Semaines 10

1 et 2 mai 2025

2.2.2 Milieux diélectriques anisotropes

2.2.3 Milieux conducteurs

2.3 Réflexion et réfraction des ondes électromagnétiques

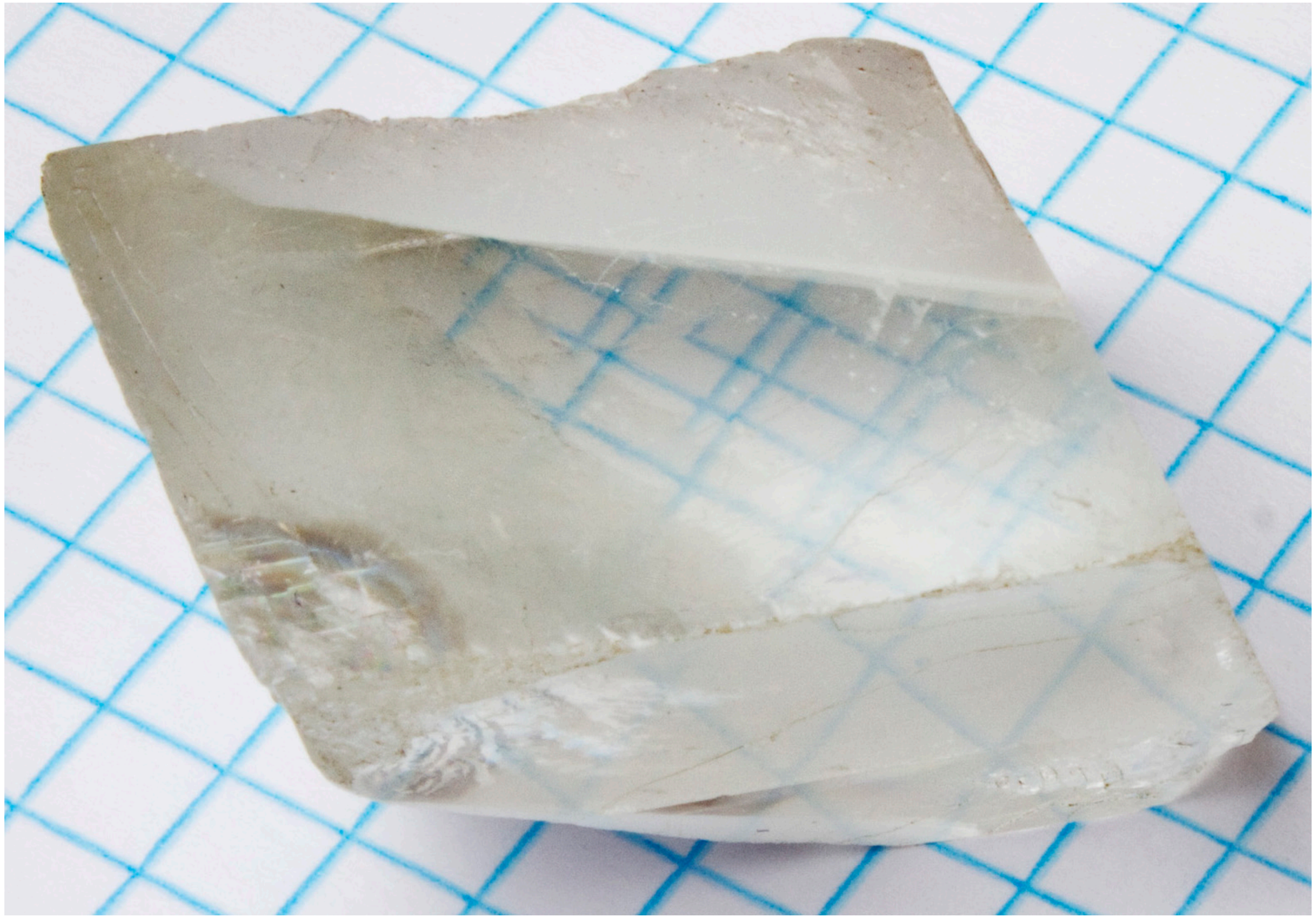
2.3.1 Champ E.M. au passage d'une interface

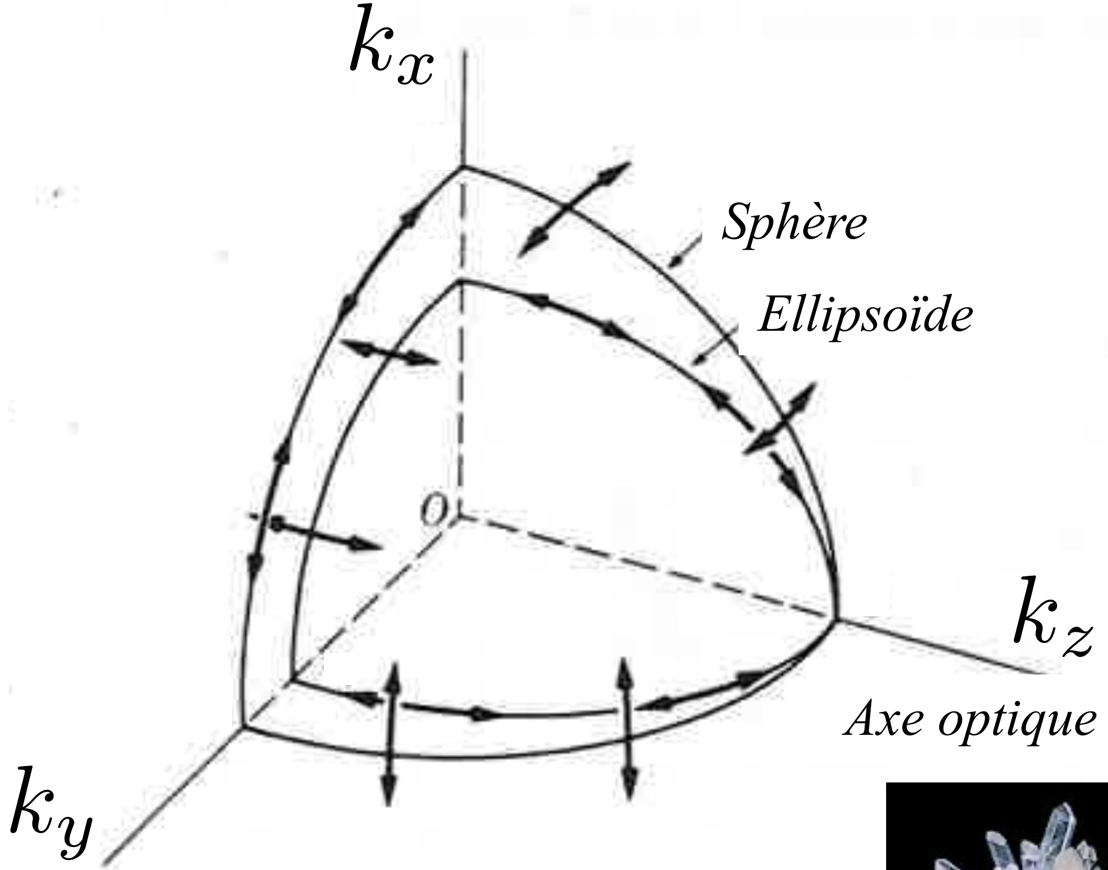
2.3.2 La biréfringence

Sir David Brewster
(1781 – 1868)

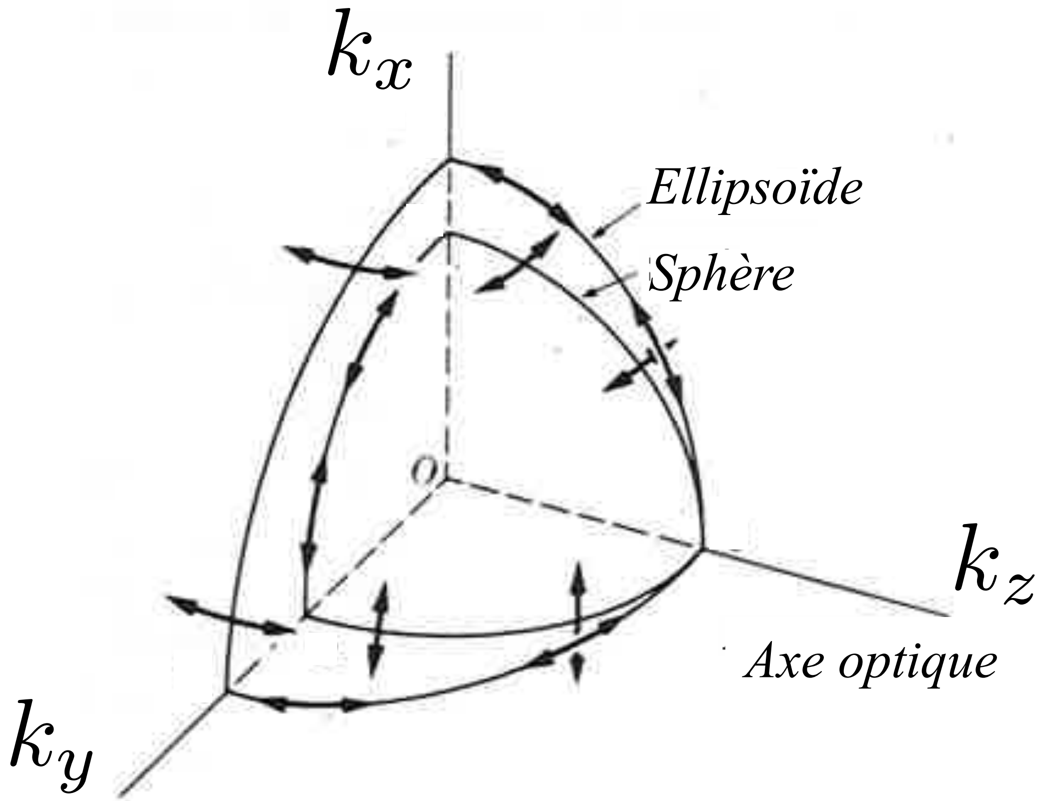
Série 9

2.2.2 Milieux diélectriques anisotropes

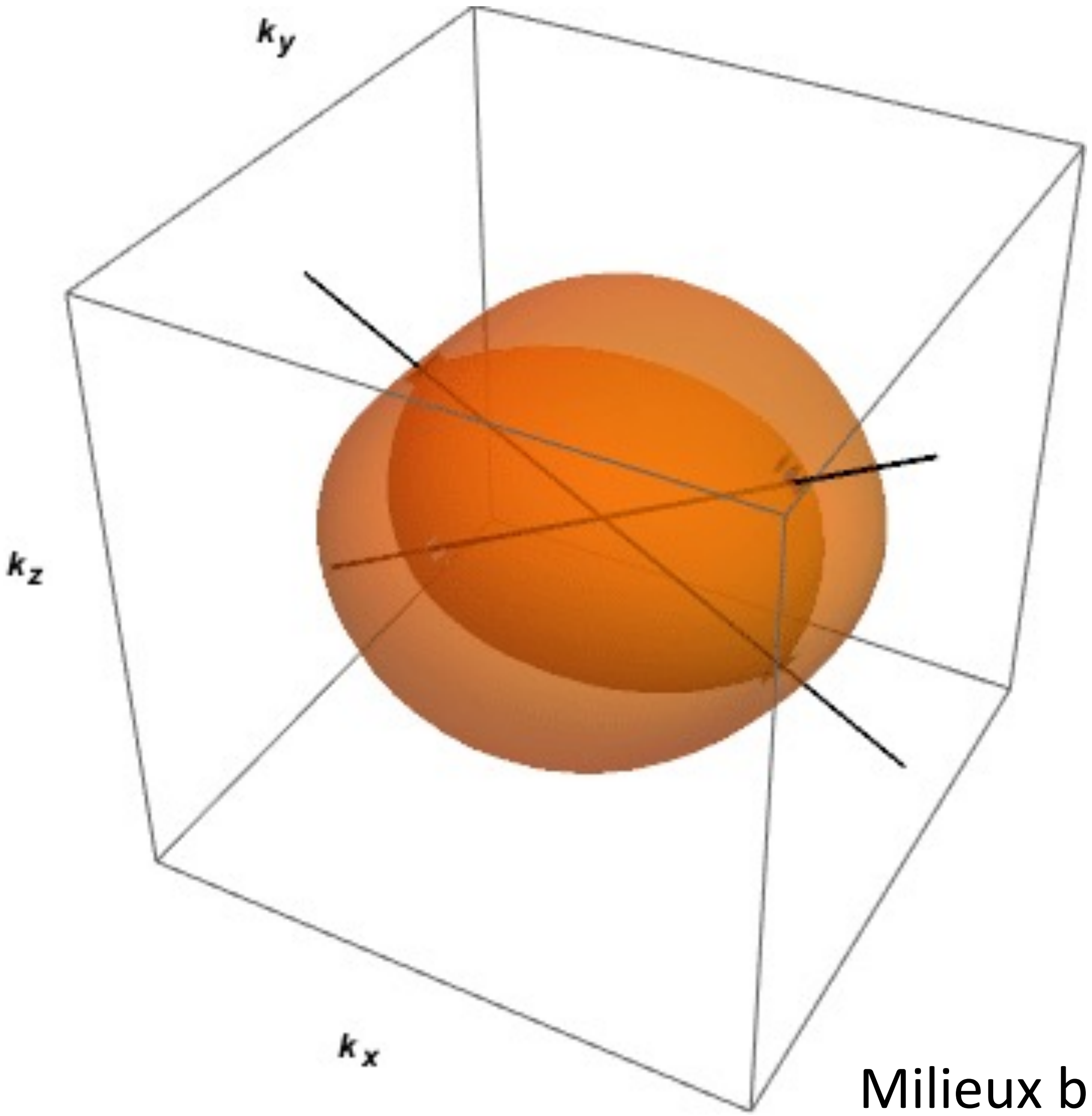




Cristaux uniaxes positifs
(p.ex. quartz, SiO_2)



Cristaux uniaxes négatifs
(p.ex. Calcite, $CaCO_3$)

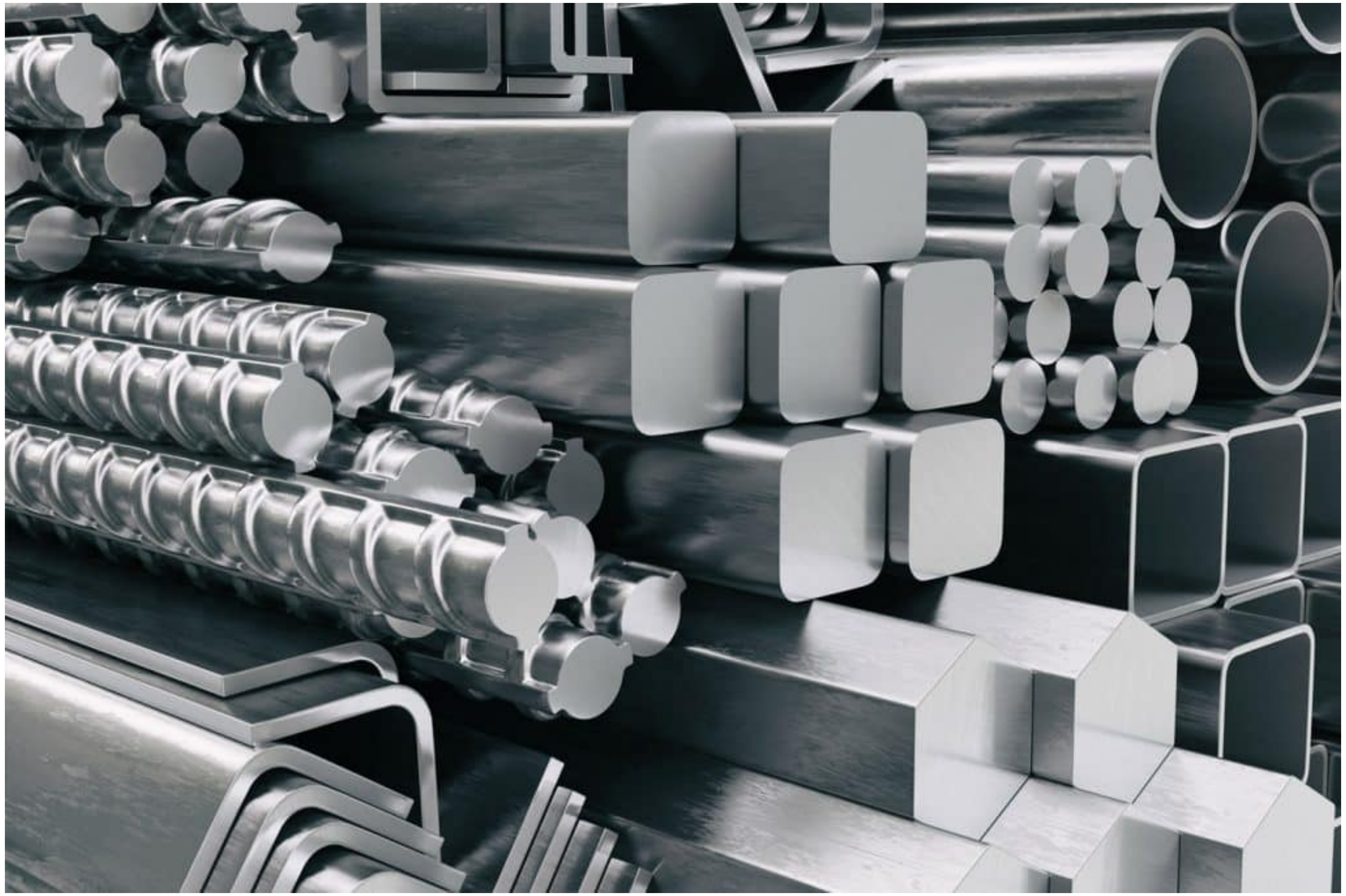


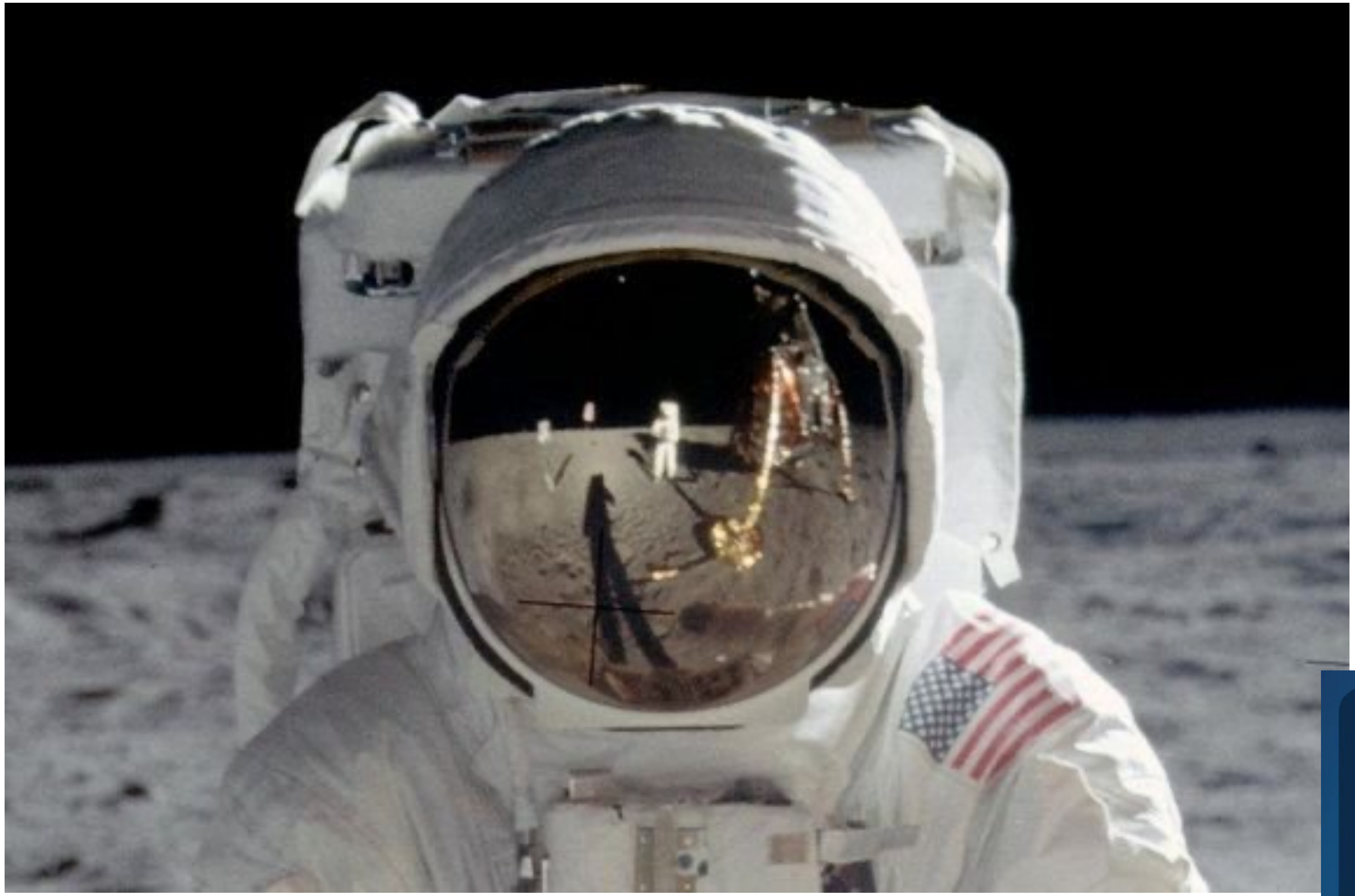
Milieux biaxes

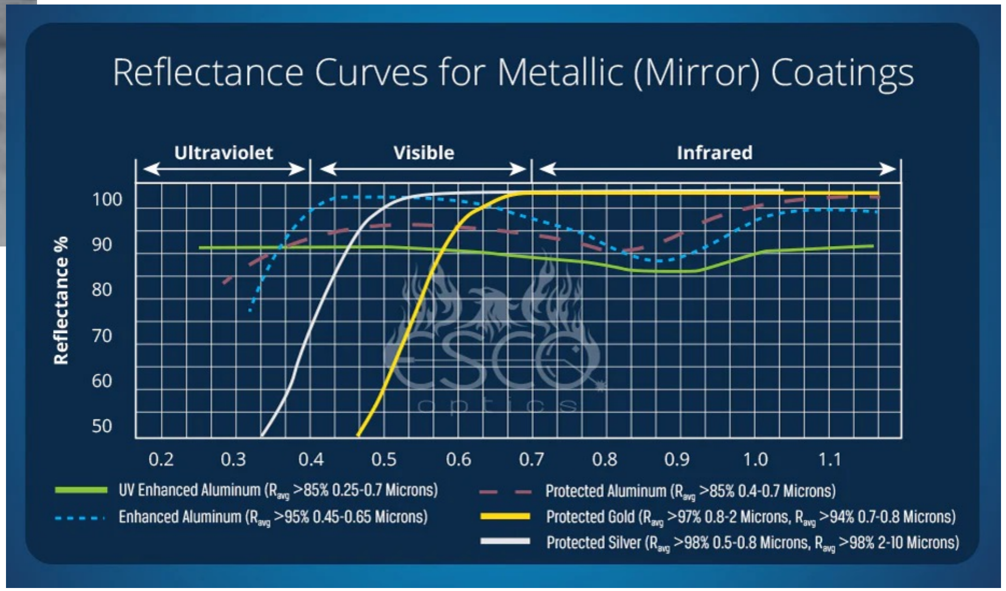
Topaze, $Al_2SiO_4(F, OH)_2$

Bénitoïte, $Al_2O_3 \bullet 2SiO_2 \bullet H_2O$

2.2.3 Milieux conducteurs

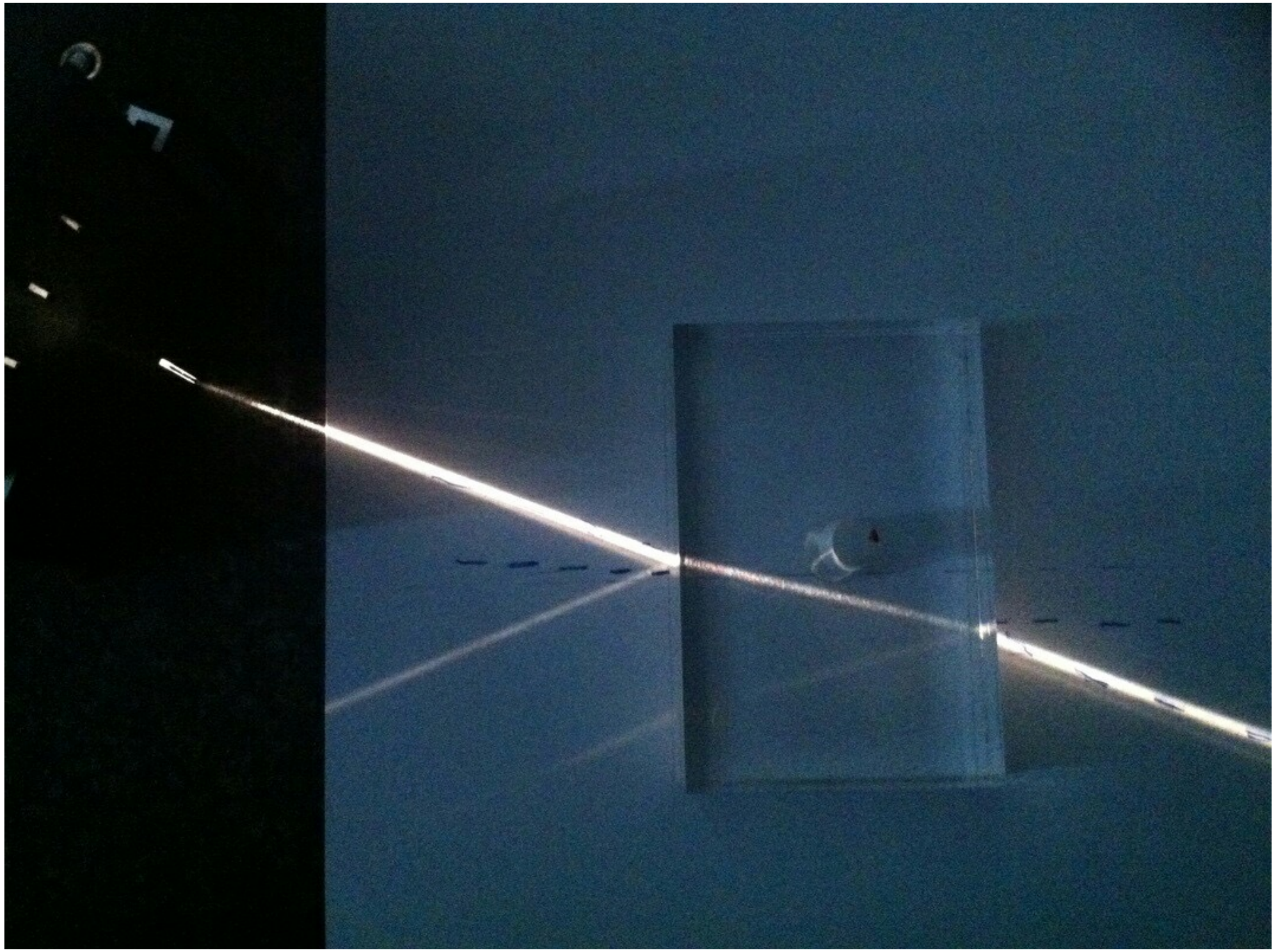






Reflectance Curves for Metallic (Mirror) Coatings
Ultraviolet
Visible
Infrared
Reflectance %
100
90
80
70
60
50
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
1.1
UV Enhanced Aluminum (R_{avg} >85% 0.25-0.7 Microns)
Enhanced Aluminum (R_{avg} >95% 0.45-0.65 Microns)
Protected Aluminum (R_{avg} >85% 0.4-0.7 Microns)
Protected Gold (R_{avg} >97% 0.8-2 Microns, R_{avg} >94% 0.7-0.8 Microns)
Protected Silver (R_{avg} >98% 0.5-0.8 Microns, R_{avg} >98% 2-10 Microns)

2.3 Réflexion et réfraction des ondes E.M.



2.3.1 Champ E.M. au passage d'une interface (milieux diélectriques isotropes)

Incidence parallèle:

$$T_{\parallel} = \left(\frac{E_{0,T}}{E_{0,I}}\right)_{\parallel} = \frac{2\cos\theta_I \sin\theta_T}{\sin(\theta_I+\theta_T)\cos(\theta_I-\theta_T)}$$

$$R_{\parallel} = \left(\frac{E_{0,R}}{E_{0,I}}\right)_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_T-\theta_I)}{\tan(\theta_I+\theta_T)}$$

Incidence perpendiculaire:

$$T_{\perp} = \left(\frac{E_{0,T}}{E_{0,I}}\right)_{\perp} = 2\frac{\cos\theta_I \sin\theta_T}{\sin(\theta_I+\theta_T)}$$

$$R_{\perp} = \left(\frac{E_{0,R}}{E_{0,I}}\right)_{\perp} = \frac{\sin(\theta_T-\theta_I)}{\sin(\theta_I+\theta_T)}$$

Série 9

Série 9 : Polaristion, réflexion et réfraction

1 Action d'une lame de quartz sur une onde polarisée rectiligne

On considère une lame de quartz d'épaisseur d et parallèle au plan Oxy et une onde EM polarisée rectiligne incidente se propageant dans la direction $\hat{z}$ et dont l'axe de polarisation fait un angle α_p avec l'axe $\hat{x}$. La lame de quartz est un matériel biréfringent dont le tenseur diélectrique peut s'écrire comme :

$$\bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{pmatrix}$$

On supposera que le quartz n'est pas aimanté, i.e $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$ aussi dans le quartz.

(a) Donner les 2 équations que doit satisfaire le vecteur d'onde $\vec{k}$ dans la lame de quartz pour qu'il y ait propagation. On nommera respectivement $n_0 = \sqrt{\epsilon_x/\epsilon_0}$ et $n_E = \sqrt{\epsilon_y/\epsilon_0}$, les indices de réfraction selon les axes ordinaires et extraordinaires de la lame de quartz.

(b) Montrer que le champ électrique $\mathbf{E}$ à la sortie de la lame satisfait l'équation d'une ellipse en fonction de $\phi = (2\pi/\lambda_0)(n_0 - n_E)d$ et α_p, des composantes E_x, E_y et de la norme E du champ électrique :

$$\frac{E_x^2}{E^2\cos(\alpha_p)^2} + \frac{E_y^2}{E^2\sin(\alpha_p)^2} - \frac{2E_xE_y\cos(\phi)}{E^2\cos(\alpha_p)\sin(\alpha_p)} = \sin^2(\phi)$$

(c) Discuter les cas où i) $\phi = 0$ ou π, ii) $\phi = \pm\pi/2$. Comparer ces résultats avec ceux trouvés en série 8, exercice 1, point d).

2 Filtre de Lyot

Un filtre de Lyot est un système composé d'une lame de quartz placée entre deux polariseurs rectilignes dont l'axe optique est selon $\hat{z}$. La lame de quartz, comme celle vue à l'exercice 1, est taillée parallèlement à l'axe optique, c'est-à-dire que son axe ordinaire est parallèle à $\vec{e}_x$ et son axe extraordinaire à $\vec{e}_y$. Les deux polarisateurs rectilignes ont le même axe de polarisation faisant un angle de 45° par rapport à l'axe $\vec{e}_x$. On considère une onde EM plane de longueur d'onde λ_0, polarisée rectiligne selon $\vec{e}_x$ et se propageant dans la direction $\hat{z}$ incidente sur le filtre de Lyot.

(a) Quelles sont les expressions de l'amplitude et de l'intensité du champ électrique de l'onde transmise par le système décrit ci-dessus en fonction de la différence de phase $\phi = (2\pi/\lambda_0)(n_o - n_E)d$, avec d l'épaisseur de la lame de quartz, n_o l'indice de réfraction ordinaire et n_E l'indice de réfraction extraordinaire ? En déduire un facteur de transmission t pour l'amplitude du champ électrique.

(b) On empile N filtres de Lyot avec des lames de quartz d'épaisseur variables, i.e $d_n = 2^{n-1} \cdot d, n = 1, ..., N$. En négligeant l'absorption des lames, démontrer que la valeur absolue du facteur de transmission total du système est donnée par :

$$|t| = \frac{\sin(2^N(\phi/2))}{2^N \sin(\phi/2)}$$

Indication :

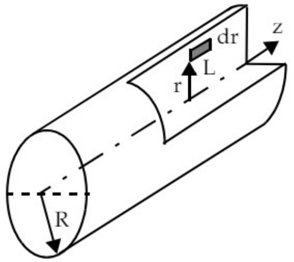
$$\sum_{n=0}^{N-1} \exp[in\phi] = \frac{\exp[iN\phi] - 1}{\exp[i\phi] - 1}$$

3 Effet de Peau

La répartition d'un courant alternatif dans un conducteur est modifiée par les courants induits générés par le champ magnétique né du courant lui-même. En conséquence, on observe une densité de courant plus importante dans la périphérie d'un conducteur massique qu'en son centre. Cet effet est appelé *Effet de Peau*. On cherche à décrire ce phénomène dans le cas d'un conducteur cylindrique de rayon R et d'axe $\hat{z}$. On considère le conducteur non-aimanté et de conductivité σ.

(a) Déterminer le champ magnétique traversant la petite surface $S = Ldr$ (voir figure ci-contre) située en r dans une section longitudinale passant par l'axe du conducteur

(b) Montrer qu'un courant induit circule sur le périmètre de cette petite surface Ldr et que sa direction implique que $E(r + dr) > E(r)$, ce qui explique que le courant soit plus important en périphérie.

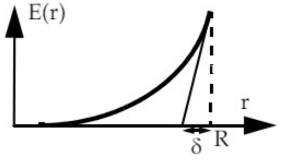


(c) En supposant un courant alternatif de pulsation ω, montrer que la distribution radiale du champ électrique $E(r)$, identique à la distribution du courant, est décrite par :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial r} + i\mu_0\sigma\omega E = 0, \text{ où : } \frac{\partial}{\partial t} \to -i\omega$$

La résolution fait appel aux fonctions de Bessel. L'expérience montrant que le courant diminue lorsque l'on pénètre dans le conducteur, il est possible de déterminer une solution approchée en montrant que : (voir figure ci-contre)

$$\frac{\partial E}{\partial r} \ll r\frac{\partial^2 E}{\partial r^2}$$



(d) Vérifier que la solution approchée à l'équation trouvée au point c) s'écrit :

$$E(r) = E_0 e^{-\alpha(R-r)+i\alpha(R-r)}, \text{ avec } \alpha = \sqrt{\frac{\mu_0\sigma\omega}{2}}$$

Que peut-on dire de α ?