

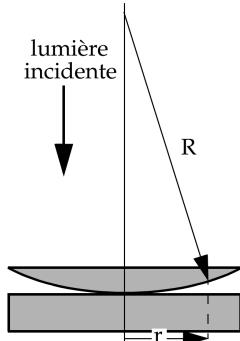
4 avril 2025

## Série 7 : Interférences et diffraction

### 1 Anneaux de Newton

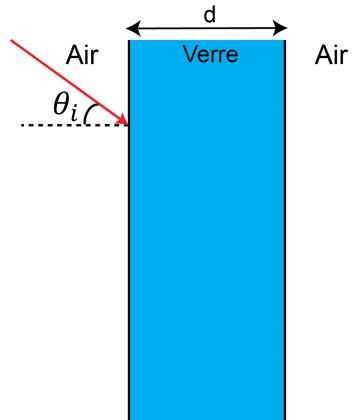
Une lentille optique plan-convexe, posée sur un miroir parfait, est illuminée par une onde monochromatique. On suppose que l'épaisseur  $d(r)$  de la couche d'air sous la lentille est négligeable par rapport au rayon de courbure de la lentille  $R$ , c'est-à-dire  $d \ll R$ . La figure ci-contre représente la lentille plan-convexe reposant sur le miroir.

- En utilisant la limite  $d \ll R$ , montrer que  $d \approx r^2/(2R)$ . Avec cette approximation, montrer les ondes réfléchies et réfractées d'une onde incidente verticale restent elles-mêmes verticales.
- Décrire le comportement d'un faisceau incident réfléchi aux différentes interfaces. On négligera les réflexions multiples. Expliquer qualitativement pourquoi un observateur placé au-dessus de la lentille observe des interférences qui se manifestent par des anneaux concentriques alternativement sombres et clairs appelés « anneaux de Newton ».
- Déterminer le rayon  $r_m$  du  $m^{\text{e}}$  anneau sombre ainsi que la loi décrivant l'augmentation du rayon entre deux anneaux sombres consécutifs.
- Quelle est l'aire séparant deux anneaux sombres ? Dépend-elle de  $m$  ?
- Déterminer la loi décrivant le rayon  $r'_m$  de l'interférence constructive.



### 2 Interféromètre de Fabry-Perot

Un interféromètre de Fabry-Perot est un instrument optique composé de deux surfaces partiellement réfléchissantes. Il permet de laisser passer uniquement les longueurs d'onde de la lumière incidente qui sont en résonance avec la cavité optique formée par les deux surfaces. On désire caractériser la figure d'interférences de cet interféromètre en assimilant les surfaces aux deux interfaces d'une lame de verre de largeur  $d$  et d'indice de réfraction  $n$ . Pour simplifier l'analyse, on considère une onde monochromatique incidente sur la lame avec un angle incident  $\theta_i$  par rapport à la normale. Le rayon incident est réfracté avec un angle  $\theta_r$ .



- À l'aide d'un diagramme, expliquer comment se comporte un rayon lumineux incident traversant la lame de verre. Considérer des réflexions multiples et montrer qu'un rayon entrant engendre plusieurs rayons sortants (ayant traversé la lame). Déduire la différence de phase  $\Delta\phi(\theta_r)$  en fonction de  $\theta_r$  entre deux rayons sortants successifs.

**Indication :** Prendre la limite de diffraction en champ lointain (diffraction de Fraunhofer).

- On suppose que la réflectivité de l'interface verre-air est égal à  $R < 1$ . Calculer l'amplitude  $s_n(\Delta\phi)$  de chaque réfraction en sortie de l'interféromètre. En déduire l'amplitude totale  $s_{\text{tot}}$  en fonction de l'amplitude incidente  $s_i$ .

**Indications :** La réflectivité  $R$  et transmittance  $T$  d'une interface sont données par le rapport des intensités réfléchie, respectivement transmise, et incidente,  $R = I_r/I_i$ , resp.  $T = I_t/I_i$ .

(c) Montrer que la transmittance est donnée par :

$$T(\theta_r) = \left[ 1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Delta\phi(\theta_r)}{2} \right]^{-1}.$$

(d) Donner les conditions pour avoir une transmittance maximale et dessiner la transmittance pour un angle  $\theta_r$  fixe en fonction de  $\Delta\phi$ , puis de  $\lambda$ . Que remarque-t-on ? En déduire une application de l'interféromètre de Fabry-Perot.

### 3 Pression de radiation

On présente deux approches afin de dériver l'expression de la pression de radiation. On considère une onde électromagnétique plane progressive,

$$\mathbf{E}_i = \operatorname{Re}[E_{0,i} e^{i(kx-\omega t)} \mathbf{e}_y] = E_{0,i} \cos(kx - \omega t) \mathbf{e}_y,$$

se propageant depuis  $x < 0$  dans le vide et incidente sur un miroir plan, métallique et parfaitement conducteur en  $x = 0$ , ce qui implique donc que le champ électrique s'annule à l'interface,  $\mathbf{E}(x = 0) = 0$ . Ceci implique donc une onde électromagnétique réfléchie,

$$\mathbf{E}_r = \operatorname{Re}[E_{0,r} e^{-i(kx+\omega t)} \mathbf{e}_y] = E_{0,r} \cos(kx + \omega t) \mathbf{e}_y.$$

(a) Déterminer l'amplitude  $E_{0,r}$  en fonction de  $E_{0,i}$ . Donner une expression pour les champs électrique et magnétique  $\mathbf{E}_{\text{tot}}$  et  $\mathbf{B}_{\text{tot}}$  résultants pour  $x < 0$ . Pour l'onde incidente, calculer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting  $\langle \mathbf{S}_i \rangle = \langle \mathbf{E}_i \times \mathbf{B}_i \rangle / \mu_0$ , ainsi que la densité volumique d'énergie moyenne  $\langle u_{v,i} \rangle$  de l'onde électromagnétique.

(b) Déterminer la charge surfacique  $\sigma$  et le courant surfacique  $\mathbf{J}_s$  en  $x = 0$ .

**Indication :** Les conditions de bord à l'interface entre deux milieux 1 et 2 s'écrivent :

$$\begin{aligned} (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1)_{\perp} &= \sigma, & (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1)_{\parallel} &= 0, \\ (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1)_{\perp} &= 0, & (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1)_{\parallel} \cdot (\mathbf{t} \times \mathbf{n}) &= \mathbf{J}_s \cdot \mathbf{t}, \end{aligned}$$

où  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire normal à l'interface, en direction du milieu 2, et  $\mathbf{t}$  un vecteur unitaire tangent à l'interface. Ici, les symboles  $\parallel$  et  $\perp$  indiquent, respectivement, les composantes parallèles et perpendiculaire au plan formé par l'interface entre les deux milieux.

(c) L'expression de la force résultante est donnée par :

$$d\mathbf{F} = \frac{1}{2}(\sigma \mathbf{E}_{\text{tot}} + \mathbf{J}_s \times \mathbf{B}_{\text{tot}}) dS, \quad (*)$$

où  $dS$  est un petit élément de surface. Donner une explication pour le facteur  $1/2$ . En déduire que l'onde exerce une pression  $P$  sur le miroir dont on calculera la valeur moyenne  $\langle P \rangle$  en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie  $\langle u_{v,i} \rangle$  de l'onde incidente, puis de la densité volumique moyenne d'énergie  $\langle u_{v,\text{tot}} \rangle$  de l'onde totale.

Dans un second temps, l'expression de la pression de radiation peut également être dérivée en considérant la nature corpusculaire de la lumière.

- (d) En utilisant la relation de l'énergie d'un photon  $E_\gamma = c\|\mathbf{p}_\gamma\|$ , déterminer l'expression de la pression de radiation  $\langle P \rangle$  produite en fonction de la puissance émise  $P_w$  et de la distance  $r$  de la surface considérée par rapport à la source.
- (e) Déterminer le rayon limite  $R_{\text{lim}}$  d'une sphère métallique pour lequel celle-ci pourrait être éjectée du système solaire, en tenant compte de la pression de radiation. On suppose que le Soleil émet un rayonnement d'une puissance  $P_w$ . La section efficace de la sphère est donnée par  $\pi R^2$ .