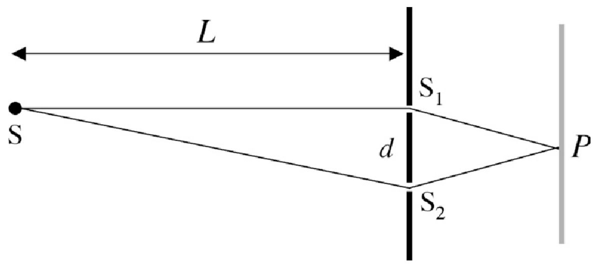
14 mars 2025

Série 4 : Superposition d'ondes et principe de Huygens

1 Fentes de Young décalées

Une source ponctuelle S émet une onde monochromatique de longueur d'onde λ et illumine deux fentes ponctuelles identiques, S_1 et S_2, sur une plaque située à une distance L. La fente S_1 est placée de telle sorte à ce que l'angle formé par S, S_1 et S_2 soit droit. La fente S_2 est à une distance d de S_1, comme indiqué sur le schéma ci-dessous. Un écran est placé à une distance R de la plaque. On suppose $d \sim \lambda \ll L \sim R$. On étudie l'interférence des ondes émises par S_1 et S_2 en négligeant les effets de la diffraction, c'est-à-dire l'interférence de chaque faisceau avec lui-même. On considère le problème uniquement dans le plan de la figure, c'est-à-dire le plan formé par S, S_1 et S_2.



(a) Expliquer pourquoi les sources S_1 et S_2 peuvent être considérées comme d'amplitudes égales mais présentent un déphasage non négligeable.

(b) On observe la lumière au point P, placé sur l'écran à égale distance de S_1 et de S_2. Lorsqu'une seule des deux fentes est ouverte (S_1 ou S_2), on observe une intensité moyenne I_0. Lorsqu'il y a deux fentes, l'intensité moyenne mesurée est alors $3I_0$. Quelle est la plus petite valeur de d compatible avec ces observations ?

(c) Étudier les figures d'interférences produites le long de l'écran lorsque les deux fentes S_1 et S_2 sont ouvertes.

(d) Montrer qu'on retrouve la figure d'interférence simple des fentes de Young vue en cours, dont la position verticale est décalée d'une distance $dR/(2L)$ en direction de S_2.

(e) Comment est modifiée la réponse donnée en (b) si un milieu d'indice de réfraction $n = 2$ remplissait : (i) l'espace entre la plaque et l'écran, (ii) l'espace entre la source S et les deux fentes. Indication : l'indice de réfraction n d'un milieu donné est le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide est celle dans le milieu. Par conséquence, la longueur d'onde de la lumière dans le vide λ est modifiée par le changement de milieu, c.-à-d. $\lambda' = \lambda/n$.

2 Diffraction de Fraunhofer

Lorsque de la lumière traverse une fente d'une taille finie, elle crée des interférences avec elle-même. Ce phénomène prend le nom de diffraction. On désire dériver la formule de la figure de diffraction créée par le passage d'une onde plane à travers une fente rectangulaire. La longueur des ondes émises est λ.

On remarque qu'il est judicieux d'utiliser la forme exponentielle de l'amplitude

$$S(r,t) = S_0 \sin(kr - \omega t) = S_0 \,\mathrm{Im}(e^{i(kr-\omega t)})$$

afin de simplifier certains calculs. On rappelle également l'expression de la série géométrique et de la fonction $\mathrm{sinc}(x)$,

$$\sum_{n=0}^{N} r^n = \frac{r^{N+1}-1}{r-1}, \quad \mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$$

Dans un premier temps, on considère le cas de trois sources cohérentes S_1, S_2 et S_3, distantes entre elles de d, situées à une distance $R \gg d$ d'un écran (la diffraction de Fraunhofer est aussi appelée diffraction en champ lointain).

(a) Dériver l'intensité moyenne de l'onde résultante des trois sources $I_{\text{tot}}(\theta)$ en fonction de θ, l'angle formé entre un point quelconque sur l'écran et un point directement en face de la fente.

On considère désormais le cas d'une fente de largeur d. Pour étudier le phénomène de diffraction, on fait l'hypothèse que l'onde plane incidente sur la fente peut être décrite à l'aide de N sources cohérentes équidistantes de $a = d/(N-1)$ et d'amplitude S_0/N.

(b) Dériver l'intensité moyenne sur l'écran en fonction de θ. Comment l'expression se simplifie-t-elle dans la limite $N \to \infty$?

(c) Donner une condition pour que plusieurs pics de diffraction soient visibles. À partir de ce résultat, dessiner qualitativement la figure de diffraction pour : (i) $d/\lambda = 1$, (ii) $d/\lambda = 2$.

3 Rayon laser courbe

On considère l'expérience du rayon laser courbe montrée en cours. La raison pour laquelle la lumière prend une trajectoire courbe est que le liquide dans le récipient est un mélange graduel entre de l'eau et de la glycérine. Ces deux liquides ont des indices de réfraction différents : $n_{\text{eau}} = 1.33$ et $n_{\text{gly}} = 1.44$. Ceci implique un gradient d'indice de réfraction qui est la cause de la courbature du rayon laser.

On cherche à comprendre intuitivement comment un indice de réfraction variable induit un rayon laser courbe. Soit $n(y) = n_0 - \alpha y$, l'indice de réfraction du mélange eau-glycérine, avec y dans la direction verticale et $\alpha > 0$ (la glycérine coule dans l'eau). On suppose que l'onde lumineuse incidente est une onde plane qui se propage le long de la direction horizontale, x.

challenge

(a) Montrer que la trajectoire du laser est un arc de cercle de rayon $R(y) = n(y)/\alpha$. Indication : à l'aide du principe de Huygens, considérer l'avancement du front d'onde du laser à une position y et dans son voisinage $y + \delta y$ pour en déduire la trajectoire du front d'onde global.

(b) Dessiner qualitativement la trajectoire de rayons lumineux à différentes positions y. L'épaisseur du faisceau laser va-t-elle diminuer, augmenter ou rester inchangée ?

Indication : L'indice de réfraction n d'un milieu donné est le rapport entre la vitesse du faisceau lumineux dans le vide c et la vitesse du faisceau dans ce milieu u, $n = c/u$.