

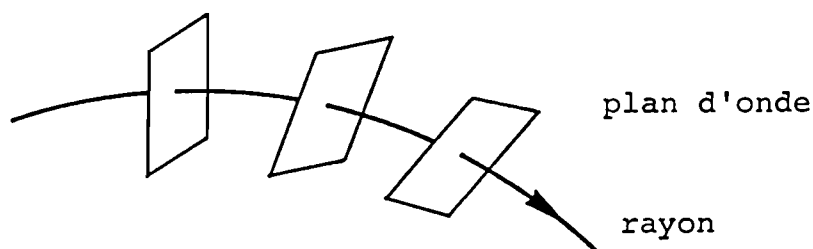
CHAPITRE X

OPTIQUE GEOMETRIQUE

verrons au chapitre suivant

Nous ~~avons vu dans le paragraphe B~~ que lorsque les discontinuités rencontrées par une onde au cours de sa propagation sont grandes par rapport à la longueur d'onde, les phénomènes de diffraction d'onde peuvent être négligés (une onde plane traversant une fente de largeur $b \gg \lambda$ continue à se propager comme une onde plane si l'on néglige les perturbations faibles apportées par les bords de la fente). Comme la longueur d'onde lumineuse λ est faible par rapport aux dimensions des lentilles, prismes, etc... il existe tout un domaine dans lequel les propriétés ondulatoires des ondes lumineuses peuvent être négligées et remplacées par la notion de rayon. C'est le domaine d'application de l'optique géométrique.

Définition : Un rayon est une trajectoire orthogonale en tout point aux plans d'onde.



10.1 Les lois de la réflexion et de la réfraction.

a) principe de Fermat

Le principe de Fermat est une conséquence de l'équation de d'Alembert, il est vérifié si la longueur d'onde est beaucoup plus petite que les discontinuités rencontrées

par la lumière. Nous nous contentons ici de l'énoncer sans démonstration.

Principe de Fermat Pour aller d'un point à un autre, le rayon lumineux choisit le chemin pour lequel le temps de parcours est minimum.

Du point de vue mathématique on peut l'écrire :

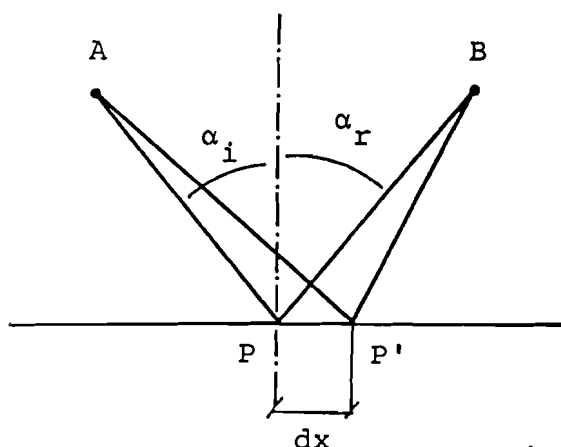
$$\int_A^B dt \quad \text{minimum}$$

Si le rayon lumineux traverse en passant de A à B des milieux d'indices différents n_i , le temps de parcours s'écrit :

$$\int_A^B dt = \sum_i \frac{d_i}{c/n_i} = \frac{1}{c} \sum_i d_i n_i$$

où d_i est le chemin parcouru dans le milieu i . La somme $\sum_i d_i n_i$ est dite chemin optique. Le principe de Fermat affirme donc que le rayon lumineux en passant de A à B suit une extrémale du chemin optique. En d'autres termes le trajet suivi par un rayon lumineux est tel que la différence des chemins optiques entre ce trajet et un trajet voisin est nulle au premier ordre.

b) loi de la réflexion



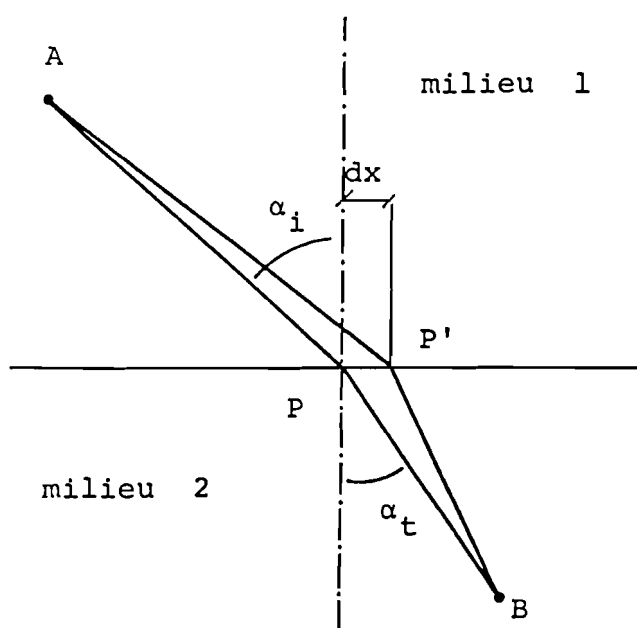
Dans ce cas le principe de Fermat s'écrit : (voir page suivante)

$$n (AP + PB) - n (AP' + P'B) = 0 \quad \text{au 1er ordre}$$

$$- dx \sin \alpha_i + dx \sin \alpha_r = 0$$

$$\text{soit} \quad \underline{\alpha_i = \alpha_r}$$

c) loi de la réfraction



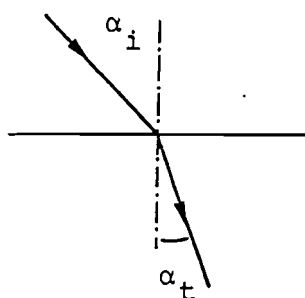
Soit n_1 et n_2 les indices de réfraction des milieux 1 et 2. En appliquant le principe de Fermat il vient :

$$(AP \cdot n_1 + PB \cdot n_2) - (AP' \cdot n_1 + P'B \cdot n_2) = 0$$

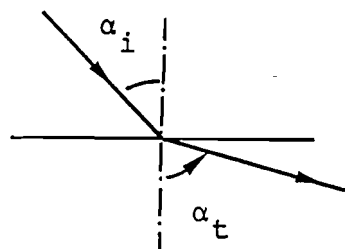
$$\text{soit} \quad - dx n_1 \sin \alpha_i + dx n_2 \sin \alpha_t = 0$$

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_t} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{loi de Descartes} \quad (10.1)$$

On définit souvent le rapport $\frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ = indice de réfraction de 1 par rapport à 2. Suivant que n_{21} est $>$ ou $<$ que 1 on a les 2 cas :



$$n_{21} > 1$$



$$n_{21} < 1$$

L'angle α_t est donné par :

$$\sin \alpha_t = \frac{\sin \alpha_i}{n_{21}}$$

Dans le cas où $n_{21} < 1$ l'angle α_t n'est défini que si $\sin \alpha_i < n_{21}$. Si $\sin \alpha_i > n_{21}$ il y a réflexion totale. Cette propriété est utilisée dans les fibres optiques que l'on utilise comme guides de lumière.

d) coefficient de réflexion - angle de Brewster

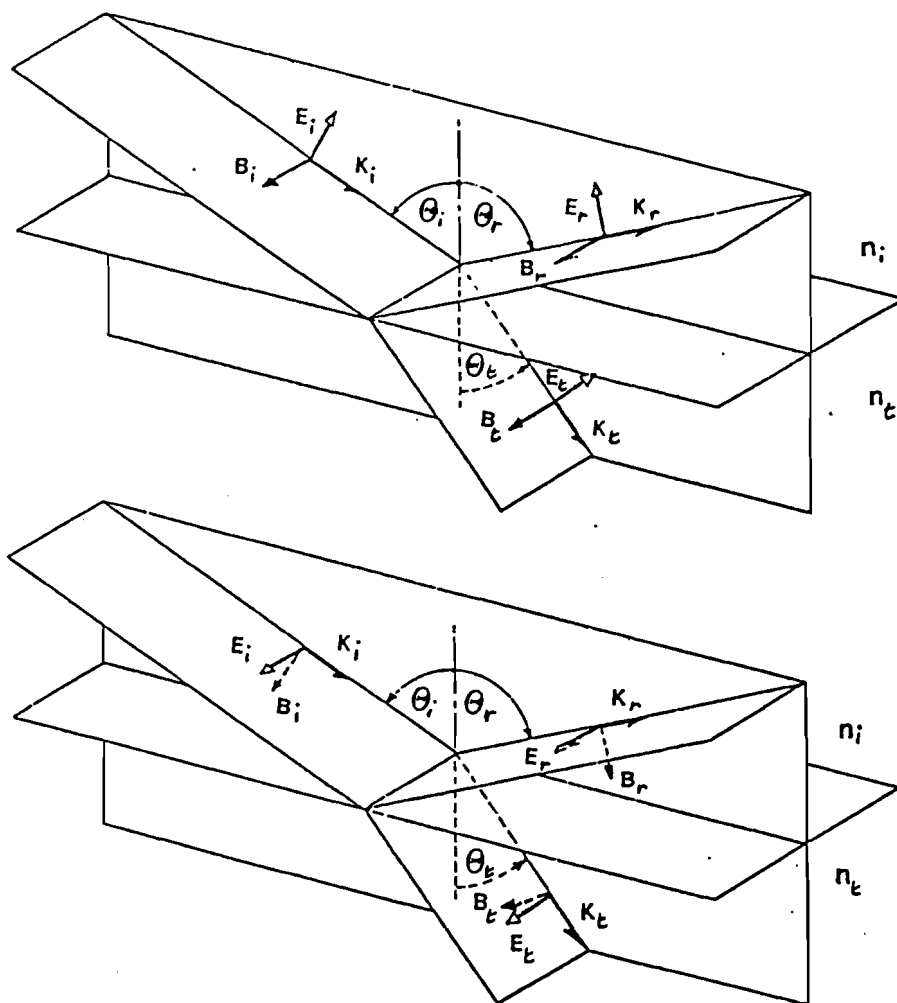
Nous avons calculé, dans le cas d'une onde plane de direction normale à la surface de séparation de deux milieux, le coefficient de réflexion et de transmission. Les formules obtenues (3.4) sont encore valables dans le cas d'une onde E.M. On a :

$$\left. \frac{I_{\text{réfléchié}}}{I_{\text{incidente}}} \right|_{\text{normale}} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

où l'on montre que l'impédance d'onde Z est proportionnelle à n .

Dans le cas où la direction de propagation de l'onde E.M. forme un angle par rapport à la normale à la surface de séparation de deux milieux, la situation est plus complexe; il faut introduire les conditions aux limites pour les champs \vec{E} et \vec{B} . Le résultat de ce calcul est connu sous le nom de relation de Fresnel. La composante de \vec{E} parallèle à la surface de séparation ne se réfléchit pas de la même manière que la composante de \vec{E} perpendiculaire à la surface de séparation.

Les deux cas différents sont représentés dans la figure ci-dessous.



Si l'on note E_{oi} , E_{or} et E_{ot} les amplitudes des champs électriques des ondes incidente, réfléchie et transmise, les relations de Fresnel s'écrivent :

$$\left(\frac{E_{or}}{E_{oi}}\right)_{\perp} = - \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}$$

$$\left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}}\right)_{\perp} = \frac{2 n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}$$

(10.2)

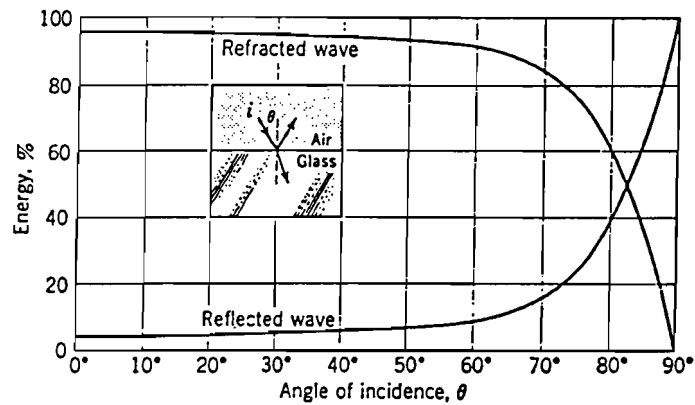
$$\left(\frac{E_{or}}{E_{oi}}\right)_{\parallel} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

$$\left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}}\right)_{\parallel} = \frac{2 n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

Dans le cas particulier où l'angle θ_i de l'onde incidente et θ_t de l'onde transmise sont complémentaires ($\theta_i + \theta_t = \pi/2$), seule la composante parallèle de \vec{E} est non nulle pour l'onde réfléchie. L'angle d'incidence correspondant est dit angle de Brewster, il est donné par $\tan \theta_i = n_2/n_1$. L'onde réfléchie est ainsi polarisée linéairement.

(Application : lunette polaroid antireflet)

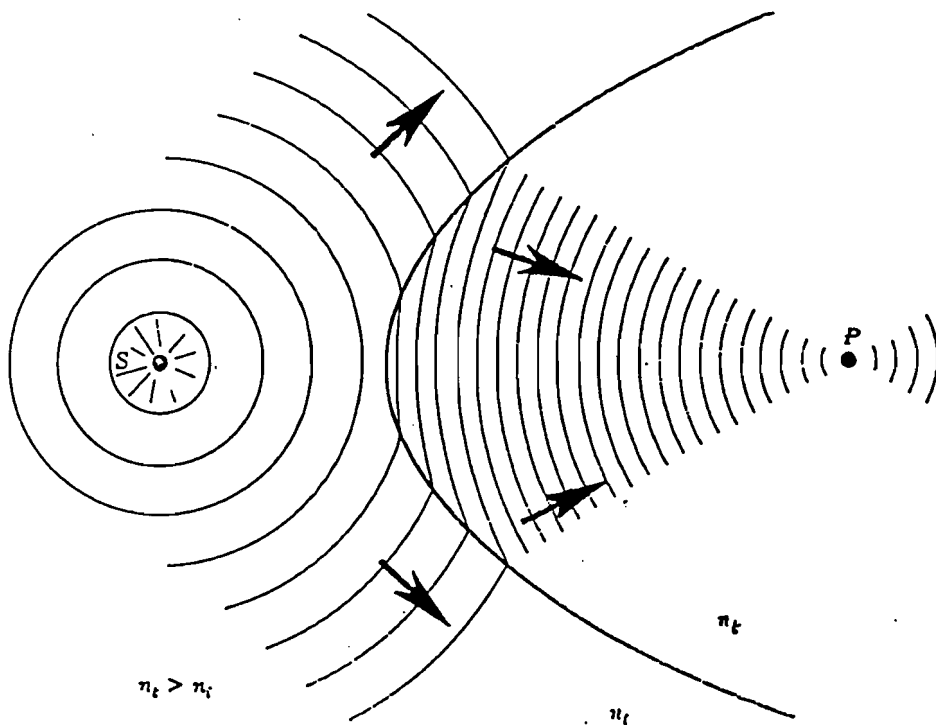
Les problèmes de réflexion d'onde sont importants pour l'énergie solaire. Les relations de Fresnel montrent en effet que l'énergie lumineuse réfléchie croît lorsque l'angle d'incidence θ_i croît. Nous donnons dans le diagramme de la page suivante l'énergie réfléchie et transmise dans le cas d'une surface de séparation air - verre ($n = 1.5$) en fonction de l'angle d'incidence θ_i .



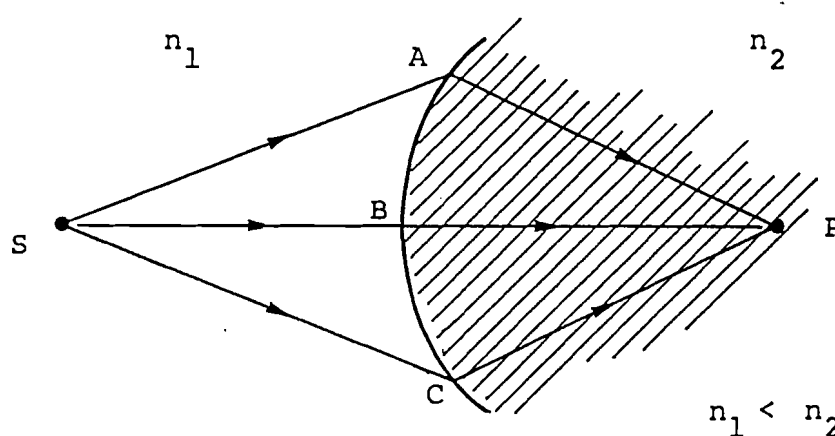
10.2 Surfaces de réfraction sphériques.

Une lentille simple est formée d'un milieu transparent limité par deux surfaces, dont l'une au moins est une surface courbe. Avant d'étudier la lentille proprement dite cherchons comment, à l'aide d'un seul interface, on peut transformer une onde sphérique, issue d'un point S, en une onde sphérique convergeant en un point P.

a) surface de réfraction non sphérique



Soit une onde sphérique, émise par un point source S , que l'on désire transformer en une onde sphérique convergente en P (voir dessin de la page précédente). Dans le langage de l'optique géométrique on considère que les rayons issus de S convergent en P , on dit que P est l'image de S .



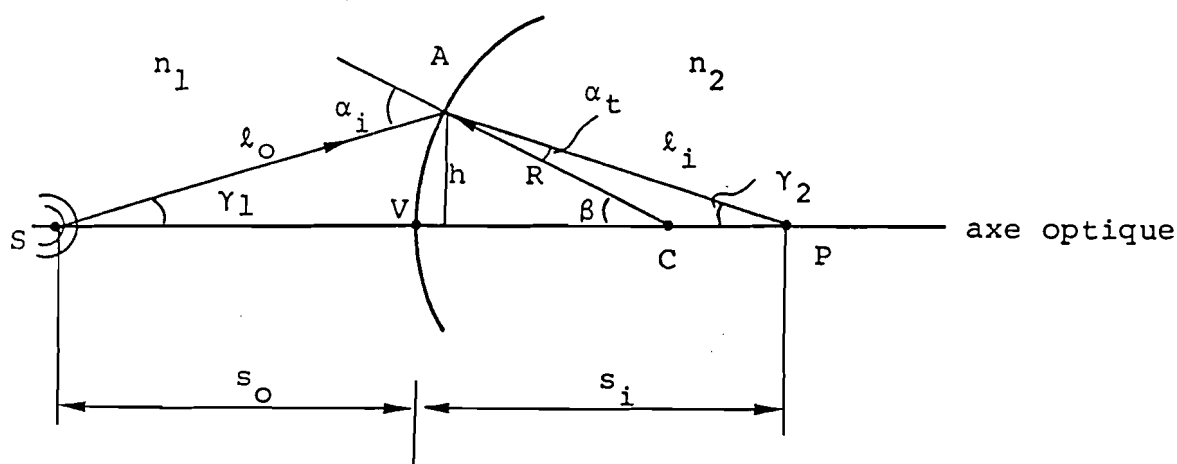
Contrairement au cas de la réfraction par une surface plane, plusieurs chemins pour passer de S à P sont possibles. Comme chacune des intégrales $\int_S^P dt$ doit être minimum (principe de Fermat) on en conclut qu'elles sont toutes égales. En particulier :

$$\frac{SB}{c_1} + \frac{BP}{c_2} = \frac{SA}{c_1} + \frac{AP}{c_2} \quad (10.3)$$

Dans le cas où le milieu 1 est de l'air et le milieu 2 du verre, l'on a la relation $n_2 > n_1$, soit $c_2 < c_1$. Comme la longueur $(SB + BP) < (SA + AP)$ la seule façon d'assurer l'égalité des temps, donnée en 10.3 est de diminuer le trajet parcouru par l'onde dans le milieu 2, d'où la forme convexe de la surface de séparation. On pourrait calculer la forme géométrique exacte de la surface

de séparation à l'aide de la relation 10.3, la surface ainsi calculée est non sphérique. Pour des raisons pratiques la plupart des lentilles sont formées de surfaces sphériques.

b) surfaces de réfraction sphériques



L'axe passant par le centre C de la surface sphérique et le sommet V de la calotte sphérique est dit axe optique du système. Montrons que si les rayons issus de S ne s'écartent pas trop de l'axe optique (γ_1 faible) ils convergent en un point unique P , image de S , tel que :

$$\frac{n_1}{s_0} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (10.4)$$

où R est le rayon de la calotte sphérique. s_0 et s_i notent les distances du point source et du point image par rapport au sommet V de la calotte. On a les relations trigonométriques suivantes :

$$n_1 \sin \alpha_i = n_2 \sin \alpha_t$$

$$\beta = \alpha_t + \gamma_2 = \alpha_i - \gamma_1$$

Dans le cas où les angles sont faibles il vient :

$$n_1 (\beta + \gamma_1) \approx n_2 (\beta - \gamma_2)$$

$$n_1 \left(\frac{h}{R} + \frac{h}{s_o} \right) \approx n_2 \left(\frac{h}{R} - \frac{h}{s_i} \right)$$

d'où la relation 10.4 .

La formule 10.4 établie dans un cas particulier est valable dans le cas général si l'on admet les conventions de signe données ci-dessous et si l'on suppose que les rayons lumineux proviennent toujours de la gauche.

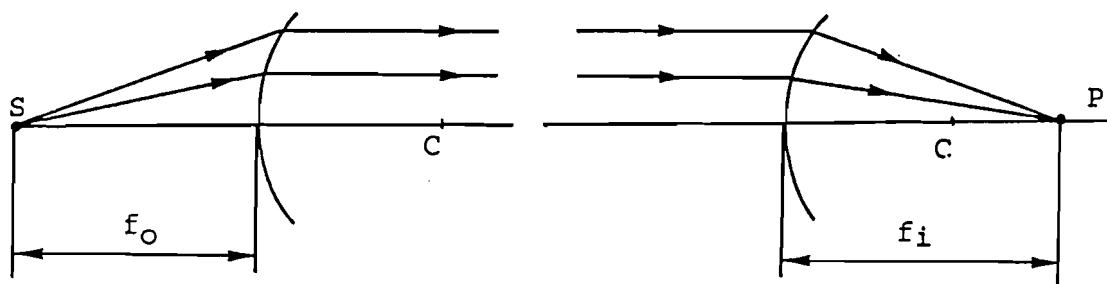
$s_o > 0$ si S à gauche de V

$s_i > 0$ si P à droite de V

$R > 0$ si C à droite de V

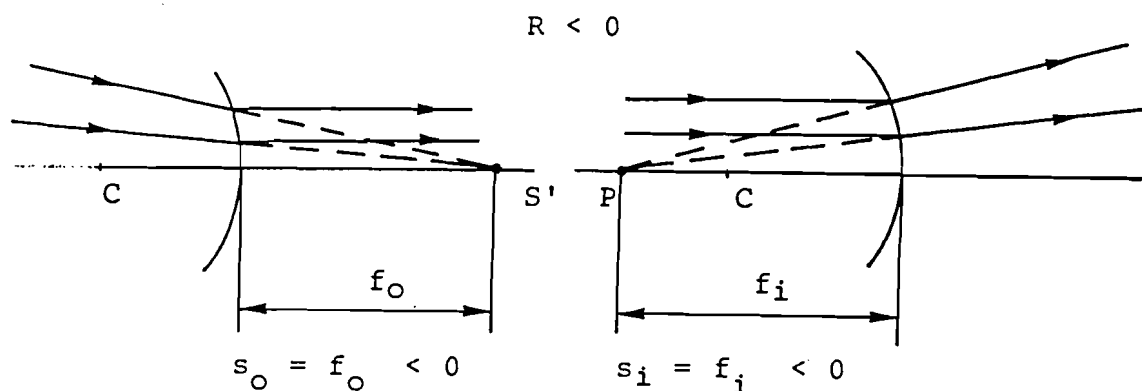
Les différents cas possibles lorsque la source ou l'image sont à l'infini sont donnés ci-dessous :

$R > 0$



$$s_o = f_o = R \frac{n_1}{n_2 - n_1} > 0$$

$$s_i = f_i = R \frac{n_2}{n_2 - n_1} > 0$$



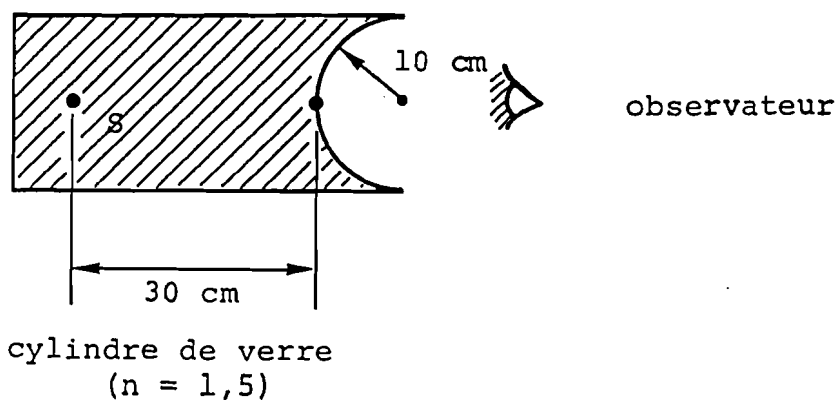
f_o et f_i sont dites respectivement les distances focales objet et image.

Définition : Un objet est dit réel lorsque la lumière diverge de cet objet, il est dit virtuel lorsque la lumière converge vers lui.

Une image est dite réelle lorsque la lumière converge vers le point image. Elle est dite virtuelle si la lumière diverge du point image.

Ainsi avec nos conventions de signe un objet est réel si $s_o > 0$, virtuel si $s_o < 0$. Une image est réelle si $s_i > 0$, virtuelle si $s_i < 0$.

Exemple :



Soit un point source S dans un cylindre de verre dont une extrémité à la forme d'une demi sphère. Où se trouve l'image vue par l'observateur ?

On a :

$$n_1 = 1,5 \qquad n_2 = 1 \text{ (air)}$$

$$R = + 10 \text{ cm} \qquad s_o = + 30 \text{ cm}$$

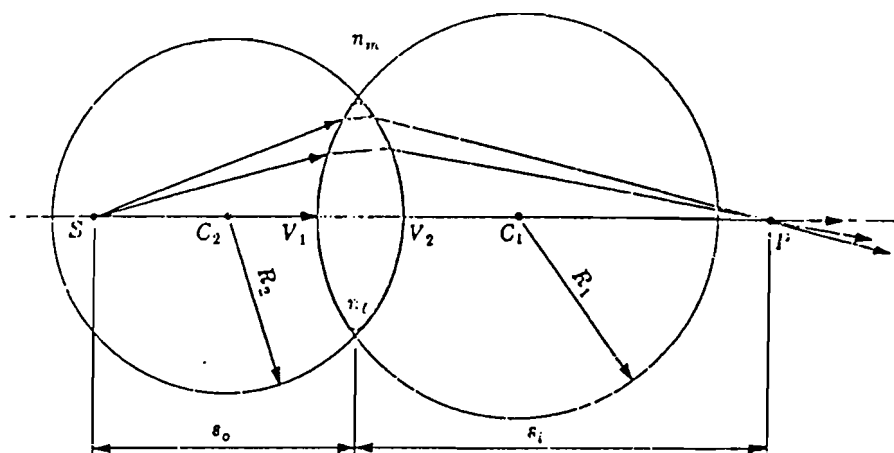
$$\frac{1}{s_i} = \frac{1 - 1,5}{1} \frac{1}{10} - \frac{1,5}{1} \frac{1}{30} \Rightarrow s_i = - 10 \text{ cm}$$

L'image est donc virtuelle, 10 cm à gauche du sommet de la demi sphère.

10.3 Lentilles minces.

a) formules des lentilles minces

Une lentille est dite mince si l'épaisseur du milieu transparent ne joue pas de rôle. Pour établir la formule des lentilles minces il suffit de considérer que le point image après réfraction sur la 1^{ère} surface est le point objet pour la réfraction sur la seconde surface. Prenons le cas particulier d'une lentille convergente, et appelons n l'indice de réfraction de la lentille par rapport au milieu ambiant, soit $n = n_2/n_1$.



La formule (10,4) appliquée aux surfaces de réfraction 1 et 2 donne :

$$\text{surface 1 : } \frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s'_i} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad R_1 > 0$$

$$\text{surface 2 : } -\frac{n_2}{s'_i} + \frac{n_1}{s_i} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} \quad R_2 < 0$$

où l'on a tenu compte du fait que la distance image s'_i pour la surface 1 devient au signe près la distance objet pour la surface 2, et que pour la surface 2 le rôle des milieux 1 et 2 est permuté. Par addition il vient :

$$n_1 \left(\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} \right) = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\text{soit } \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (10,5)$$

Si le point objet (image) est à l'infini le point image (objet) se trouve par définition à la distance focale image (objet).

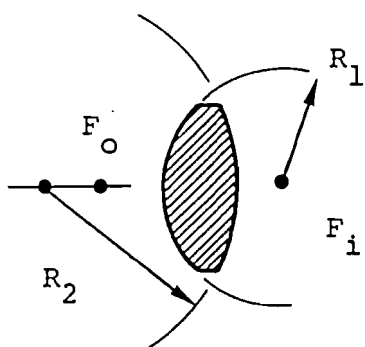
On a immédiatement :

$$\frac{1}{f_o} = \frac{1}{f_i} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

où f est la distance focale de la lentille. On peut donc écrire (D3.1) :

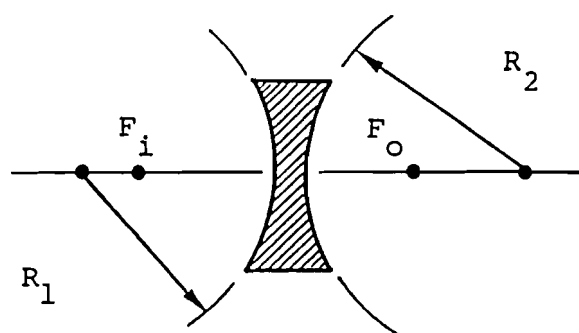
$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad (10.6)$$

C'est la formule des lentilles minces avec les conventions de signes données au § 10.2 b). Notons que le signe de f dépend du type de lentille considéré :



$$R_1 > 0 \quad R_2 < 0 \quad f > 0$$

lentille convergente



$$R_1 < 0 \quad R_2 > 0 \quad f < 0$$

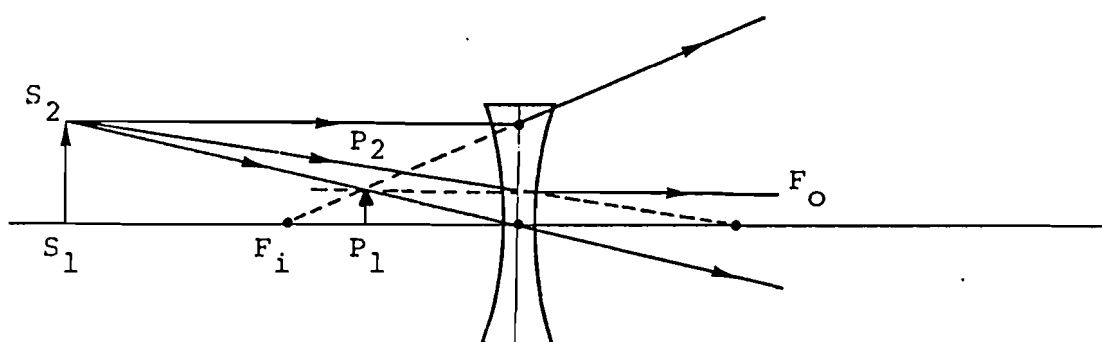
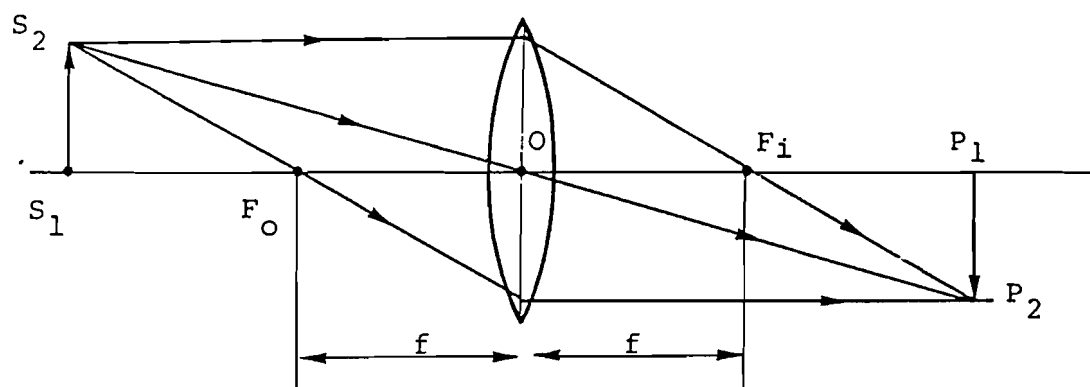
lentille divergente

b) construction des images

Nous venons de voir qu'un ensemble de rayons parallèles à l'axe optique d'une lentille mince est focalisé en un point de l'axe optique. Dans l'approximation où la direction des rayons dévie peu de l'axe optique, l'ensemble des images de points sources à l'infini se trouve dans un

plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par le foyer, dit plan focal.

Il y a trois rayons, dits principaux, qui permettent de construire l'image d'un objet, ils sont donnés ci-dessous dans le cas d'une lentille convexe ou concave.



Le grandissement d'une lentille mince est donnée par le rapport :

$$\text{grandissement} = \frac{\overline{P_1 P_2}}{\overline{S_1 S_2}} = - \frac{s_1}{s_o} \quad (10.7)$$

où $\overline{S_1 S_2}$ et $\overline{P_1 P_2}$ sont des nombres algébriques. Si le grandissement est positif, l'image de l'objet n'est pas

inversée, elle est inversée s'il est négatif.

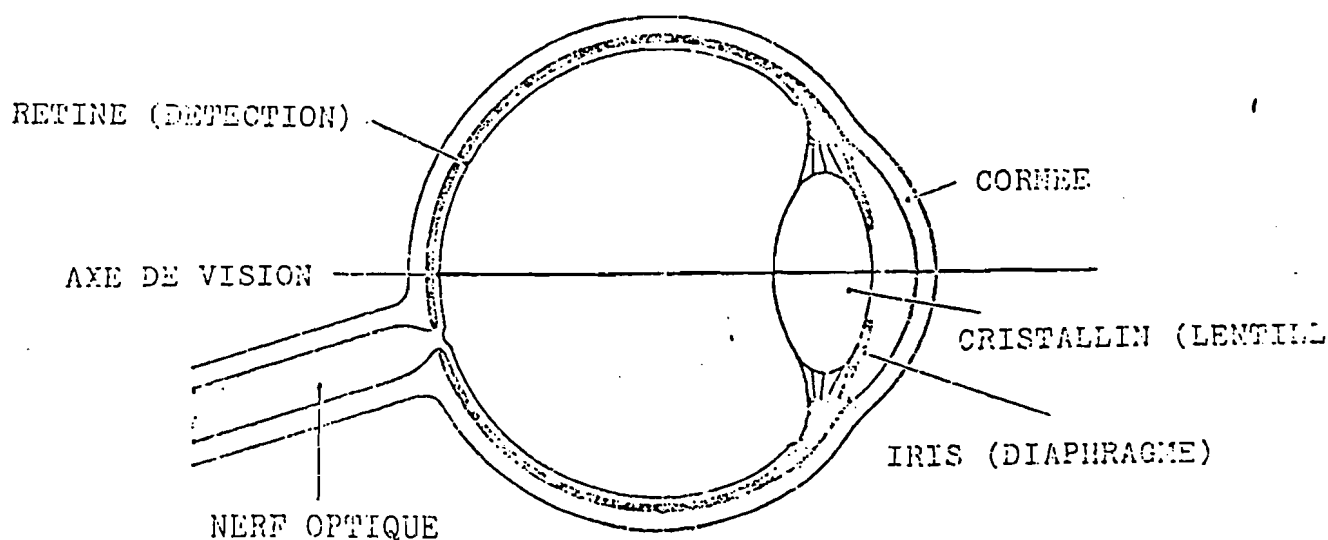
c) aberration

Tous les calculs et les constructions reposent sur les deux hypothèses : lentilles minces et rayons de faible inclinaison. Si ces conditions ne sont pas satisfaites il apparaît le phénomène d'aberration sphérique, c'est à dire que les rayons sur les bords de la lentille ont un foyer différent de celui des rayons centraux.

De plus si les rayons sont composés de lumière blanche, la lentille, ayant un indice de réfraction différent pour différentes longueurs d'onde, aura un foyer différent pour chaque longueur d'onde. Il apparaît ainsi des zones colorées, c'est l'aberration chromatique. On l'élimine en combinant des lentilles convergentes et divergentes de matériaux dispersifs différents qui se compensent. On obtient ainsi des systèmes de lentilles achromatiques.

10.4 Quelques instruments d'optique.

a) l'oeil



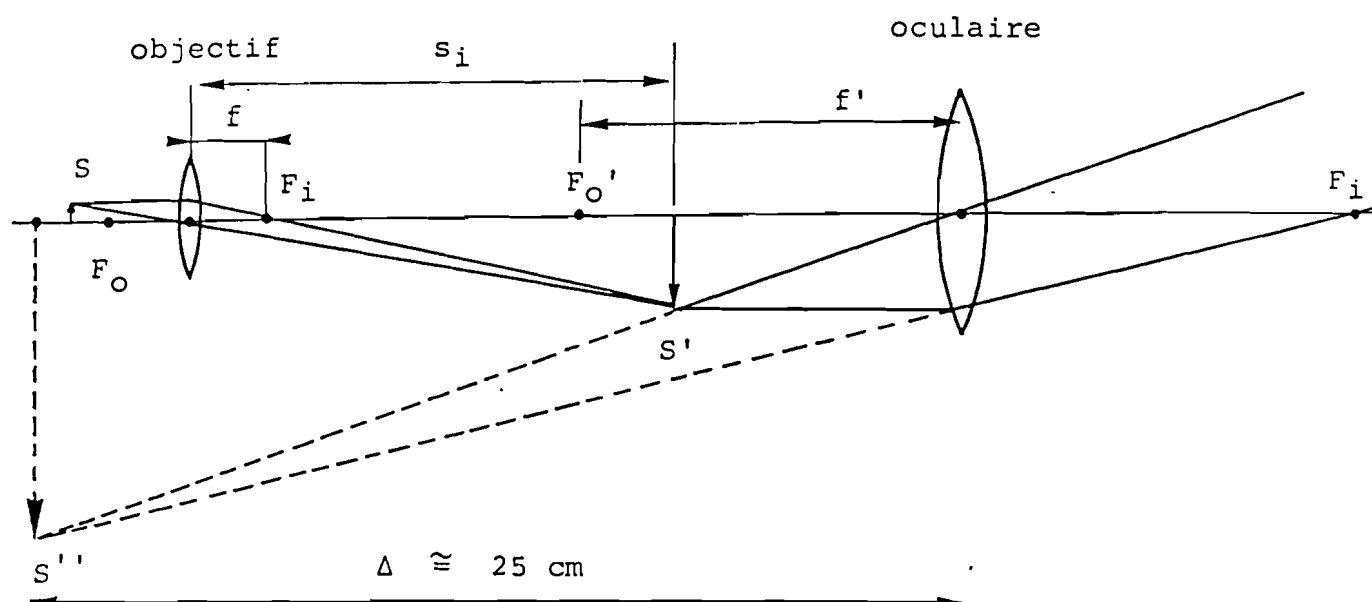
Au point de vue physique, l'oeil humain est simple, c'est une lentille formant une image sur un détecteur photosensible, comme un appareil photographique : l'objectif est formé par la cornée, calotte sphérique de 12 mm de diamètre et de 8 mm de rayon, et par le cristallin, lentille à focale variable par l'action des muscles. Entre la cornée et le cristallin se trouve l'iris qui représente le diaphragme. La rétine représente le film sensible servant à la détection de l'image.

Le cristallin a une convergence minimum lorsqu'il est au repos; il forme alors sur la rétine l'image du point le plus éloigné que l'oeil puisse voir nettement: le punctum remotum (PR). Pour former sur la rétine l'image d'un point plus rapproché, le cristallin doit augmenter sa convergence: c'est le phénomène d'accommodation. Quand le cristallin est contracté au maximum, il forme sur la rétine l'image de l'objet le plus proche que l'oeil puisse voir nettement: le punctum proximum (PP). Pour un oeil normal, le PR est à l'infini et le PP à 25 cm.

Il est fréquent de rencontrer des yeux dont l'optique n'est pas idéale. Les défauts d'optique géométrique de l'oeil sont la myopie (convergence trop forte), l'hypermétropie (convergence de l'oeil trop faible), la presbytie (diminution de la faculté d'accommodation) et l'astigmatisme (perte de la symétrie de révolution de l'oeil).

b) le microscope optique

La microscope optique se compose de deux lentilles à courte focale, l'objectif et l'oculaire. (voir fig. de la page suivante). La distance focale f de l'objectif est inférieure à celle de l'oculaire, notée f' . L'objet observé est placé à une distance de l'objectif légèrement supérieure à f , celui-ci en forme une image réelle



Microscope optique

servant d'objet à l'oculaire. On obtient alors une image virtuelle, inversée et fortement agrandie. Les conditions sont optimum lorsque l'objet est placé de telle sorte que l'image virtuelle est située à la distance minimum de vision distincte (25 cm de l'oculaire).

c) la lunette de visée

Il existe divers types de lunette de visée, nous donnons dans la figure ^{ci-dessous} le principe de fonctionnement d'une lunette de théodolite. L'objectif est formé essentiellement de deux lentilles, une lentille convergente L donnant une image P pratiquement dans le plan focal image de L et une lentille divergente L' donnant une image P' de P . Le rôle de la lentille L' est d'augmenter la distance focale apparente de L . L'oculaire est aussi formé de deux lentilles L'' et L''' . Si l'image P' se forme à une distance s_i' grande, l'image réelle P'' obtenue après passage du faisceau lumineux à travers L'' se trouve pratiquement dans le plan focal image F_i'' de L'' . Un réticule placé à cet endroit permet alors de pointer la lunette. La lentille

Lunette afocale.

L''' donne une image virtuelle agrandie P''' , elle joue le rôle de l'oculaire de microscope décrit sous b).

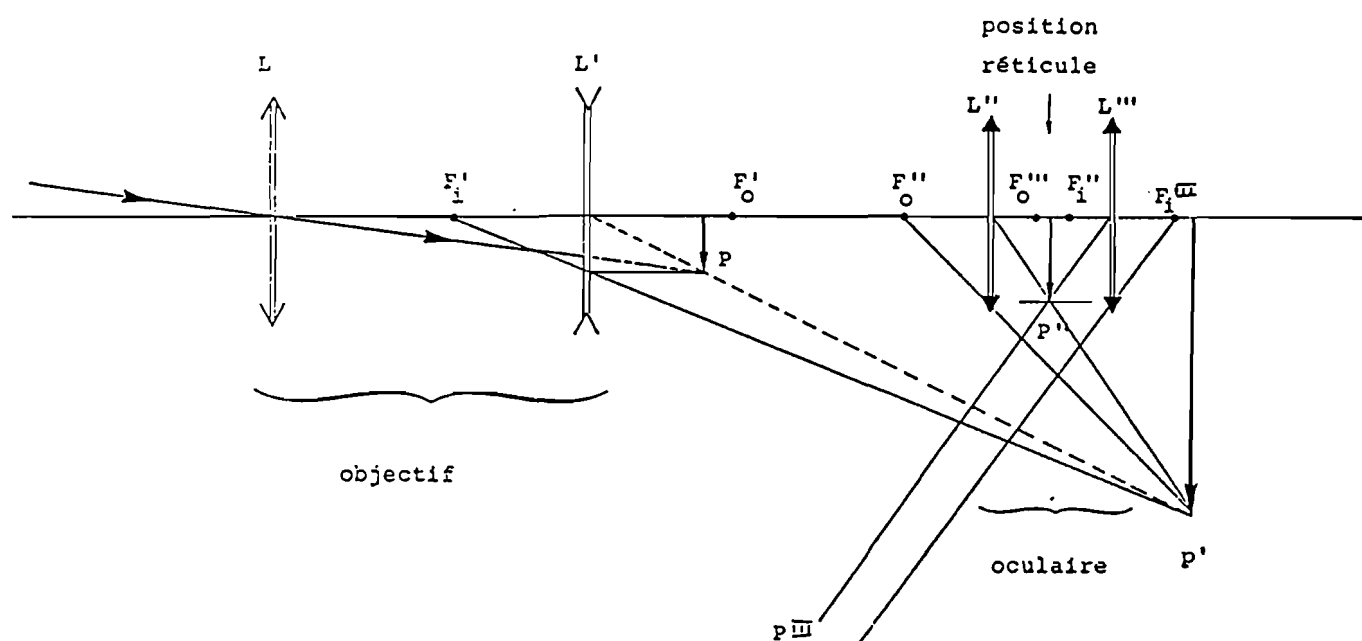
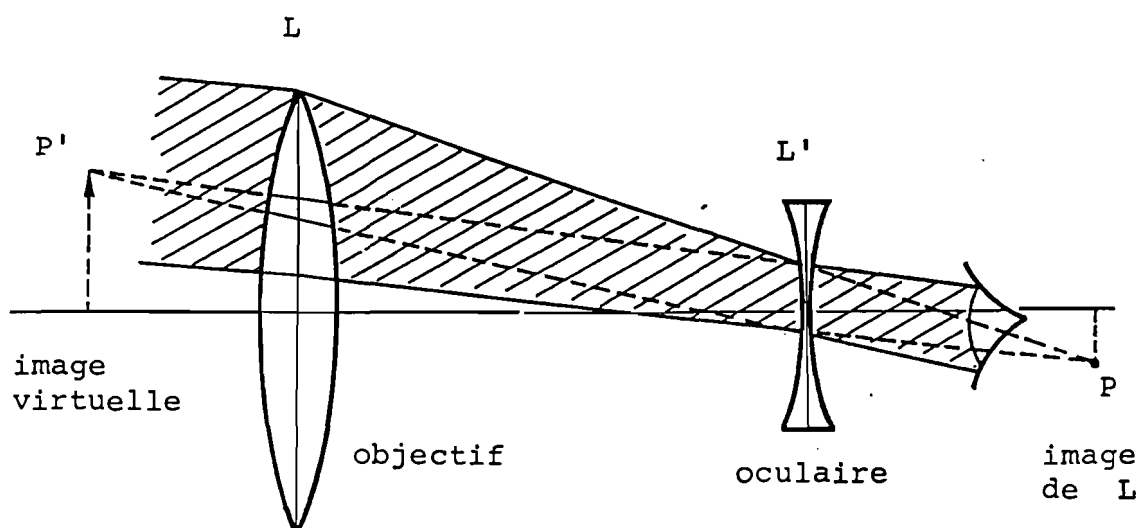


Schéma de fonctionnement d'une lunette de visée avec réticule. (théodolite Wild)

d) lunette de Galilée

La lunette de Galilée est formée d'un objectif convergent L et d'un oculaire divergent L' , le rôle de l'oculaire divergent étant de redresser l'image inversée par l'objectif.

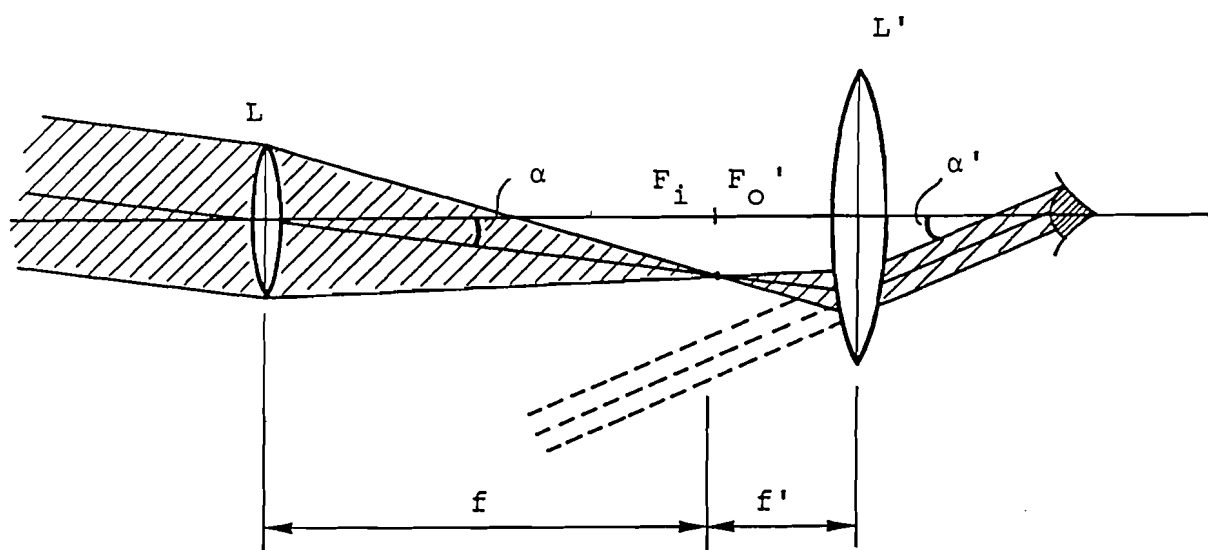


e) grossissement

L'utilité d'un instrument d'optique dépend du rapport des dimensions des images se formant sur la rétine, dans le cas où l'objet est observé soit à l'aide de l'instrument, soit à l'oeil nu. Ce rapport est approximativement égal au rapport des tangentes des angles α et α' sous lesquels sont vus l'image et l'objet.

Définition : Le grossissement G d'un instrument d'optique, dans les conditions où il est utilisé, est égal à :

$$G = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}$$



Lunette afocale.

Dans le cas particulier d'une lunette afocale, soit d'une lunette où le foyer image de l'objectif est confondu avec le foyer objet de l'oculaire (voir dessin), le grossissement est égal à :

$$G = - \frac{f}{f'}$$

où le signe moins traduit le fait que l'image est inversée.

Si l'image n'est pas à l'infini, G diffère très peu de la valeur $- f/f'$ dans le cas d'une lunette astronomique.