

## Semaines 13 et 14

22, 23 et 30 mai 2025

3.2.3 Diagramme espace-temps

3.2.4 Paradoxe des jumeaux

3.3 Dynamique relativiste

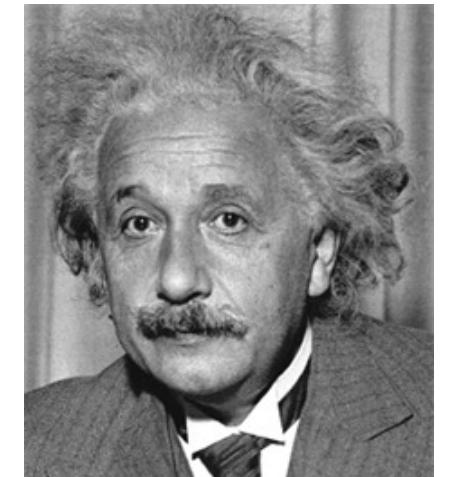
3.3.1 Quantité de mouvement

3.3.2 Force

3.3.3 Énergie

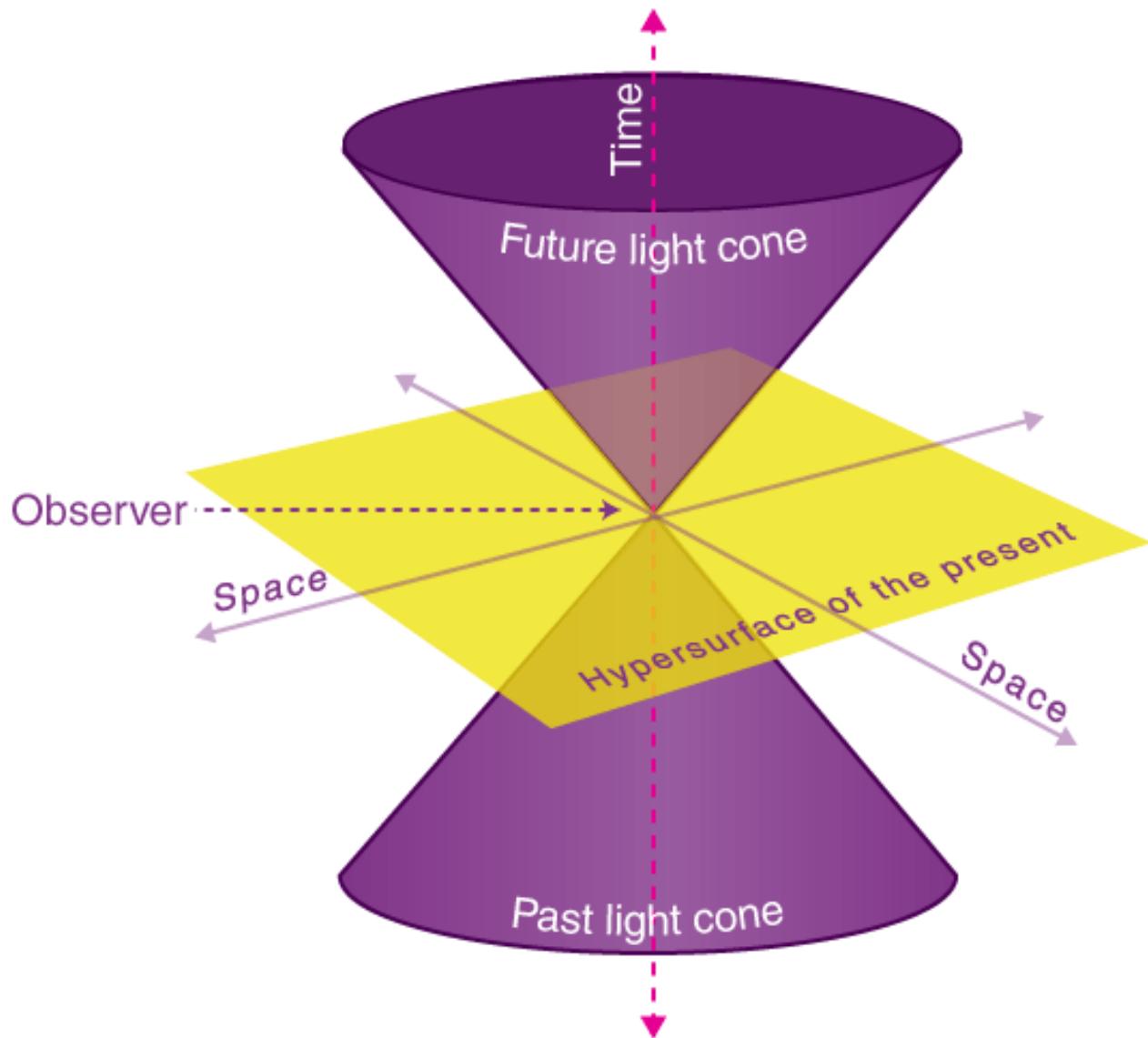
3.3.4 Relation entre énergie et quantité de mouvement

3.3.5 Effet Compton

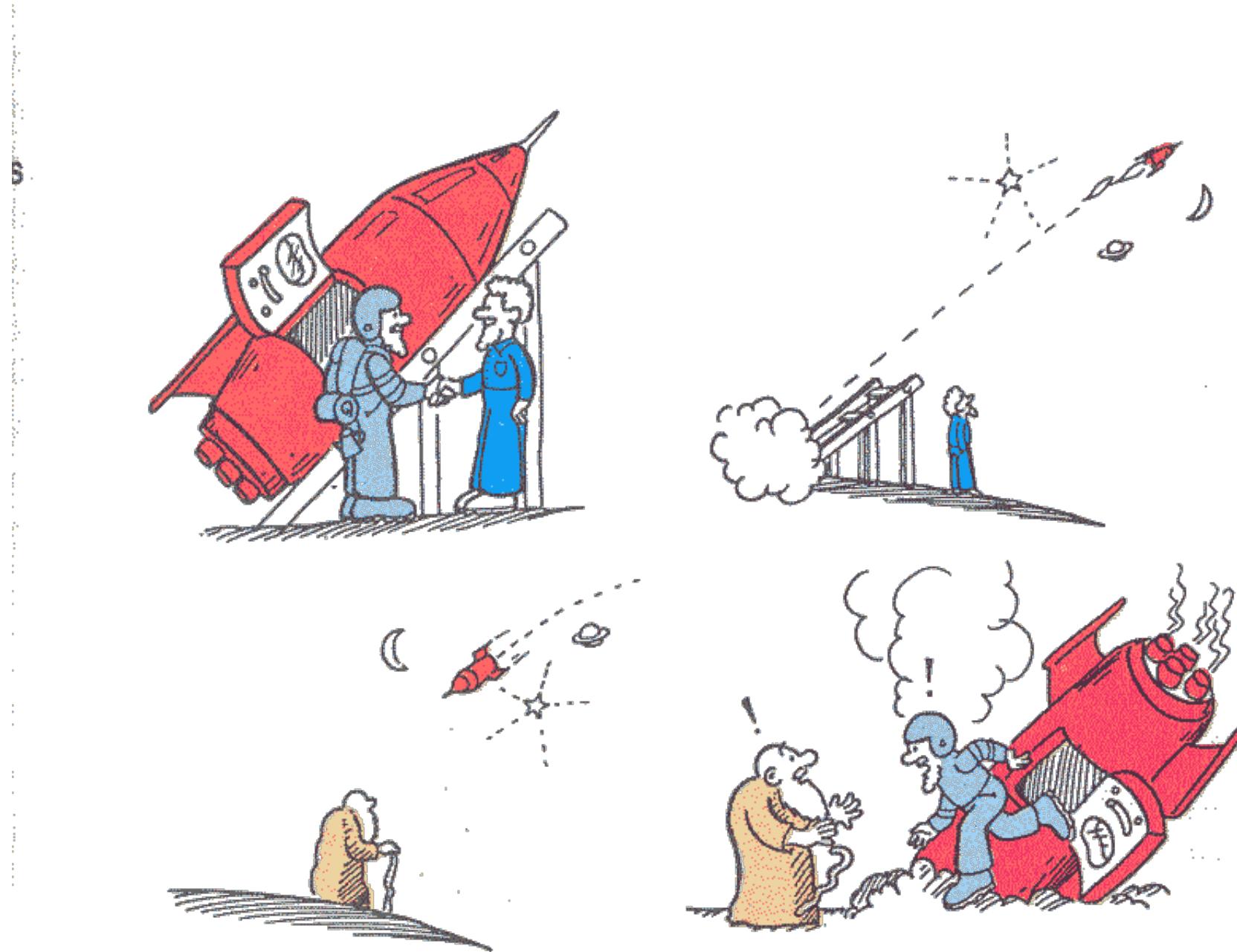


Albert Einstein  
(1879-1955)

### 3.2.3 Diagramme espace-temps



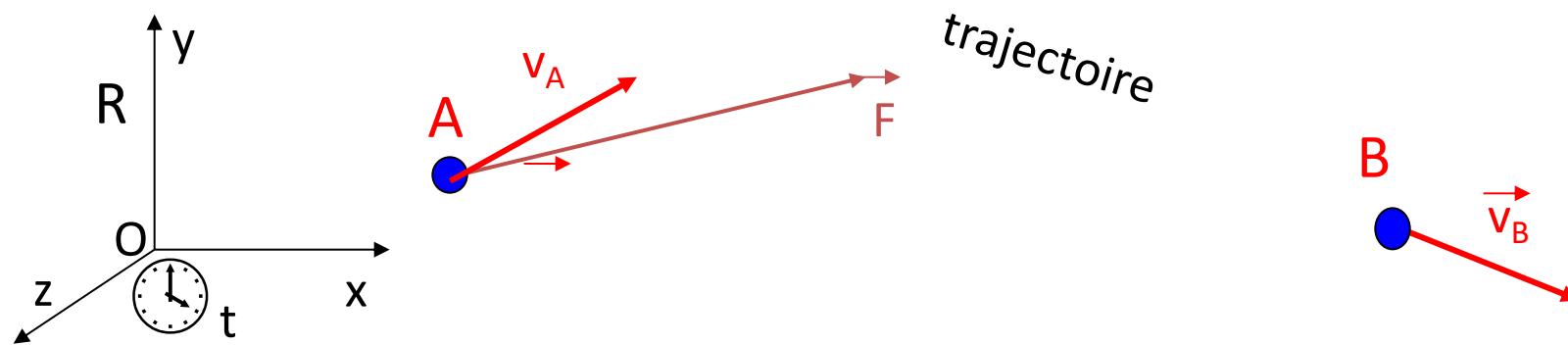
### 3.2.4 Le paradoxe des jumeaux



### 3.3.1 Quantité de mouvement

$$\mathbf{p} = m_0 \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t_0} = m_0 \gamma \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = m_0 \gamma \mathbf{v} = m_{rel} \mathbf{v}$$

### 3.3.2 Force

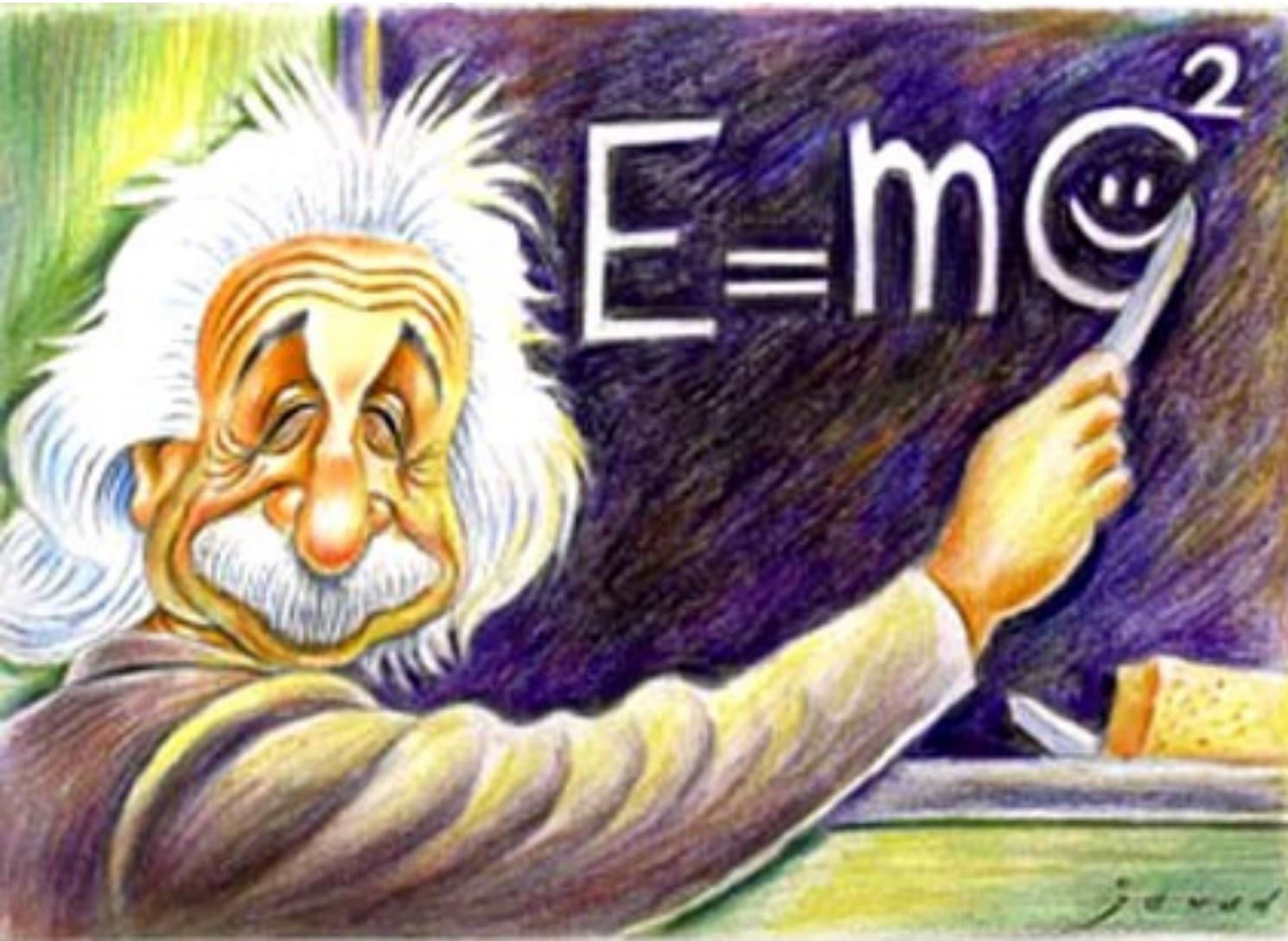


$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

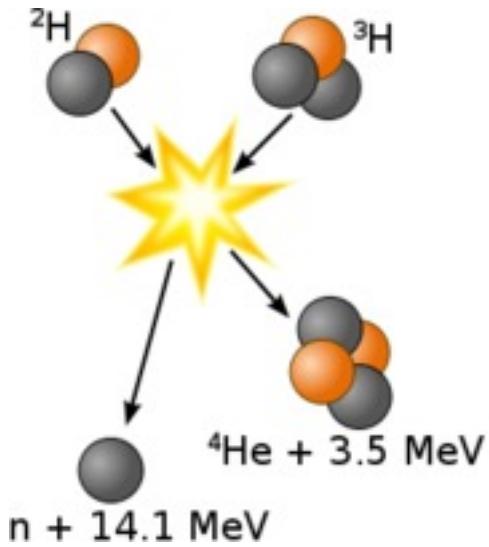
### 3.3.3 Energie

$$E = E_c + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

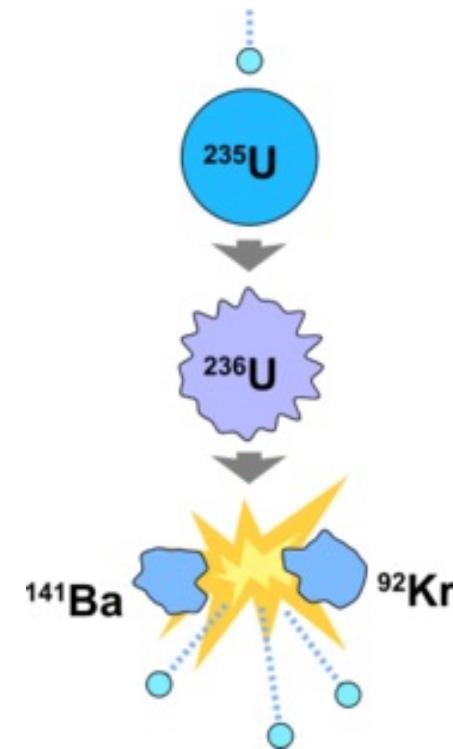
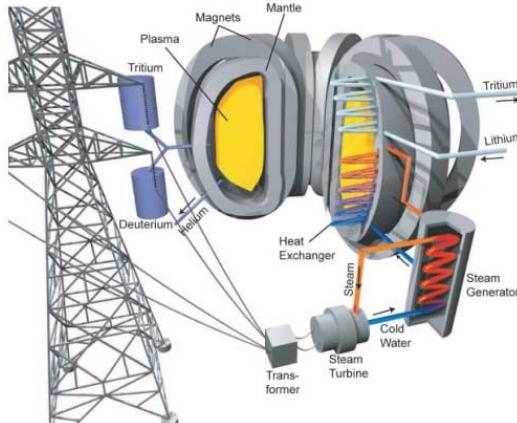
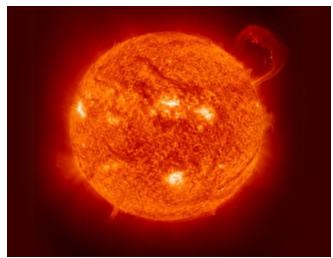
# Energie



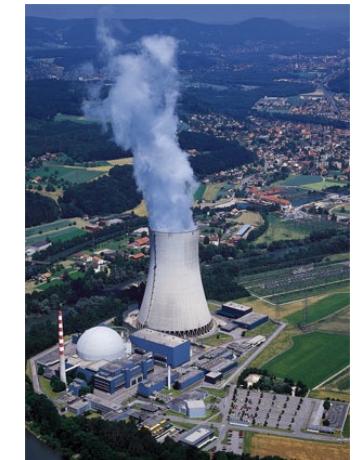
# La fusion et la fission



## Fusion nucléaire



## Fission nucléaire

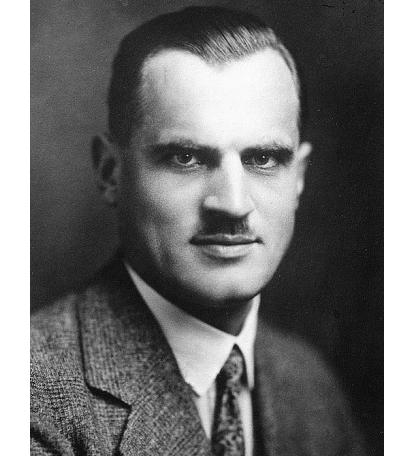


### 3.3.4 Relation entre énergie et quantité de mouvement

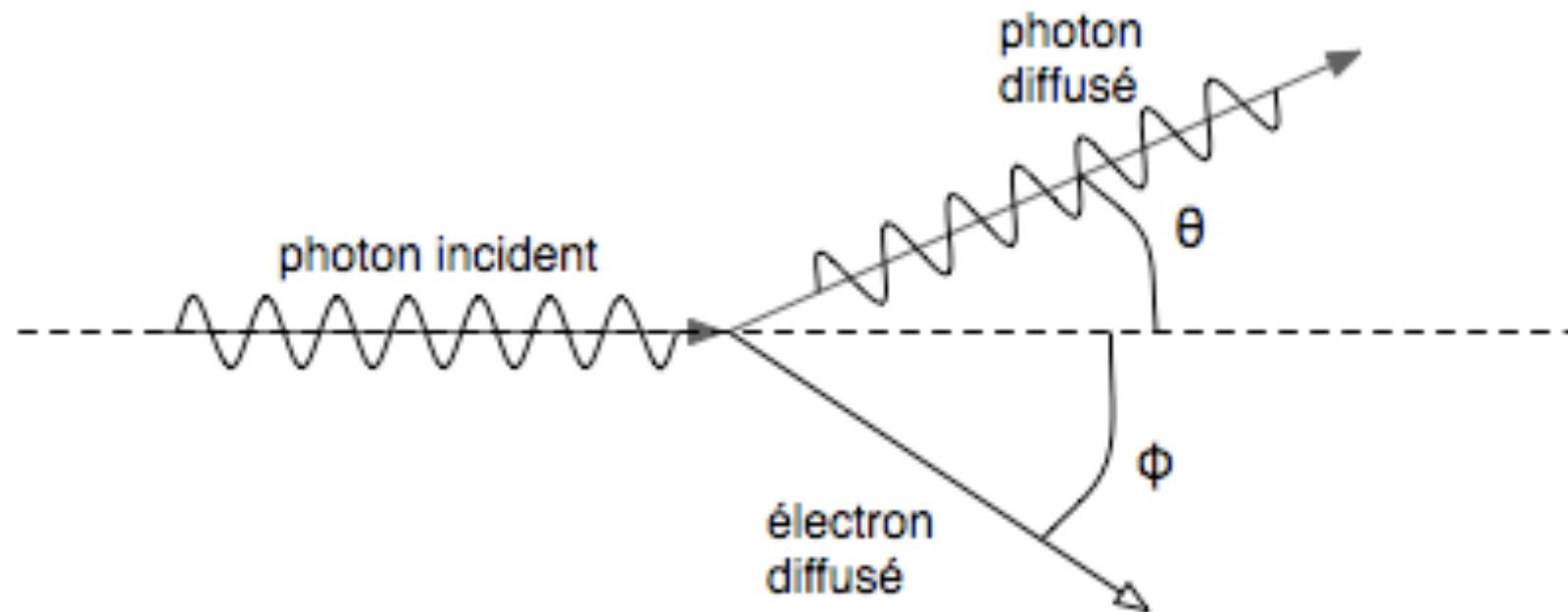
$$\mathbf{v} = \frac{c^2 \mathbf{p}}{E}$$

$$E = c \sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}$$

### 3.3.5 Effet Compton



Arthur Compton  
(1892 – 1962)



# Série 12

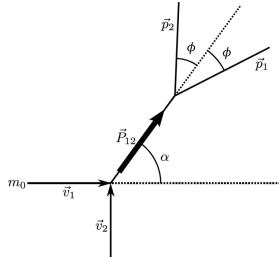
Cours de physique IV (PHYS-206) – Prof. Paolo Ricci – SPC

23 mai 2025

## Série 12 : Dynamique relativiste

### 1 Collision relativiste à l'équerre

Une particule de masse au repos  $m_0$  et de vitesse  $\mathbf{v}_1 = v \mathbf{e}_x$  entre en collision avec une particule de masse au repos  $2m_0$ , de même vitesse scalaire  $v_2 = v \mathbf{e}_y$ , mais sur une trajectoire perpendiculaire à celle de la première particule (voir dessin ci-contre). Juste après la collision, les deux particules forment une nouvelle particule, qu'on appellera « particule composite », de quantité de mouvement  $\mathbf{P}_{12}$ . Cette particule composite se décompose, après un certain temps, en deux photons de mêmes énergies. L'angle entre la trajectoire des deux photons vaut  $2\phi$ .



(a) Quel est le module de la quantité de mouvement  $\mathbf{P}_{12}$  de la particule composite ?

(b) Quelle est la masse au repos  $M_{012}$  de cette particule composite ?

(c) Que vaut l'angle  $\phi$  ?

**Indications :** Dans une collision entre particules élémentaires, l'énergie mécanique du système est toujours conservée. Exprimer tous les résultats en fonction de  $v$ ,  $m_0$ , la vitesse de la lumière,  $c$ , et  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ .

### 2 Choc relativiste

On considère deux particules élémentaires (1 et 2), de masses au repos  $m_1 = m_2 = m$ , se dirigeant l'une vers l'autre dans un référentiel  $\mathcal{R}$  lié au laboratoire. Dans  $\mathcal{R}$ , la première particule se déplace à une vitesse relativiste  $\mathbf{v}_1 = v_1 \mathbf{e}_x$ ,  $v_1 > 0$ , et la deuxième particule se déplace à une vitesse relativiste  $\mathbf{v}_2 = -v_2 \mathbf{e}_x$ ,  $v_2 > 0$ , où  $\mathbf{e}_x$  est le vecteur unitaire le long de l'axe  $x$ . On introduit également le référentiel  $\mathcal{R}'$  lié à la particule 1, c'est-à-dire que la particule 1 est au repos dans  $\mathcal{R}'$ . On définit deux événements  $A$  et  $B$  dont on connaît les propriétés suivantes :

- événement  $A$  : la particule 1 se trouve en  $t_A = x_A = 0$  (dans  $\mathcal{R}$ ) et  $t'_A = x'_A = 0$  (dans  $\mathcal{R}'$ ),
- événement  $B$  : la particule 2 se trouve en  $t_B = 0$  (dans  $\mathcal{R}$ ) et  $x'_B > 0$  (dans  $\mathcal{R}'$ ).

Exprimer tous les résultats en fonction de  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $m$ ,  $x'_B$  et la vitesse de la lumière,  $c$ .

(a) Déterminer  $x_B$  et  $t'_B$ . Est-ce que les deux événements  $A$  et  $B$  sont simultanés dans  $\mathcal{R}'$  ?

Déterminer également la vitesse  $v'_2$  de la particule 2 dans le référentiel  $\mathcal{R}'$ .

(b) On définit l'événement  $C$  comme l'instant auquel la particule 1 et la particule 2 entrent en collision. Déterminer les coordonnées  $t_C$  et  $x_C$  de l'événement  $C$  dans le référentiel  $\mathcal{R}$ . Faire de même pour les coordonnées  $t'_C$  et  $x'_C$  dans  $\mathcal{R}'$ .

À partir de maintenant, on suppose que  $v_1 \neq v_2 = 0$ , c'est-à-dire que la particule 2 est au repos dans le référentiel  $\mathcal{R}$  avant la collision.

(c) Soit  $\mathcal{R}''$  le référentiel du centre de masse des deux particules, dans lequel la somme de leurs quantités de mouvement est nulle. Déterminer  $u$ , la vitesse de  $\mathcal{R}''$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . Montrer

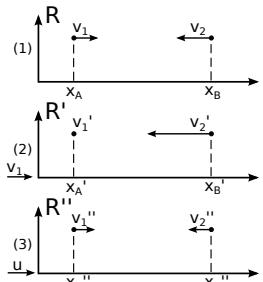


Figure 1

que dans le cas  $v_1 \ll c$  on retrouve le résultat de la mécanique classique.

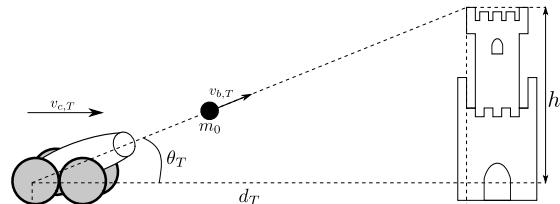
- (d) Après la collision, les deux particules se déplacent respectivement à des vitesses  $\mathbf{v}_{1,a}$  et  $\mathbf{v}_{2,a}$  dans le référentiel  $\mathcal{R}$ , avec  $\|\mathbf{v}_{1,a}\| = \|\mathbf{v}_{2,a}\|$  (voir figure 2, après la collision). On suppose que la masse au repos de chacune des deux particules reste inchangée pendant la collision. Déterminer l'angle  $\alpha$  qui fait la vitesse  $\mathbf{v}_{1,a}$  avec l'axe  $x$  dans  $\mathcal{R}$ .



Figure 2 : Représentation de la collision dans le référentiel  $\mathcal{R}$ .

### 3 Bataille relativiste

Dans le but d'attaquer une tour fortifiée, des attaquants ont mis au point un canon capable de rouler et de tirer à des vitesses relativistes. Dans le référentiel de la tour, le canon roule avec une vitesse  $v_{c,T}$  constante en direction de la tour et lorsqu'il fait feu, il se trouve à une distance  $d_T$  de la fortification. Toujours dans le référentiel de la tour, l'angle de tir  $\theta_T$  est tel que le boulet, qui a une vitesse de module  $v_{b,T}$  et une masse au repos  $m_0$ , touche le haut de la tour. On néglige les effets de la gravité et de toute autre force (frottements, etc.). Exprimer tous les résultats en fonction des paramètres  $\theta_T$ ,  $d_T$ ,  $v_{b,T}$ ,  $m_0$ ,  $v_{c,T}$ , de la vitesse de la lumière,  $c$ , et  $\gamma_C = 1/\sqrt{1-v_{c,T}^2/c^2}$ .



- (a) Calculer la hauteur  $h_T$  de la tour dans son référentiel. Puis, calculer le temps que met le boulet pour arriver à son objectif dans le référentiel de la tour,  $\Delta t_T$ , et dans celui du canon,  $\Delta t_C$ . De plus, calculer la distance horizontale parcourue par le boulet jusqu'à la tour vue dans le référentiel du canon,  $d_C$ .

(b) Calculer l'angle de tir  $\theta_C$  dans le référentiel du canon.

(c) Calculer l'énergie cinétique relativiste du boulet dans le référentiel de la tour,  $E_{b,T}$ , et dans celui du canon,  $E_{b,C}$ .