7 mars 2025

Série 3 : Effet Doppler, onde de choc

1 Test des sirènes d'alarme

On désire connaître la distance jusqu'à laquelle une sirène peut être entendue. On suppose qu'une sirène émet une onde sonore sphérique de puissance P et de fréquence f.

(a) Calculer l'intensité sonore, l'amplitude de déplacement des molécules d'air et l'amplitude de la variation de pression en tout point de l'espace. Calculer ces différentes valeurs (intensité, amplitude de vibration et de variation de pression) à 1 km de la sirène.

(b) On considère désormais que l'onde subit une atténuation, avec un paramètre d'atténuation de α. À quelle distance r_{max} la sirène cesse-t-elle d'être perceptible (c'est-à-dire $I < I_{\text{seuil}}$) ? Donner une expression pour r_{max} et la résoudre graphiquement.

Indications :

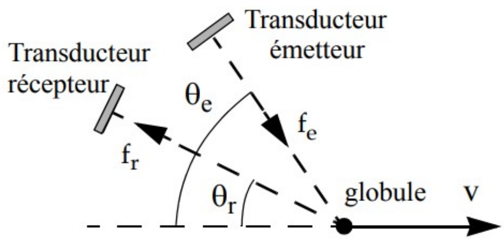
— La vitesse du son est $u = \sqrt{K/\rho}$, où K est le coefficient de compressibilité et ρ la densité massique du milieu.

— Le paramètre d'atténuation α permet de caractériser une atténuation exponentielle de l'amplitude de l'onde sonore. L'amplitude ξ_0 est alors $A\xi_0$, avec le facteur d'atténuation α vérifiant $dA = -\alpha A\, dr$.

Application numérique : $P = 1000\,\text{W}$, $f = 200\,\text{Hz}$, $\rho = 1.293\,\text{kg/m}^3$, $u = 343\,\text{m/s}$, $I_{\text{seuil}} = 10^{-12}\,\text{W/m}^2$, $\alpha = 4.605 \cdot 10^{-1}\,\text{km}^{-1}$.

2 Échographie Doppler

L'échographie Doppler est un examen médical très répandu et l'une des applications les plus notables de l'effet Doppler en médecine. Il permet de mesurer avec précision le débit sanguin dans les vaisseaux sanguins à l'aide d'ultrasons générés par un transducteur émetteur et capté par un transducteur récepteur. Les transducteurs sont placés comme illustré ci-contre. On suppose que les angles θ_e et θ_r sont approximativement égaux, c'est-à-dire $\theta_e \approx \theta_r = \theta$. On appelle u la vitesse de propagation des ultrasons dans les tissus et le sang.



Pour résoudre ce problème, il est nécessaire de généraliser la formule de l'effet Doppler vue en cours. En effet, on a considéré l'observateur et la source se déplaçant sur un même axe. On souhaite dériver la fréquence perçue par l'observateur lorsque la source ne se déplace pas dans l'axe observateur–source.

(a) Dériver l'expression de la fréquence perçue par un observateur $\mathcal{O}$ en mouvement avec une vitesse relative $\mathbf{v}$ par rapport à une source immobile $\mathcal{S}$ (voir figure a). On considère que $\|\mathbf{v}\| = v \ll u$.

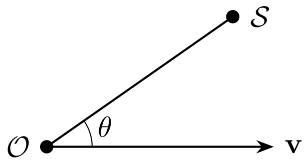


Fig. a)

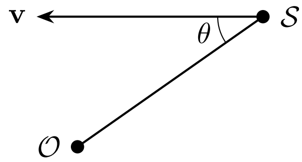


Fig. b)

(b) Répéter ce raisonnement pour le cas d'une source en mouvement et d'un observateur immobile (voir figure b).

(c) Appliquer ces résultats afin d'obtenir l'expression de la fréquence perçue par le transducteur récepteur en fonction de la fréquence émise par le transducteur émetteur. En déduire l'expression de la vitesse des globules rouges en fonction de la fréquence Doppler, $f_D = |f_r - f_e|$.

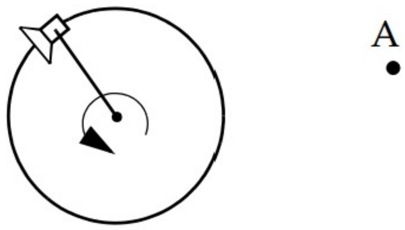
(d) Calculer numériquement la vitesse des globules rouges. Application numérique : $f_D = 1200\,\text{Hz}$, $u = 1500\,\text{m/s}$, $f_e = 8\,\text{MHz}$, $\theta = 60°$.

Afin d'éviter un échauffement trop important des tissus, l'intensité de l'onde émise est limitée à une valeur $I_{\max}$. En plus, l'atténuation des tissus humains α, jusqu'à présent négligée, est importante. On considère que l'artère mesurée se trouve à une profondeur P de l'épiderme.

(e) Calculer l'intensité de l'onde reçue par le transducteur. En déduire également son amplitude. Application numérique : $P = 5\,\text{cm}$, $\alpha = 57.5\,\text{m}^{-1}$, densité des tissus : $\rho = 10^3\,\text{kg/m}^3$, $I_{\max} = 0.01\,\text{W/m}^2$.

3 Haut-parleur tournant

Un haut-parleur est fixé à l'extrémité d'un bras de longueur R tournant à vitesse angulaire ω. Il émet une onde de fréquence f.



(a) Déterminer la fréquence perçue par un observateur A immobile, situé à distance d de l'axe du bras, en fonction de f, d, R, u, ω et du temps

(b) Déterminer les fréquences minimale et maximale perçues par l'observateur A et les calculer numériquement.

Application numérique : $f = 500\,\text{Hz}$, $R = 1\,\text{m}$, $d = 1\,\text{m}$, $\omega = 2\pi/3\,\text{rad/s}$, $u = 348\,\text{m/s}$.

(c) Quelle(s) fréquence(s) sont perçues par l'observateur A s'il se trouve au centre du cercle ?

4 Avion supersonique

Un avion supersonique vole à Mach 3 ($v_{\text{avion}} = 3u_{\text{son}}$) à une altitude A. Un observateur au sol déclenche son chronomètre lorsque l'avion passe au-dessus de sa tête.

(a) Calculer l'instant τ où l'onde de choc sera perçue par l'observateur et la distance parcourue par l'avion pendant ce temps.

(b) On considère désormais la présence d'un vent de vitesse v_{vent} soufflant dans la même direction que l'avion. La vitesse du vent est constante à toute altitude. Dériver à nouveau l'instant τ ainsi que la distance parcourue par l'avion pendant ce temps.

Application numérique : $A = 20\,\text{km}$, $u_{\text{son}} = 348\,\text{m/s}$, $v_{\text{vent}} = 14\,\text{m/s}$.