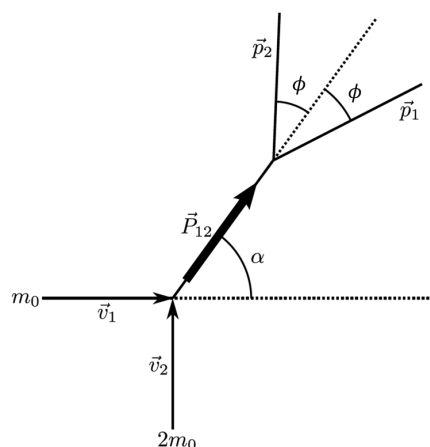


23 mai 2025

Série 12 : Dynamique relativiste

1 Collision relativiste à l'équerre

Une particule de masse au repos m_0 et de vitesse $\mathbf{v}_1 = v \mathbf{e}_x$ entre en collision avec une particule de masse au repos $2m_0$, de même vitesse scalaire $\mathbf{v}_2 = v \mathbf{e}_y$, mais sur une trajectoire perpendiculaire à celle de la première particule (voir dessin ci-contre). Juste après la collision, les deux particules forment une nouvelle particule, qu'on appellera « particule composite », de quantité de mouvement $\mathbf{P}_{12}$. Cette particule composite se décompose, après un certain temps, en deux photons de mêmes énergies. L'angle entre la trajectoire des deux photons vaut 2ϕ .



- Quel est le module de la quantité de mouvement $\mathbf{P}_{12}$ de la particule composite ?
- Quelle est la masse au repos M_{012} de cette particule composite ?
- Que vaut l'angle ϕ ?

Indications : Dans une collision entre particules élémentaires, l'énergie du système est toujours conservée. Exprimer tous les résultats en fonction de v , m_0 , la vitesse de la lumière, c , et $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

2 Choc relativiste

On considère deux particules élémentaires (1 et 2), de masses au repos $m_1 = m_2 = m$, se dirigeant l'une vers l'autre dans un référentiel $\mathcal{R}$ lié au laboratoire. Dans $\mathcal{R}$, la première particule se déplace à une vitesse relativiste $\mathbf{v}_1 = v_1 \mathbf{e}_x$, $v_1 > 0$, et la deuxième particule se déplace à une vitesse relativiste $\mathbf{v}_2 = -v_2 \mathbf{e}_x$, $v_2 > 0$, où $\mathbf{e}_x$ est le vecteur unitaire le long de l'axe x . On introduit également le référentiel $\mathcal{R}'$ lié à la particule 1, c'est-à-dire que la particule 1 est au repos dans $\mathcal{R}'$. On définit deux événements A et B dont on connaît les propriétés suivantes :

- événement A : la particule 1 se trouve en $t_A = x_A = 0$ (dans $\mathcal{R}$) et $t'_A = x'_A = 0$ (dans $\mathcal{R}'$),
- événement B : la particule 2 se trouve en $t_B = 0$ (dans $\mathcal{R}$) et $x'_B > 0$ (dans $\mathcal{R}'$).

Exprimer tous les résultats en fonction de v_1 , v_2 , m , x'_B et la vitesse de la lumière, c .

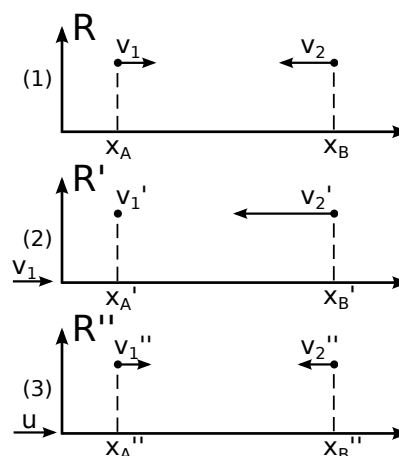


Figure 1

- Déterminer x_B et t'_B . Est-ce que les deux événements A et B sont simultanés dans $\mathcal{R}'$? Déterminer également la vitesse $\mathbf{v}'_2$ de la particule 2 dans le référentiel $\mathcal{R}'$.
- On définit l'événement C comme l'instant auquel la particule 1 et la particule 2 entrent en collision. Déterminer les coordonnées t_C et x_C de l'événement C dans le référentiel $\mathcal{R}$. Faire de même pour les coordonnées t'_C et x'_C dans $\mathcal{R}'$.

À partir de maintenant, on suppose que $v_1 \neq v_2 = 0$, c'est-à-dire que la particule 2 est au repos dans le référentiel $\mathcal{R}$ avant la collision.

- Soit $\mathcal{R}''$ le référentiel du centre de masse des deux particules, dans lequel la somme de leurs quantités de mouvement est nulle. Déterminer u , la vitesse de $\mathcal{R}''$ par rapport à $\mathcal{R}$. Montrer

que dans le cas $v_1 \ll c$ on retrouve le résultat de la mécanique classique.

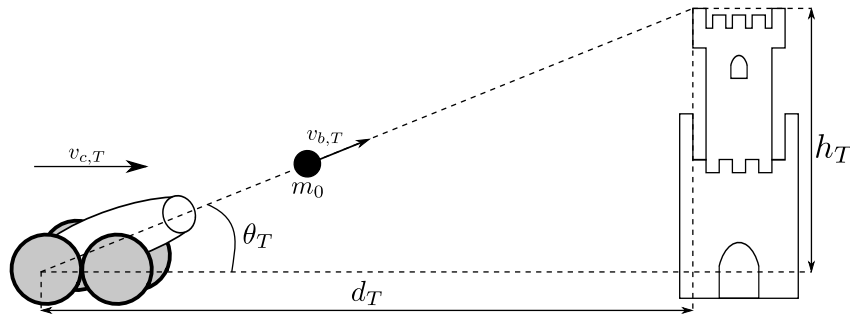
- (d) Après la collision, les deux particules se déplacent respectivement à des vitesses $\mathbf{v}_{1,a}$ et $\mathbf{v}_{2,a}$ dans le référentiel $\mathcal{R}$, avec $\|\mathbf{v}_{1,a}\| = \|\mathbf{v}_{2,a}\|$ (voir figure 2, après la collision). On suppose que la masse au repos de chacune des deux particules reste inchangée pendant la collision. Déterminer l'angle α que fait la vitesse $\mathbf{v}_{1,a}$ avec l'axe x dans $\mathcal{R}$.



Figure 2 : Représentation de la collision dans le référentiel $\mathcal{R}$.

3 Bataille relativiste

Dans le but d'attaquer une tour fortifiée, des attaquants ont mis au point un canon capable de rouler et de tirer à des vitesses relativistes. Dans le référentiel de la tour, le canon roule avec une vitesse $v_{c,T}$ constante en direction de la tour et lorsqu'il fait feu, il se trouve à une distance d_T de la fortification. Toujours dans le référentiel de la tour, l'angle de tir θ_T est tel que le boulet, qui a une vitesse de module $v_{b,T}$ et une masse au repos m_0 , touche le haut de la tour. On néglige les effets de la gravité et de toute autre force (frottements, etc.). Exprimer tous les résultats en fonction des paramètres θ_T , d_T , $v_{b,T}$, m_0 , $v_{c,T}$, de la vitesse de la lumière, c , et $\gamma_C = 1/\sqrt{1 - v_{c,T}^2/c^2}$.



- Calculer la hauteur h_T de la tour dans son référentiel. Puis, calculer le temps que met le boulet pour arriver à son objectif dans le référentiel de la tour, Δt_T , et dans celui du canon, Δt_C . De plus, calculer la distance horizontale parcourue par le boulet jusqu'à la tour vue dans le référentiel du canon, d_C .
- Calculer l'angle de tir θ_C dans le référentiel du canon.
- Calculer l'énergie cinétique relativiste du boulet dans le référentiel de la tour, $E_{b,T}$, et dans celui du canon, $E_{b,C}$.