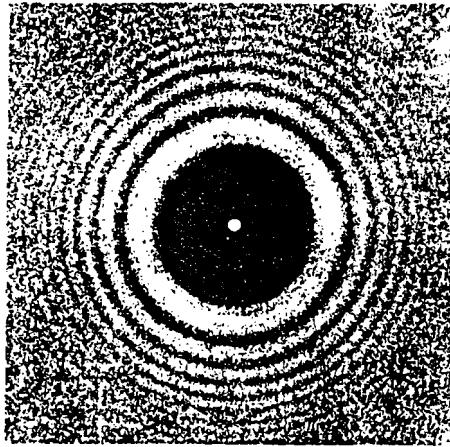
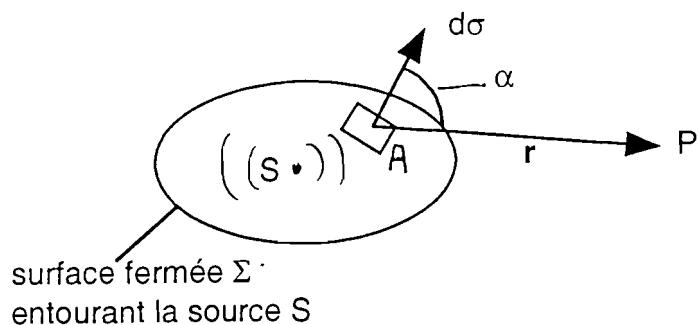


Figure de diffraction d'un disque. Le point clair au centre du disque est effectivement observé.

b) Le principe de Huygens

Pour calculer la diffraction d'une ouverture telle que celle représentée à la page 338, il faut admettre que chaque élément de surface infinitésimal  $d\sigma$  de l'ouverture est la source d'une onde sphérique dont la phase et l'amplitude dépendent de la phase et de l'amplitude de l'onde émise par la source (ponctuelle ici). Les ondes émises par chaque élément de surface  $d\sigma$  se superposent en un point  $P$  de l'écran, ce qui permet de calculer l'intensité de l'onde diffractée en  $P$  en sommant une infinité d'ondes d'amplitude infinitésimale (proportionnelle à  $d\sigma$ ).

La justification profonde d'une telle démarche est fondée sur un théorème mathématique qui affirme que si une surface fictive fermée  $\Sigma$  entoure une source  $S$ , l'onde émise par  $S$  en un point  $P$ , peut se calculer en admettant que chaque élément de surface  $d\sigma$  de  $\Sigma$  émet une onde sphérique.



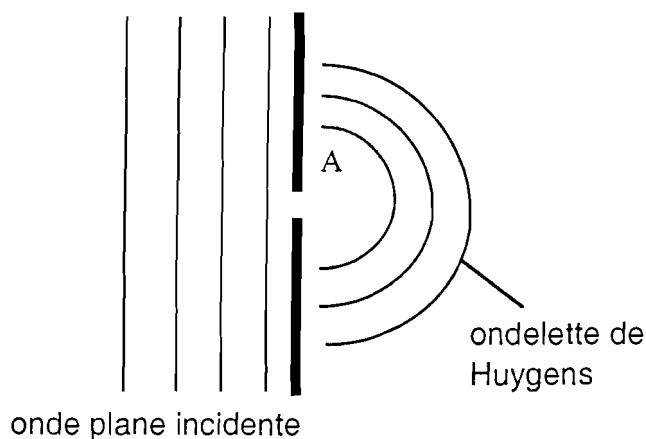
$$f_P = \iint_{\Sigma} g(\alpha) \frac{f_A \left( t - \frac{u}{r} \right)}{r} d\sigma$$

où  $f_A(t)$  est l'onde émise par la source  $S$  au point  $A$ ,  $g(\alpha)$  est un facteur directionnel, et  $f_P$  est l'onde émise par la source au point  $P$ .

Ce résultat est connu sous le nom de **principe de Huygens**, il affirme :

Tout point  $A$  atteint par une onde est la source d'une onde sphérique (de même fréquence) dont la phase et l'amplitude dépendent de la phase et de l'amplitude de l'onde incidente. Ces ondes sont dites "ondelettes de Huygens".

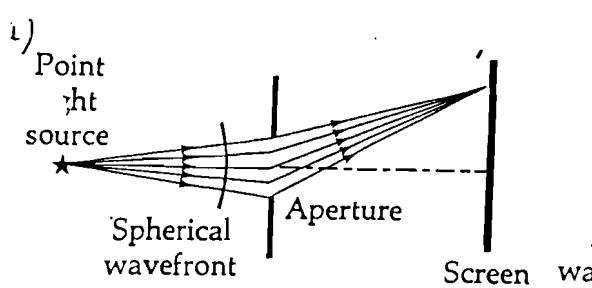
**Plus concrètement**, on observe dans la cuve à onde que si l'ouverture, de largeur  $a$ , d'une fente dans un écran est beaucoup plus faible que la longueur d'onde ( $a \ll \lambda$ ), l'onde émise par la fente est sphérique, elle correspond à une ondelette de Huygens.



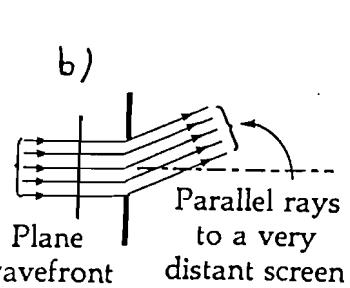
Nous utiliserons le principe de Huygens pour calculer au § 11.4 l'onde diffractée par une fente.

c) Diffraction de Fresnel et de Fraunhofer

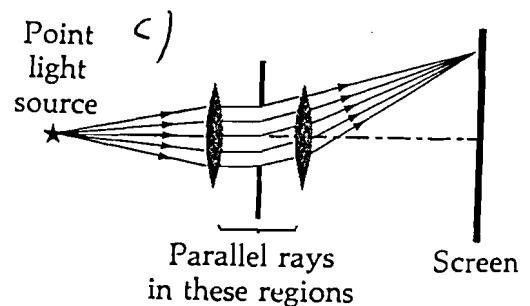
La diffraction de l'onde émise par la source  $S$  en présence de l'ouverture (voir page 338) est difficile à calculer si la source et l'écran sont proches de l'ouverture. Cette situation correspond à celle décrite dans la partie a) de la figure ci-dessous. C'est le cas général de la diffraction, on parle de **diffraction de Fresnel**.



Diffraction de Fresnel



Diffraction de Fraunhofer



La partie b) décrit une situation plus facile à analyser, dans laquelle la source et l'écran sont à l'infini. Cette situation correspond à la **diffraction de Fraunhofer**. Concrètement, on peut réaliser ces conditions en plaçant la source  $S$  dans le plan focal objet d'une lentille, et l'écran dans le plan focal de l'autre lentille (voir partie c).

**Dans la vie quotidienne**, les phénomènes de diffraction ne sont en général pas perceptibles. D'une part, ils sont très faibles et n'apparaissent que très proches des bords de l'image d'un objet. D'autre part, la lumière blanche est une superposition de longueurs d'onde, chaque longueur d'onde produit une figure de diffraction qui lui est propre. La superposition des figures de diffraction de l'ensemble des longueurs d'onde rend moins net l'effet de la diffraction.

### 11.4 Diffraction par une fente.

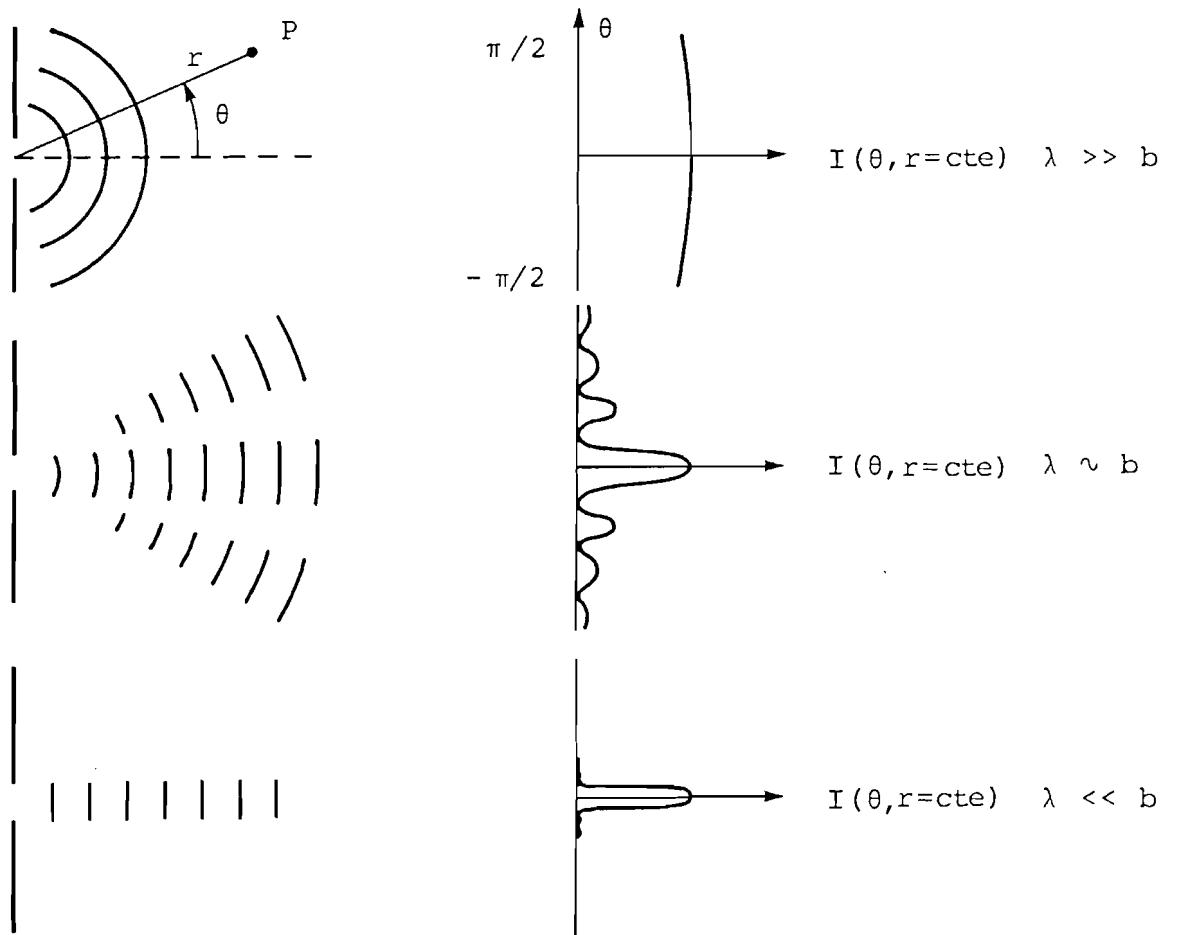
#### a) Observation expérimentale

Lorsqu'une onde sinusoïdale de longueur d'onde  $\lambda$  est incidente sur un écran percé d'une fente de largeur  $a$ , on observe que l'amplitude de l'onde après la fente dépend du rapport  $\lambda/a$ . Dans le **cas de la cuve à onde**, on observe en particulier (voir dessin) que si :

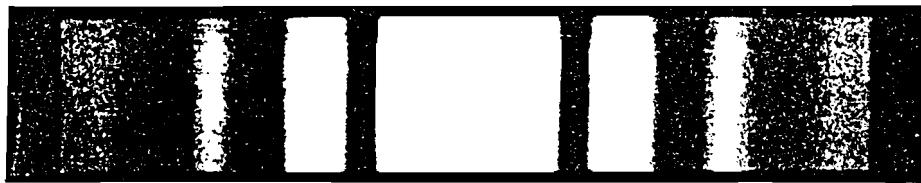
$\lambda \gg a$  : l'onde est circulaire, son intensité est indépendante de  $\theta$

$\lambda \sim a$  : il apparaît des maxima et minima d'amplitude en fonction de l'angle  $\theta$

$\lambda \ll a$  : l'onde est essentiellement plane, son intensité s'annule sauf pour  $\theta \approx 0$



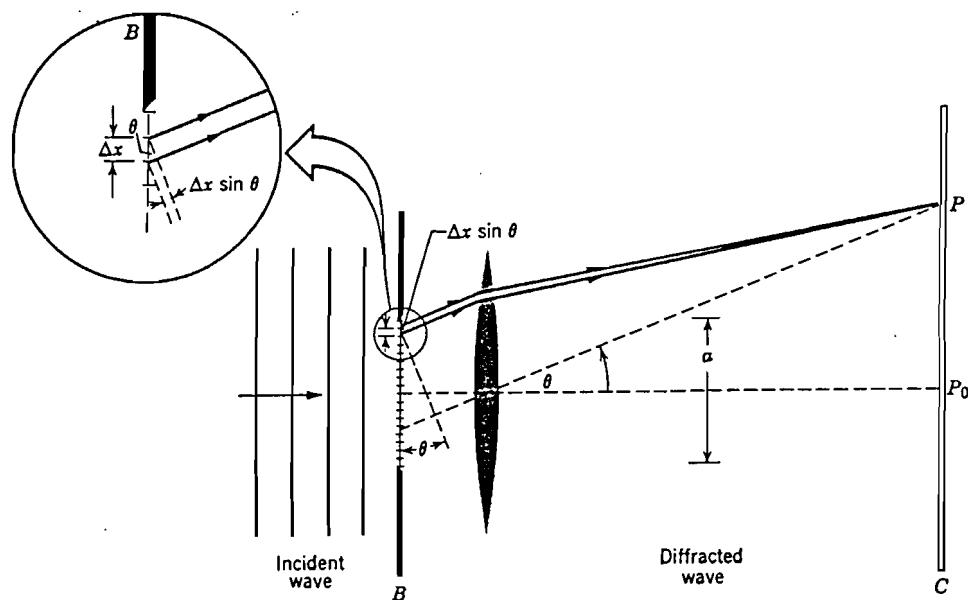
Lorsqu'on envoie une **onde lumineuse** de longueur d'onde bien définie sur une fente de largeur  $a$  percée dans un écran, on observe des bandes alternativement claires et foncées, telles que celles données dans la figure ci-dessous.



La largeur de la tache claire centrale, ou plus exactement la largeur angulaire  $\Delta\theta$  de la tache centrale, dépend du rapport  $a/\lambda$ . On constate, pour une longueur d'onde donnée, que  **$\Delta\theta$  croît lorsque la largeur de la fente diminue**. Ce résultat, à première vue surprenant, est une manifestation caractéristique de la diffraction sur une fente.

b) Calcul de l'intensité diffractée par une fente

Soit une onde plane, de longueur d'onde  $\lambda$ , incidente sur une fente de largeur  $a$ . On désire calculer l'intensité de la lumière traversant la fente sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille. Le dessin ci-dessous résume la situation choisie.



**Le phénomène de base** à la source de la diffraction et de l'interférence est le même. Lors de l'interférence de 2 ou plusieurs sources cohérentes, on calcule en un point  $P$  le champ électrique résultant de la superposition des champs électriques de chaque source. C'est le déphasage au point  $P$  de l'onde émise par une source par rapport à l'onde émise par une autre source qui est responsable de l'apparition de maxima de minima d'amplitude en fonction de  $\theta$ .

Dans le cas de la diffraction, on divise la largeur de la fente en  $N$  parties de largeur  $\Delta x$ . Chacun des éléments  $\Delta x$  de la fente émet une onde sphérique (principe de Huygens). En particulier les éléments d'onde émis dans la direction  $\theta$  (voir dessin) se superposent en  $P$ . C'est la phase relative d'une onde par rapport à l'autre qui est responsable de l'amplitude résultante en  $P$ , et par conséquent du phénomène de diffraction. On remarque sur le dessin ci-dessus que la différence de chemin optique entre 2 éléments de fente  $\Delta x$  est égale  $\Delta x \sin \theta$ , il lui correspond un déphasage

$$\Delta\phi = \frac{\Delta x}{\lambda} \sin \theta \cdot 2\pi$$

De ce point de vue on peut considérer la diffraction comme l'interférence d'un très grand nombre de sources. En passant à la limite, soit en faisant tendre  $\Delta x$  vers  $dx$  et  $N$  vers l'infini, la diffraction apparaît comme l'interférence d'un nombre infini de sources, chaque source émettant une onde d'amplitude infinitésimale.

Pour faire le calcul explicite, notons  $\Delta E(r(x, \theta), t)$  le champ électrique de l'onde émise par l'élément de largeur  $\Delta x$  de la fente, situé à l'abscisse  $x$ , où  $x$  est mesuré par rapport au centre de la fente ( $x$  varie entre  $-a/2$  et  $a/2$ ).  $r(x, \theta)$  mesure le chemin optique d'un rayon lumineux issu de l'élément  $\Delta x$  dans la direction  $\theta$ , il est tel que

$$r = r(x, \theta) = \underbrace{r(0, \theta)}_{r_0} - x \sin \theta$$

On a donc

$$\Delta E(r, t) = A \cdot \Delta x \cos \underbrace{[k \cdot r(x, \theta) - \omega t]}_{\Delta E_0}$$

où l'on a tenu compte du fait que l'amplitude  $\Delta E_0 = A \cdot \Delta x$  de l'onde émise par la largeur  $\Delta x$  de la fente est proportionnelle à  $\Delta x$  (principe de Huygens). On a donc

$$\Delta E(r, t) = A \cdot \Delta x \cos [k \cdot r_0 - k x \sin \theta - \omega t]$$

Pour calculer le champ  $E(r, \theta, t)$  de la fente dans la direction  $\theta$  (soit au point  $P$  du dessin), il faut intégrer sur la largeur de la fente en remplaçant  $\Delta x$  par l'élément infinitésimal  $dx$ .

$$E(r_0, \theta, t) = A \int_{-a/2}^{a/2} dx \cos [k r_0 - k x \sin \theta - \omega t]$$

Il est plus simple de passer en notations complexes pour faire le calcul explicite, soit

$$E(r_0, \theta, t) = \operatorname{Re} \tilde{E}(r_0, \theta, t)$$

où

$$\tilde{E}(r_0, \theta, t) = A \int_{-a/2}^{a/2} dx \exp [j(kr_0 - kx \sin \theta - \omega t)]$$

que l'on peut récrire en tenant compte du fait que  $(kr_0 - \omega t)$  ne dépend pas de  $x$ ,

$$\tilde{E}(r_0, \theta, t) = A \exp [j(kr_0 - \omega t)] \int_{-a/2}^{a/2} dx \exp [-j(kx \sin \theta)]$$

où la valeur de l'intégrale est égale à,

$$a \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{k a \sin \theta}{2} \quad (11.20)$$

En prenant la valeur réelle de  $\tilde{E}$ , on obtient finalement

$$E(r_0, \theta, t) = A \cos(kr_0 - \omega t) a \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

L'intensité est donnée par la relation 9.20, elle est proportionnelle à  $\langle E^2(r_0, \theta, t) \rangle$ , soit,

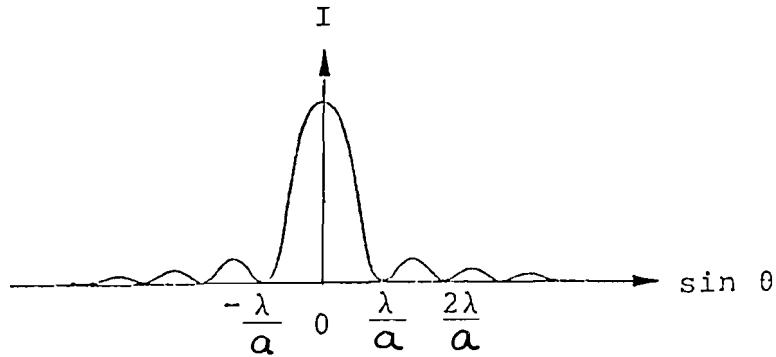
$$\underline{I = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 ; \quad \alpha = \frac{k a \sin \theta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta} \quad (11.21)$$

où  $I_0$  représente l'intensité pour l'angle  $\theta = 0$ , en effet  $\lim (\sin \alpha / \alpha) = 1$  pour  $\theta$  (donc  $\alpha$ ) tendant vers zéro.

Nous représentons dans la figure ci-dessous la variation de l'intensité en fonction de  $\sin \theta$ , elle s'annule pour les valeurs de  $\sin \theta$  telles que

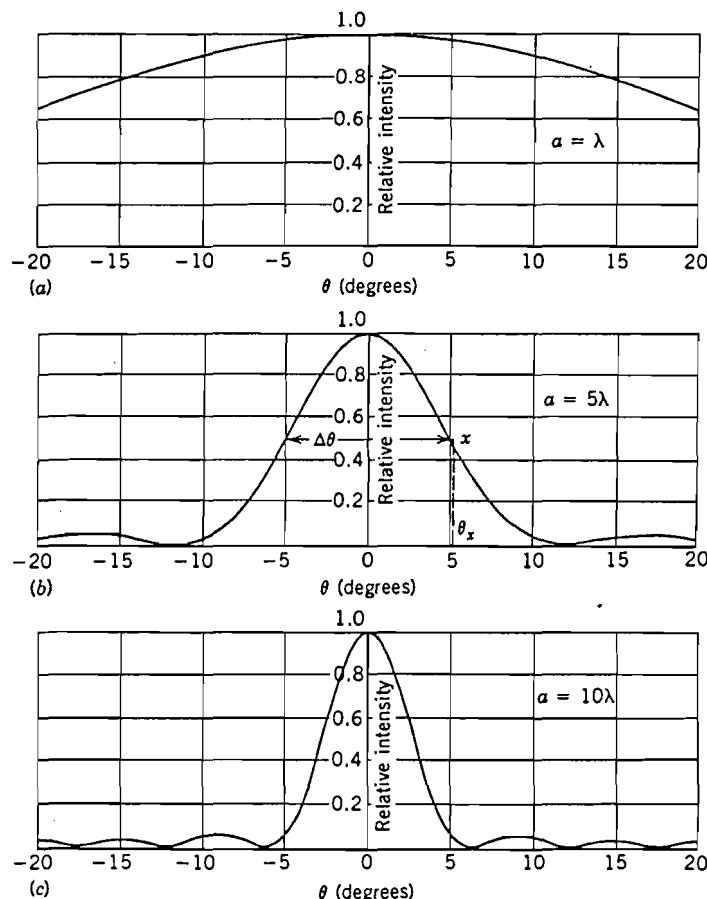
$$\left( \frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta \right) = m \pi \quad \text{soit}$$

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{a} \quad (11.22)$$



On obtient bien, en accord avec la mesure (voir figure de diffraction page 343), des plages alternativement claires et sombres. La largeur **angulaire** de la tache centrale est de l'ordre de  $\Delta\theta = \lambda/a$ , elle croît lorsque  $a$  diminue. On peut vérifier par intégration que plus de 90% de l'énergie lumineuse est contenue dans la tache centrale.

Pour illustrer l'évolution de la largeur de la tache centrale en fonction de la largeur de la fente, nous reportons dans le diagramme ci-dessous l'intensité  $I(\theta)$  pour divers rapports  $a/\lambda$ .



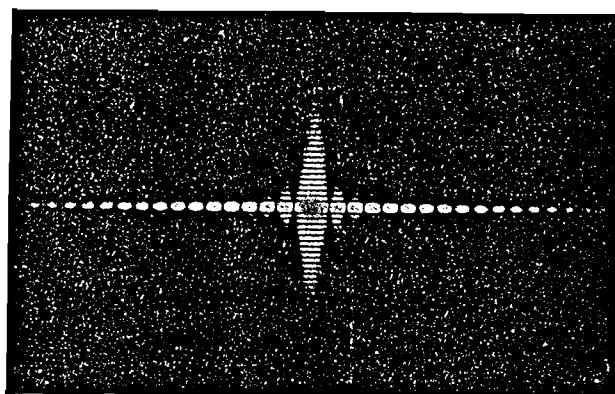
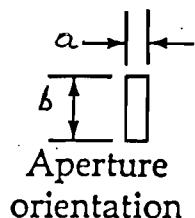
Distribution de l'intensité de la diffraction par une fente pour 3 valeurs différentes du rapport  $a/\lambda$ .  $\Delta\theta$  est une mesure de la largeur du pic central (voir graphique b).

On peut remarquer, en comparant cette figure avec le comportement expérimental décrit à la page 342 dans le cas de la cuve à onde, la bonne concordance entre la théorie et l'expérience.

c) Diffraction par une ouverture rectangulaire

Il faut remarquer que dans le calcul de la diffraction par une fente nous avons omis de mentionner une difficulté. En effet nous avons intégré sur la largeur de la fente, sans tenir compte de la hauteur de la fente. En réalité il aurait fallu calculer l'onde émise par un élément de surface  $d\sigma$  de la fente (principe de Huygens), où  $d\sigma$  se déplace à la fois sur la largeur et la hauteur de la fente. Un tel calcul peut se faire sans difficulté majeure en calculant la diffraction d'une fente rectangulaire de largeur  $a$  et de hauteur  $b$  (pour une fente infinie, telle que implicitement considérée dans le calcul précédent,  $b$  serait infini).

On obtiendrait la figure de diffraction donnée dans la figure ci-dessous. Le long de l'axe horizontal les minima de diffraction (tels que  $\sin \theta = m \lambda/a$ ) sont plus distants que le long de l'axe vertical (tels que  $\sin \theta = m \lambda/b$ ), parce que la hauteur  $b$  de l'ouverture est plus grande que la largeur  $a$ .



Dans la limite où  $b$  est très grand, les minimas selon l'axe vertical sont très rapprochés. La figure de diffraction redonne celle obtenue au § 11.4 b) pour une fente infinie, en faisant un calcul plus simple.

### 11.5 Diffraction par une ouverture circulaire. Le pouvoir de résolution d'un instrument d'optique.

a) Diffraction par une ouverture circulaire

Lorsqu'on focalise une image dans un système optique, la lentille ne laisse passer la lumière que dans un cercle limité par son diamètre. De ce point de vue une lentille se comporte exactement comme une ouverture circulaire dans un écran opaque. Une telle ouverture forme une figure de diffraction comme dans le cas d'une fente. A titre d'exemple nous donnons dans la figure ci-dessous la figure de diffraction d'une source quasi-ponctuelle très éloignée (une étoile) formée sur un film photographique placé dans le plan focal image d'un télescope.

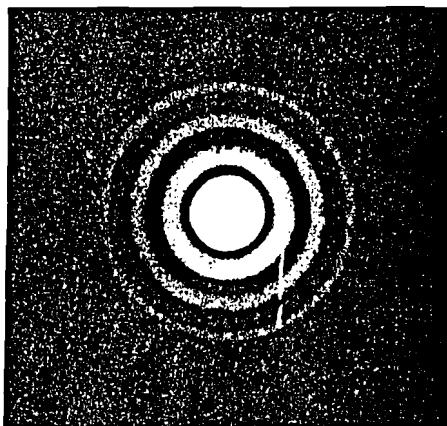


Figure de diffraction d'une ouverture circulaire, la source est à l'infini

Du point de vue de l'optique géométrique on devrait obtenir un point sur le film photographique. La **série d'anneaux concentriques est un effet de la diffraction**.

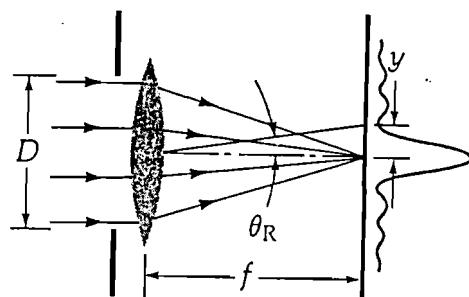
Le calcul de la figure de diffraction pourrait se faire à l'aide du principe de Huygens, en sommant les champs électriques  $dE(x, t)$  émis par les éléments de surface  $d\sigma$ , où  $d\sigma$  parcourt toute la surface de l'ouverture circulaire. **Dans les conditions de Fraunhofer** (source à l'infini et image à l'infini - ou dans le plan focal image d'une lentille), on montre que le **1er minimum de diffraction** a lieu pour un angle  $\theta$  mesuré par rapport à l'axe de l'ouverture, tel que

$$\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (11.23)$$

où  $D$  est la diamètre de l'ouverture. Ce résultat peut être comparé avec celui de la fente où la position du 1er minimum est tel que (voir 11.22),

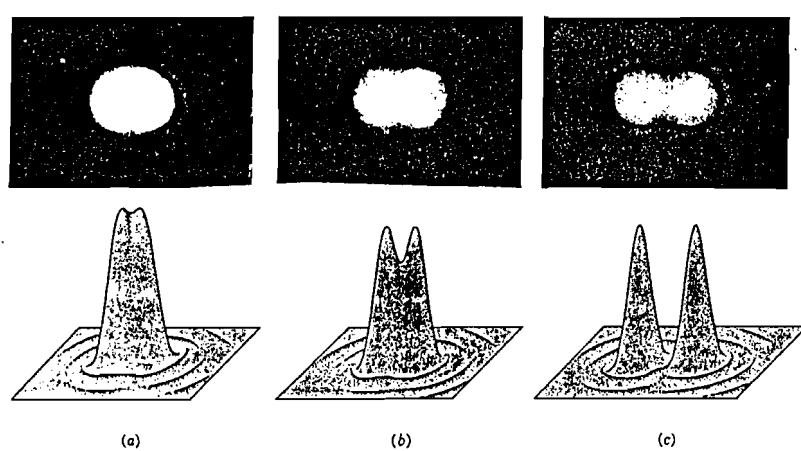
$$\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

On montre d'autre part que le disque central contient 84% de la lumière traversant l'ouverture, 91% étant contenue dans le disque central et le 1er anneau de diffraction.



### b) Le pouvoir de résolution

Le fait que les images obtenues avec une lentille ne soient pas des points, mais des anneaux de diffraction, est important lorsqu'on veut distinguer deux objets éloignés (se comportant comme des sources quasiponctuelles) dont la séparation angulaire est faible. Nous donnons dans la figure ci-dessous la variation de l'intensité de deux sources ponctuelles (des étoiles) dont l'image est formée par une lentille convergente.



En a) les étoiles sont si proches que leurs images ne peuvent pas être séparées. En b) leur séparation angulaire est à la limite de la résolution de l'instrument optique utilisé (elle

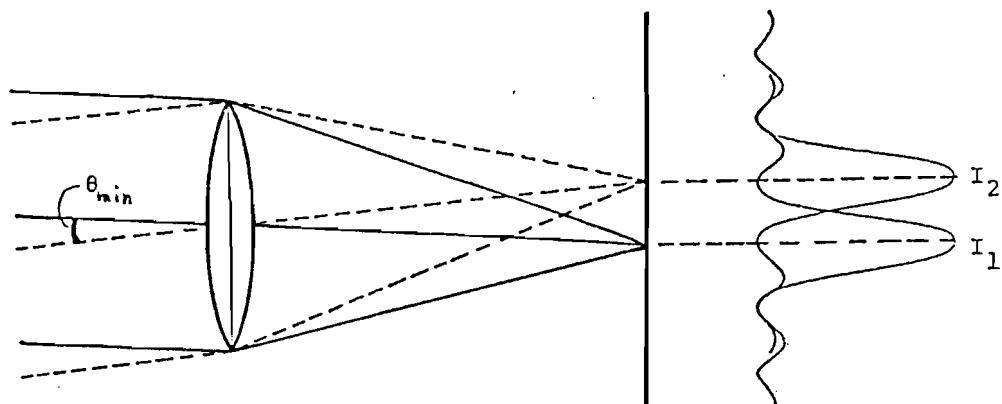
correspond au critère de Rayleigh. En c) les étoiles sont suffisamment éloignées pour être bien résolues.

Plus quantitativement on considère que deux taches images sont encore distinctes si elles satisfont le **critère de Rayleigh**, soit si le maximum central d'une tache correspond au premier minimum de l'autre tache. L'angle  $\theta_{\min}$  minimum que peuvent former deux rayons correspondant à des points distincts est donc donné par la relation,

$$\sin \theta_{\min} = \frac{1.22 \lambda}{D} \quad (11.24)$$

où  $D$  = diamètre de la lentille d'entrée.

La situation correspondant à l'angle  $\theta_{\min}$  est représentée dans la figure ci-dessous,



Ainsi lorsqu'on veut augmenter le pouvoir de résolution d'un instrument, il faut augmenter le diamètre de la lentille d'entrée et/ou diminuer la longueur d'onde. C'est une des raisons pour laquelle les **miroirs des télescopes** sont de grand diamètre, l'autre bien sûr étant qu'il est ainsi possible d'augmenter la quantité de lumière captée.

Pour réduire les effets de diffraction dans un **microscope**, on utilise de la lumière UV, dont la longueur d'onde est plus faible. Dans un **microscope électronique**, l'image est formée à partir d'électrons, auxquels on peut associer une longueur d'onde très faible, typiquement  $10^{-2}$  nm (soit env.  $10^5$  fois plus faible que la lumière visible). C'est ce qui permet de distinguer des objets (atomes par exemple) dont la distance est inférieure à 0.2 nm.

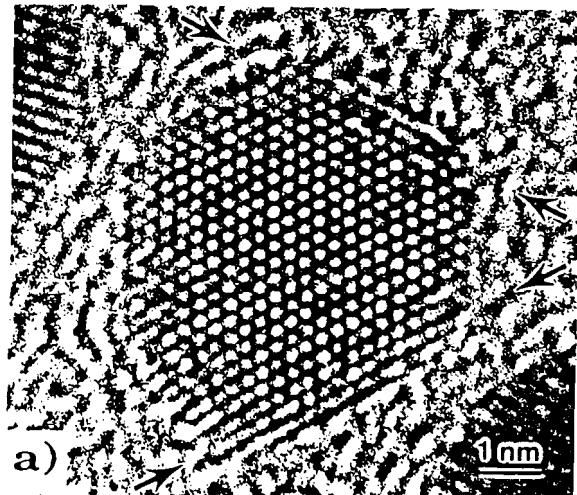
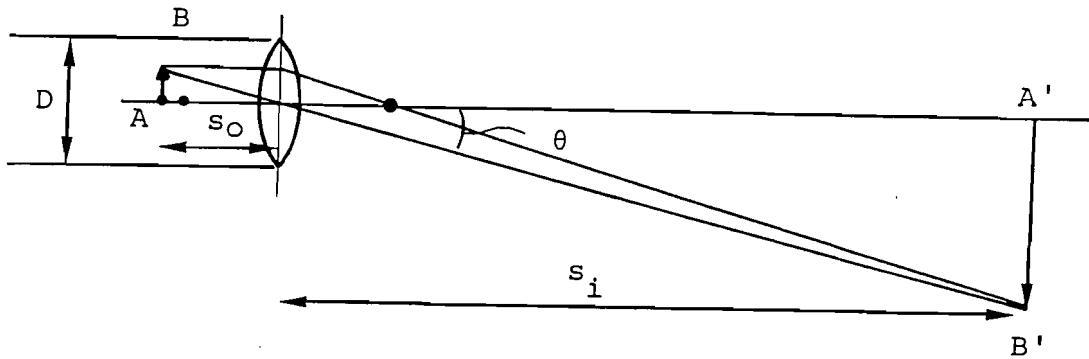


Image obtenue par microscopie électronique par transmission, à haute résolution.  
Particule d'or posée sur un substrat de carbone amorphe.  
Les points blancs correspondent à des colonnes d'atomes.

Nous donnons dans le dessin ci-dessous le schéma d'un **microscope optique**, l'objectif forme de l'objet AB une image A'B'. L'angle  $\theta$  minimum qui permet de distinguer 2 points est donné par,

$$\sin \theta = \frac{1.22 \lambda}{D} \approx \frac{AB}{s_o} \Rightarrow AB \approx 0.61 \lambda \frac{s_o}{D/2} \quad (11.25)$$



La distance minimum que l'on peut observer dépend de  $\lambda$  et de l'ouverture  $D/2s_o$ . Dans un microscope on maximise l'ouverture en plaçant l'objet très près de l'objectif, le rapport  $D/2 s_o$  est égal à  $\sim 0.65$ . On obtient dans ce cas,  $AB \sim \lambda \sim 0.5 \mu\text{m}$ .

Dans le cas de l'oeil, où la distance optimale de vision est de 25 cm et le diamètre de la pupille  $D \approx 2 \text{ mm}$ , on obtient  $AB \approx 75 \mu\text{m}$ .

Il faut noter que durant les dernières années, il est devenu possible d'analyser avec la lumière visible des objets dont les dimensions sont inférieures à la longueur d'onde. Ce sont les techniques dites d'**optique à champ proche** (near field optics). L'idée est de laisser

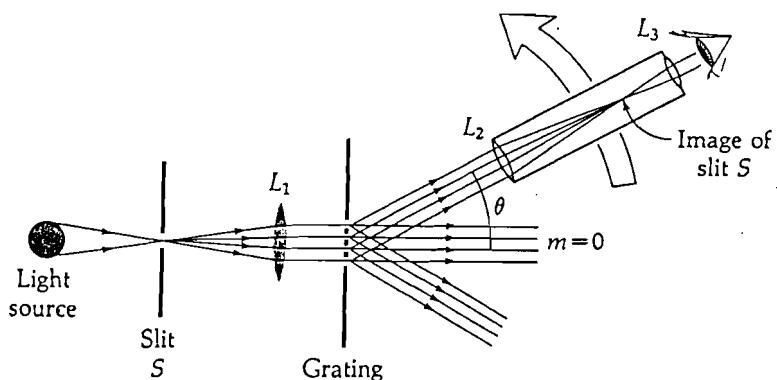
passer la lumière et de recueillir la lumière à travers une ouverture dont le diamètre et de quelques nm. De cette façon des pouvoirs de résolution de quelques nm peuvent être obtenus.

### 11.6 Les réseaux

La **spectroscopie**, c'est-à-dire la détermination des différentes longueurs d'onde émises par une source d'onde EM est une technique puissante pour analyser la composition chimique de différents corps ou les propriétés optiques d'un dispositif. Ceci est en particulier lié au fait que chaque atome émet des ondes E.M. à des longueurs d'onde caractéristiques, liées à sa structure électronique. L'analyse du rayonnement solaire ou d'étoiles donne par exemple une bonne idée de la composition et de la température des couches externes des corps célestes.

Pour séparer les différentes longueurs d'onde on utilise des **réseaux**. Un réseau est formé d'un grand nombre de fentes fines et très serrées. On peut les fabriquer par exemple en gravant des rainures parallèles sur un support de verre (transmission) ou de métal (réflexion). On obtient ainsi jusqu'à 10'000 fentes par centimètre.

Nous donnons ci-dessous le principe de fonctionnement d'un **spectroscope à réseau**.



Une source de lumière monochromatique passe à travers une fente S, alignée parallèlement au réseau. Une lentille  $L_1$  rend le faisceau parallèle avant qu'il ne soit diffracté par le réseau. Les différents ordres d'interférence (donnés par la relation 11.7), soit,

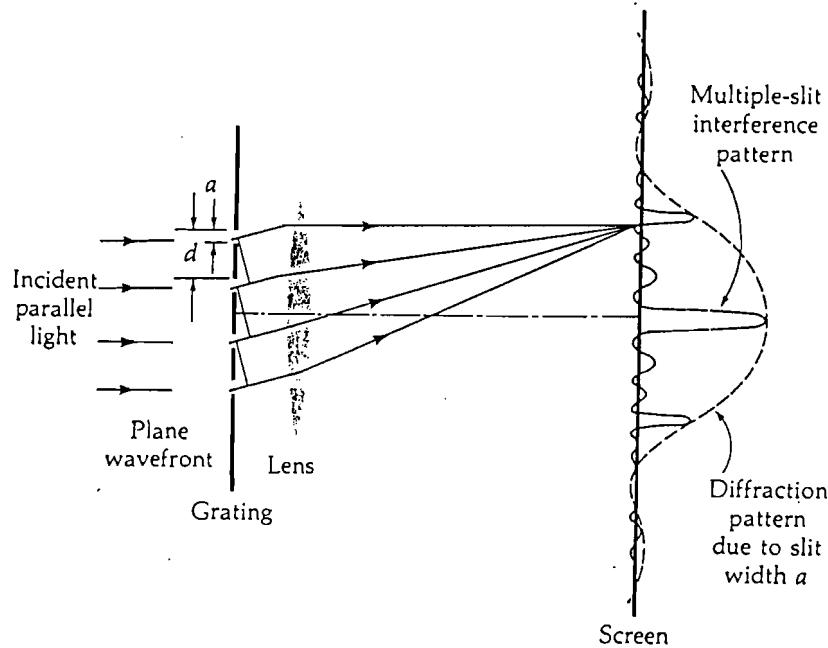
$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{d} \quad (11.26)$$

$m$  = ordre d'interférence       $d$  = distance entre les fentes

sont émis sous des angles  $\theta_m$  différents. Ils sont détectés par une lunette qui peut être déplacée en rotation. Un système optique permet de déterminer l'angle  $\theta_m$  correspondant à un maximum d'intensité. Lorsque le réseau est calibré, soit lorsque  $d$  est connu, la relation (11.26) permet de déterminer la longueur d'onde  $\lambda$  en mesurant l'angle  $\theta$  correspondant.

### a) Interférence et diffraction

Nous analysons le comportement d'un réseau en prenant pour commencer un réseau en transmission comportant 4 fentes. Mais, contrairement au cas de l'interférence à 2 fentes discutée au § 11.1, nous tenons aussi compte des effets de diffraction liés à la largeur  $a$  finie d'une fente. Ainsi 3 paramètres caractérisant le réseau : le nombre  $N$  de fentes, la distance  $d$  entre 2 fentes, la largeur  $a$  d'une fente.



La position des maxima principaux d'interférence est donnée par la relation (11.26). La largeur des pics étant plus étroite que dans le cas à 2 fentes (voir § 11.1 b). A cause de la lentille, les pics de **diffraction** associés aux différentes fentes sont superposés sur l'écran (pour chaque fente l'angle de diffraction correspondant à un maximum est le même, ils convergent donc au même point sur l'écran, puisque après passage dans une lentille tous les rayons parallèles convergent en un même point). La variation d'intensité sur l'écran due à la diffraction est ainsi donnée par la relation 11.21, soit

$$I = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad 11.21$$

où  $\alpha = \pi a \sin \theta / \lambda$ . Le 1er minimum est ainsi tel que,

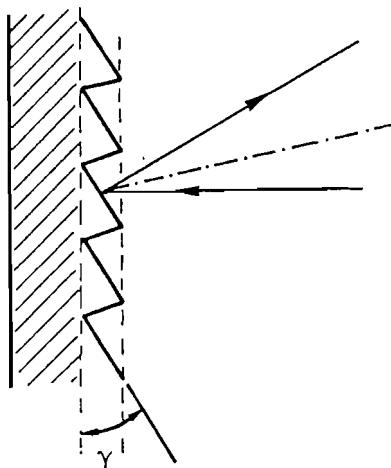
$$\sin \theta = a/\lambda$$

L'intensité résultant des effets d'interférence et de diffraction est reportée dans la figure ci-dessus. On peut montrer dans le cas où l'on a 2 fentes, qu'elle est donnée par

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \cdot \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad (11.27)$$

soit le produit de la variation de l'intensité pour 2 fentes (11.8) et de l'intensité (11.21) associée à la diffraction. Ce résultat se généralise pour N fentes.

On constate donc que le maximum d'intensité pour la diffraction coïncide avec l'ordre  $m = 0$  d'interférence. Cependant lorsqu'un réseau est utilisé dans un spectroscope pour séparer les longueurs d'onde il faut analyser l'ordre  $m = 1$  ou  $2$  d'interférence, puisqu'il n'y a pas de séparation des longueurs d'onde pour  $m = 0$  (l'angle  $\theta$  donné par 11.26 est nul quel que soit  $\lambda$ ). C'est la raison pour laquelle les réseaux de bonne qualité sont taillés en dent de scie.



L'angle  $\gamma$  est choisi de telle sorte que la réflexion géométrique coïncide avec l'ordre d'interférence  $m = 1$  ou  $2$ . Dans ce cas le maximum d'intensité de la diffraction (qui coïncide avec l'angle de réflexion géométrique) assure que l'intensité est optimum pour l'angle correspondant à l'ordre d'interférence choisi (généralement  $m = 2$ ).

### b) Dispersion et pouvoir de résolution

Les caractéristiques d'un réseau qui permettent de faire des mesures précises de longueur d'onde dépendent de (1) la séparation  $\Delta\theta$  entre les lignes spectrales de longueurs d'onde qui diffèrent de  $\Delta\lambda$  (2) la largeur des raies spectrales.

Le **pouvoir de dispersion** d'un réseau est défini par

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \quad (11.28)$$

On souhaite qu'un réseau ait un grand pouvoir de dispersion pour que les longueurs d'onde voisines soient bien séparées. L'angle  $\theta$  est donné par la relation 11.21, en différentiant,

$$d \cos \theta d\theta = n d\lambda$$

dont on déduit le pouvoir de dispersion  $D$ ,

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta} \quad (11.29)$$

le pouvoir de dispersion croît lorsque la distance  $d$  entre les fentes diminue. D'autre part il est proportionnel à l'ordre d'interférence  $m$ , en particulier le pouvoir de dispersion est nul pour  $m = 0$ .

**Le pouvoir de résolution  $R$**  d'un réseau est défini par

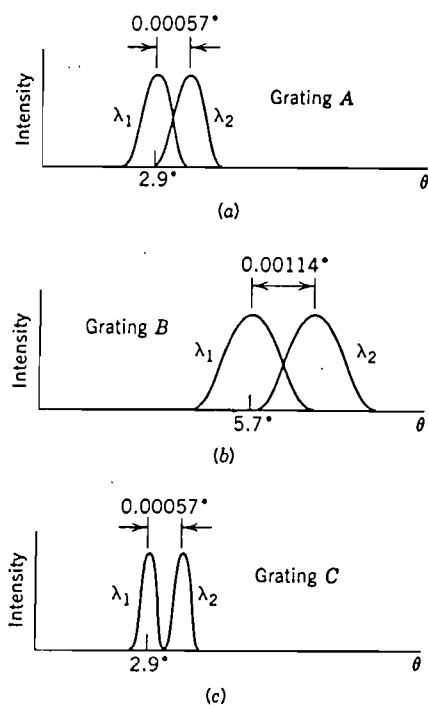
$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (11.30)$$

où  $\Delta\lambda$  est la séparation minimum entre 2 lignes spectrales qui permette encore de les séparer.  $\Delta\lambda$  dépend de la largeur  $\Delta\theta$  du pic d'interférence, étroitement relié au nombre de fentes  $N$  du réseau (voir § 11.1 b). On montre que

$$R = N \cdot m \quad (11.31)$$

Pour indiquer l'importance relative du pouvoir de dispersion et du pouvoir de résolution, nous représentons dans la figure ci-dessous les raies spectrales obtenues avec 3 réseaux différents, notés ABC, soit,

	$N$	$d$ (nm)	$\theta$	$R$	$D (10^{-4} \text{ rad/nm})$
A	5'000	10'000	2.9°	5'000	1.0
B	5'000	5'000	5.7°	5'000	2.0
C	10'000	10'000	2.9°	10'000	1.0



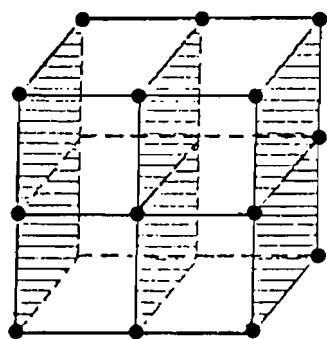
Intensité de 2 lignes d'émission à  $\lambda = 500 \text{ nm}$ , séparées par  $\Delta\lambda = 0.10 \text{ nm}$ . Le réseau B a le plus grand pouvoir de dispersion, le réseau C à le plus grand pouvoir de résolution.

### 11.7 Diffraction des rayons X

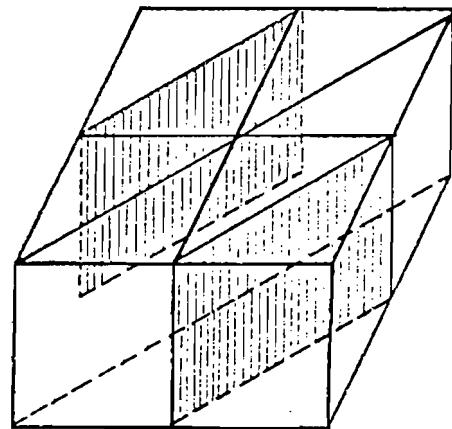
Les rayons X sont des ondes E.M. dont les longueurs d'onde sont de l'ordre de  $0.1 \text{ nm}$ .

Nous avons vu dans le cas des réseaux optiques qu'une onde lumineuse incidente est transmise selon des directions privilégiées, correspondant aux directions où l'interférence des ondes émises par chaque fente est constructive. Un cristal peut être considéré comme un réseau tridimensionnel; les rayons X, dont la longueur d'onde est de l'ordre de grandeur des distances interatomiques ( $\sim 1 \text{ \AA}$ ), sont alors aussi transmis ou réfléchis selon des directions préférentielles. L'analyse de ces directions permet de déterminer les paramètres du réseau cristallin.

Considérons dans un cristal une famille de plans parallèles, notés **plans réticulaires**, contenant les atomes du cristal.



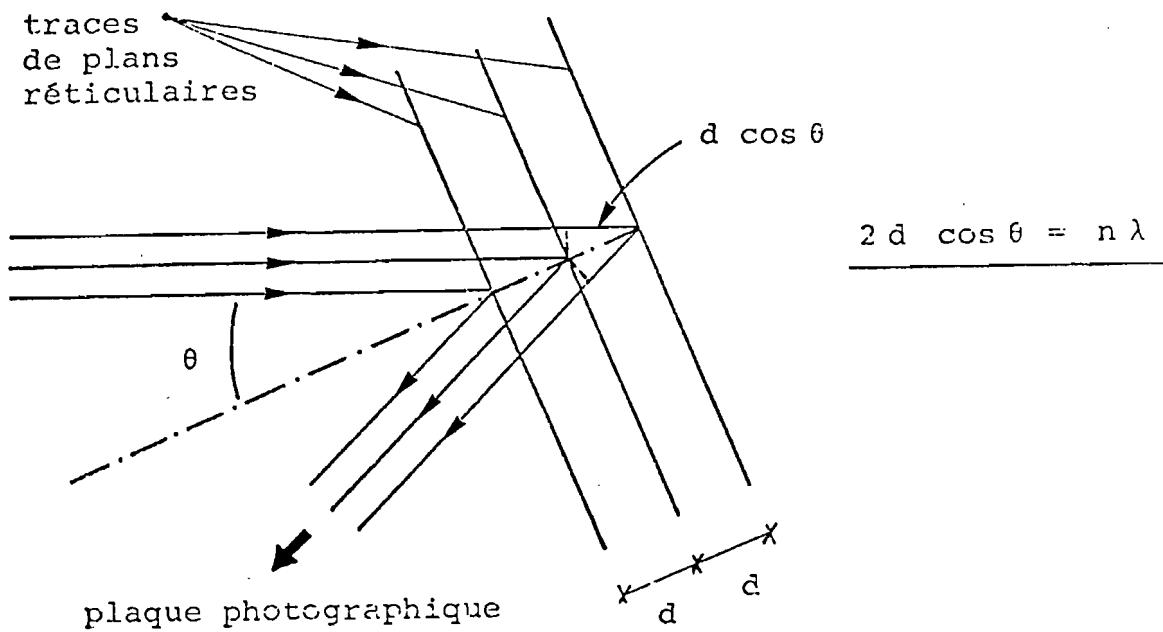
Plans réticulaires  
(100)



Plans réticulaires  
(110)

Dans le cas d'un cristal cubique on peut par exemple considérer tous les plans parallèles à l'une des faces du cube ou parallèles à une diagonale du cube.

Chaque plan réticulaire joue le rôle d'une surface réfléchissante pour les rayons X. L'interférence entre les ondes réfléchies (ou transmises) est constructive si la différence entre les chemins optiques est un nombre entier de longueurs d'onde, soit :



Cette loi, dite **loi de Bragg**, permet de déterminer la distance entre les plans réticulaires si  $\theta$  et  $\lambda$  sont connus. Dans la **méthode de laue** le faisceau de rayon X a un spectre continu de longueurs d'onde. Il existe donc toujours, pour une famille de plans réticulaires

formant un angle  $\theta$  défini par rapport au faisceau de R.X., une valeur  $\lambda$  qui satisfait la condition de Bragg. On obtient alors sur une plaque photographique un ensemble de taches, chaque tache correspond à une famille de plans réticulaires.

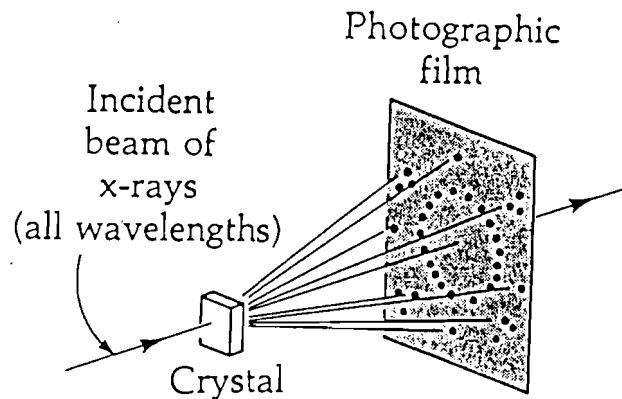


Schéma du dispositif expérimental pour obtenir un spectre de diffraction en transmission par la méthode de Laue.

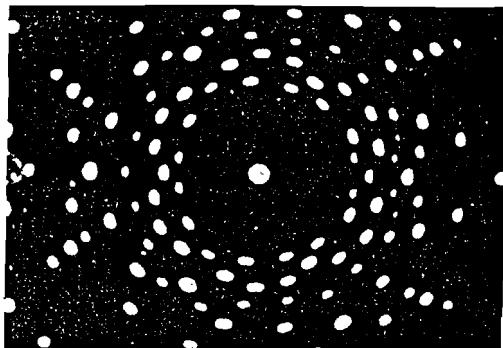
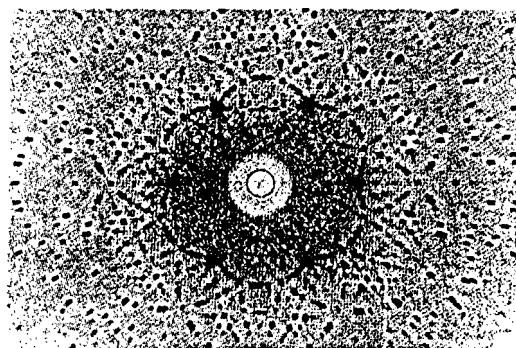


Figure de diffraction de Laue

monocristal de quartz



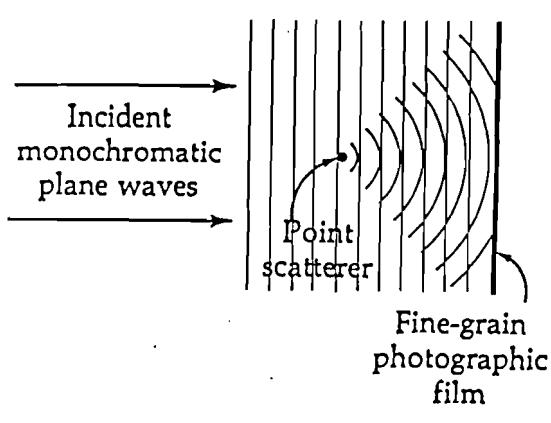
monocristal de structure complexe

Sur la base de la figure de diffraction on peut "remonter" à la structure du cristal. En particulier la symétrie du cristal se reflète dans la symétrie du spectre de diffraction de Laue.

Il faut remarquer que, bien que l'on parle de diffraction de rayons X, un diagramme de rayons X est ici le résultat de l'interférence des ondes réfléchies par les différents plans cristallins.

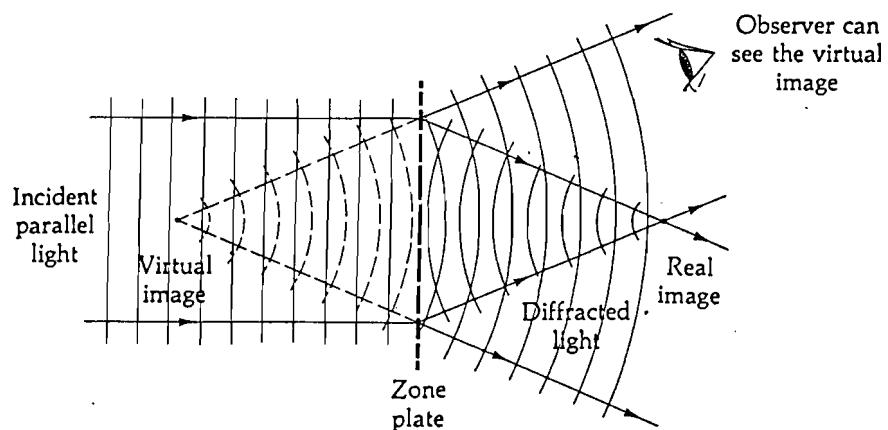
### 11.8 Holographie

Les principes de l'holographie ont été énoncés en 1948 par Dennis Gabor (prix Nobel en 1971). Le **principe de base de l'holographie** est donné dans les 2 figures ci-dessous.



Deux ondes monochromatique sont incidentes sur un film photographique. L'une est le faisceau de référence, c'est ici une onde plane. L'autre est l'onde lumineuse diffractée par un petit objet situé en P. Ces 2 ondes interfèrent sur le film et forment une figure d'interférence consistant dans ce cas simple, en cercles alternativement clairs et foncés, c'est l'**hologramme**.

Lorsque l'hologramme (voir ci-dessous) est illuminé par de la lumière cohérente et monochromatique, les ondes diffractées par l'hologramme restituent une image réelle et une image virtuelle de l'objet initialement situé en P. Un observateur peut alors voir en 3 dimensions l'image virtuelle de l'objet.

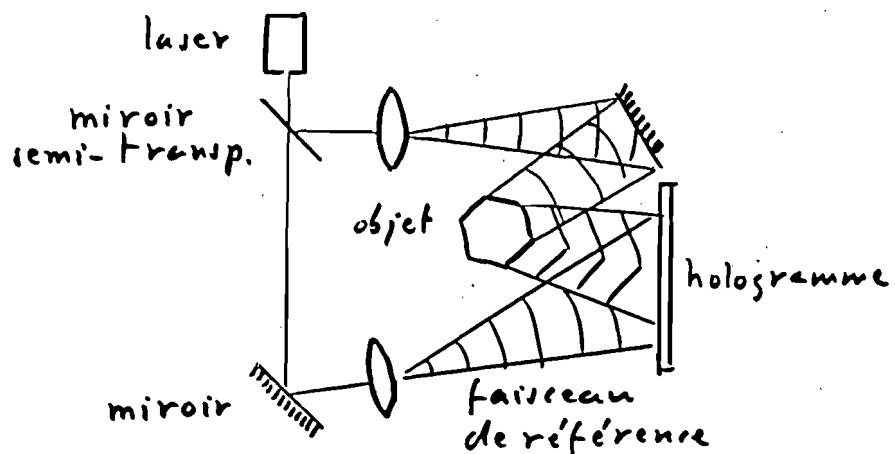




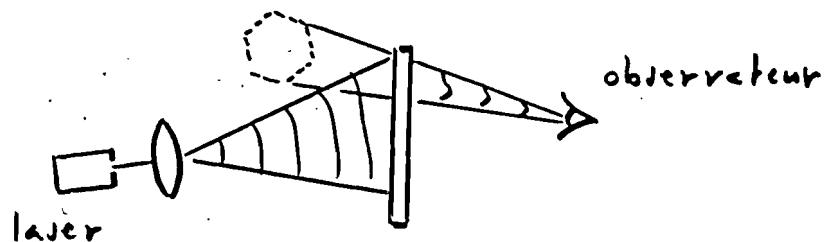
Lorsqu'un objet étendu diffracte la lumière pour former un hologramme, les franges d'interférence ont une forme complexe semblable à celle décrite ci-contre. L'information sur la **phase** et l'**intensité** de l'onde lumineuse diffractée par l'objet est contenue dans l'hologramme. C'est ce qui permet de reconstituer l'image virtuelle de l'objet en **3 dimensions**.

En pratique, pour obtenir un contraste optimum des franges d'interférence, il faut utiliser un dispositif tel que celui décrit dans la figure ci-dessous.

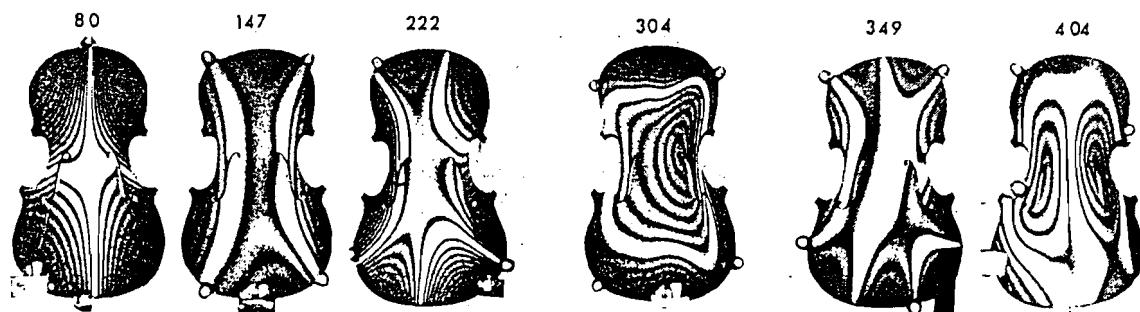
### Prise de l'hologramme



### Restitution de l'image (virtuelle)



Les hologrammes ont un grand nombre d'**applications**. Lorsqu'on prend un hologramme il faut que l'objet soit parfaitement immobile, tout mouvement de l'objet modifierait la phase relative du faisceau de référence et de l'onde diffractée par l'objet. On peut exploiter cette grande sensibilité de la phase à tout mouvement en superposant sur un même hologramme deux expositions successives d'un objet en vibration. Les parties de l'objet qui se sont déplacées entre les 2 expositions d'un nombre entier de longueur d'onde conduisent à une interférence constructive, elle sera destructive si le déplacement est de  $\lambda/2$ . Cela permet ainsi de visualiser à 3 dimensions les vibrations d'un objet



Franges d'interférence de la partie supérieure d'un violon vibrant à différentes fréquences. La variation de position entre 2 franges d'interférence est de  $\lambda$  (où  $\lambda$  = longueur d'onde de la lumière utilisée pour faire l'hologramme).