Physique générale: Électromagnétisme (SMT), examen du 25.01.2024

Nom:..**No. Sciper:**.......................**No. Place:**..............

Tableau d'attribution des points
(pour la correction)

	Points	Points Obtenus
Problème 1	5	
Problème 2	5	
Problème 3	5	
Problème 4	5	
QCMs	10	
Total	**30**	

Formules mathématiques utiles
(selon la voie choisie pour la résolution des problèmes)

$$\int_0^{\pi} \cos\theta \sin^2\theta d\theta = 0$$

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\cos\theta}{\sqrt{1+\cos^2\theta}} d\theta = \frac{\pi}{6} \qquad \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\cos\theta}{\sqrt{1+\cos^2\theta}} d\theta = \frac{\pi}{3} \qquad \int \frac{\cos\theta}{\sqrt{1+\cos^2\theta}} d\theta = \arcsin(\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}})$$

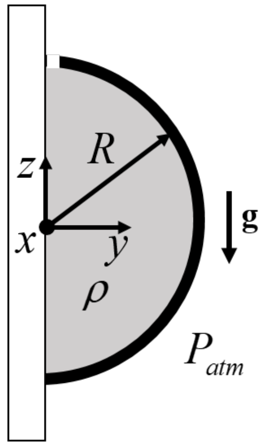
$$\int \frac{1}{(x^2+c/2)\sqrt{x^2+c}} dx = \frac{2}{c} \arctan(\frac{x}{\sqrt{x^2+c}}) \qquad \int \frac{1}{(x^2+c)^{3/2}} dx = \frac{x}{c\sqrt{x^2+c}}$$

$$\sin(\arctan(x)) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\frac{d}{dx} \arccos(f(x)) = -\frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}} \qquad \frac{d}{dx} \arcsin(f(x)) = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}$$

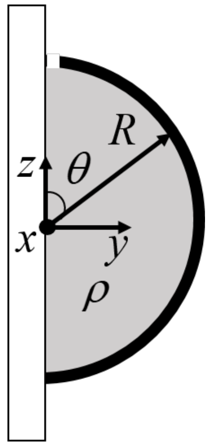
Problème 1 [5 points]

Une coque hémisphérique de rayon R, d'épaisseur et de masse négligeables, est appuyée contre une paroi verticale lisse. La coque hémisphérique est entièrement remplie d'eau à travers un très petit trou à son sommet (c'est-à-dire en $(0, 0, R)$). La densité de l'eau est ρ. Déterminez la force minimale $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$ qui doit être appliquée à la coquille pour la maintenir en place, en supposant que la pression atmosphérique P_{atm} est uniforme autour de la coque hémisphérique.



Solution:
$\mathbf{F} = (0, -\pi R^3 \rho g, (2/3)\pi R^3 \rho g)$ [(1, 2, 2) points]

Solution détaillée:
Méthode 1:



La coque hémisphérique est soumise à la force due à la pression exercée par l'eau à l'intérieur et à la force due à la pression exercée par l'air à l'extérieur. La pression exercée par l'eau à l'intérieur:

$$P_{int} = P_{atm} + \rho g(R - z)$$

La pression exercée par l'air à l'extérieur:

$$P_{ext} = P_{atm}$$

donc la différence de pression agissant sur la surface de la coque hémisphérique est:

$$P_c = P_{int} - P_{est} = \rho g(R - z) = \rho g R(1 - \cos\theta)$$

La force $d\mathbf{F}_c$ agissant sur l'élément de surface $d\mathbf{s}$ de la coque hémisphérique est:

$$d\mathbf{F}_c = P_c d\mathbf{s}$$

$$d\mathbf{s} = R^2 \sin\theta d\theta d\varphi (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$$

donc:

$$dF_{c,x} = d\mathbf{F}_c \cdot \hat{\mathbf{x}} = P_c R^2 \sin^2\theta \cos\varphi d\theta d\varphi$$

$$dF_{c,y} = d\mathbf{F}_c \cdot \hat{\mathbf{y}} = P_c R^2 \sin^2\theta \sin\varphi d\theta d\varphi$$

$$dF_{c,z} = d\mathbf{F}_c \cdot \hat{\mathbf{z}} = P_c R^2 \sin\theta \cos\theta d\theta d\varphi$$

$$F_{c,x} = \int_0^\pi \int_0^\pi PR^2 \sin^2\theta \cos\varphi d\theta d\varphi = \rho g R^3 (\int_0^\pi \sin^2\theta d\theta \int_0^\pi \cos\varphi d\varphi - \int_0^\pi \cos\theta \sin^2\theta d\theta \int_0^\pi \cos\varphi d\varphi) = 0$$

$$F_{c,y} = \int_0^\pi \int_0^\pi PR^2 \sin^2\theta \sin\varphi d\theta d\varphi = \rho g R^3 (\int_0^\pi \sin^2\theta d\theta \int_0^\pi \sin\varphi d\varphi - \int_0^\pi \cos\theta \sin^2\theta d\theta \int_0^\pi \sin\varphi d\varphi) = \pi R^3 \rho g$$

$$F_{c,z} = \int_0^\pi \int_0^\pi PR^2 \sin\theta \cos\theta d\theta d\varphi = \rho g R^3 (\int_0^\pi \sin\theta\cos\theta d\theta \int_0^\pi d\varphi - \int_0^\pi \cos^2\theta \sin\theta d\theta \int_0^\pi d\varphi) = -(2/3)\pi R^3 \rho g$$

donc la force minimale qui doit être appliquée à la coque hémisphérique est:

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}_c = (0, -\pi R^3 \rho g, (2/3)\pi R^3 \rho g)$$

Note:
La pression atmosphérique est uniforme donc la force d'Archimède agissant sur coque hémisphérique rempli d'eau est nulle.

Méthode 2:
L'intuition permet d'éviter tous les calculs pour les composantes F_x et F_z. La composante F_y peut également, bien que de manière plus élaborée, être obtenue intuitivement.

F_x:
Par symétrie du problème $F_x = 0$.

F_z:
$F_z = mg = \rho(2/3)\pi R^3 g$ est le poids de la coque hémisphérique remplie d'eau.

F_y:
Au lieu de considérer les forces sur la coque hémisphérique, nous pouvons considérer les forces sur le fluide à l'intérieur de celle-ci. Les forces agissant sur le fluide dans la direction y sont la force de réaction de la paroi $F_{1,y}$ en raison de la pression du fluide et la force due à la pression atmosphérique externe $F_{2,y}$. La différence entre ces deux forces fournit la force F_y que nous devons appliquer de l'extérieur.

$$F_{1,y} = \int_0^R \int_0^{2\pi} (\rho g r(R - r\cos\theta) + P_{atm}) r dr d\theta = \rho g \pi R^3 + \pi R^2 P_{atm}$$

$$F_{2,y} = P_{atm} R^2 \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2\theta \sin\varphi d\theta d\phi = \pi R^2 P_{atm}$$

donc:

$$F_y = F_{2,y} - F_{1,y} = -\rho g \pi R^3$$

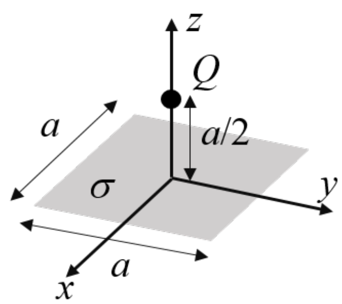
La force de réaction de la paroi $F_{1,y}$ peut être obtenu aussi en considérant qu'elle est donnée par la pression au centre de la surface en contact avec la paroi multipliée par la surface de contact entre la paroi et le liquide:

$$F_{1,y} = P_{int}(0,0,0)\pi R^2 = \pi R^3 \rho g + R^2 P_{atm}$$

Ceci se justifie par le fait que la pression dépend linéairement de z et que la surface de contact est circulaire. On peut donc considérer la pression moyenne qui est celle au centre de la surface circulaire.

Problème 2 [5 points]

Une charge ponctuelle positive Q est placée en $(0, 0, a/2)$ au-dessus d'une plaque très mince carrée de côté a placée dans plan xy et avec densité de charge uniforme positive σ.
Trouvez la force $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$ agissant sur la charge ponctuelle Q.



Solution:
$\mathbf{F} = (0, 0, \sigma Q/6\epsilon_0)$ [(0.5, 0.5, 4) points]

Solution détaillée:

Methode 1:
La force agissant sur Q due au champ $\mathbf{E}$ créé par la plaque est $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$.

Par symétrie:

$$\mathbf{E} = (0, 0, E_z) \qquad \mathbf{F} = (0, 0, QE_z)$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}\cdot\hat{\mathbf{z}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma ds}{r^3}(x, y, a/2)\cdot(0, 0, 1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma ds}{r^3}\frac{a}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma dxdy}{(x^2 + y^2 + (a/2)^2)^{3/2}}\frac{a}{2}$$

$$E_z = 4\int_0^{a/2} dy \int_0^{a/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma dx}{(x^2 + y^2 + (a/2)^2)^{3/2}}\frac{a}{2} = \frac{\sigma}{6\epsilon_0}$$

donc:

$$\mathbf{F} = (0, 0, \frac{Q\sigma}{6\epsilon_0})$$

Details:

$$4\int_0^{a/2} dy \int_0^{a/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma dx}{(x^2 + y^2 + (a/2)^2)^{3/2}}\frac{a}{2} = \frac{a\sigma}{2\pi\epsilon_0}\int_0^{a/2} dy \int_0^{a/2} \frac{dx}{(x^2 + y^2 + (a/2)^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{a\sigma}{2\pi\epsilon_0}\int_0^{a/2} dy [\frac{x}{(y^2 + (a/2)^2)(x^2 + y^2 + (a/2)^2)^{1/2}}]_0^{a/2} = \frac{a\sigma}{2\pi\epsilon_0}\int_0^{a/2} dy \frac{a/2}{(y^2 + (a/2)^2)(y^2 + 2(a/2)^2)^{1/2}} =$$

$$\frac{a^2\sigma}{4\pi\epsilon_0}[\frac{2}{2(a/2)^2}\arctan(\frac{y}{\sqrt{y^2 + 2(a/2)^2}})]_0^{a/2} = \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0}[\arctan(\frac{y}{\sqrt{y^2 + 2(a/2)^2}})]_0^{a/2} = \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0}\arctan(\frac{a/2}{\sqrt{(a/2)^2 + 2(a/2)^2}}) =$$

$$= \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0}\arctan(\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0}\frac{\pi}{6} = \frac{\sigma}{6\epsilon_0}$$

Methode 2:

La force agissant sur la charge Q en raison du champ électrique créé par la plaque carrée chargée est égale à la force agissant sur la plaque carrée chargée en raison du champ électrique créé par la charge Q.

La composante z de la force agissant sur la surface $d\mathbf{s} = ds\hat{\mathbf{z}} = dxdy\hat{\mathbf{z}}$ est:

$$dF_z = dq\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{z}} = \sigma ds\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{z}} = \sigma\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

donc la composante z de la force agissant sur la plaque carrée de surface $S = a^2$ est:

$$F_z = \int_S \sigma\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \sigma \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \sigma\Phi_{E,S}$$

ou, par definition, $\Phi_{E,S}$ est le flux du champ électrique à travers la surface S.

La charge Q est au centre d'un cube de côté a, de sorte que le flux à travers la surface S est 1/6 du flux total à travers toutes les parois du cube. Le flux total est, par la loi de Gauss, donné par Q/ϵ_0, donc:

$$\Phi_{E,S} = \frac{1}{6}\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{6}\frac{Q}{\epsilon_0}$$

donc:

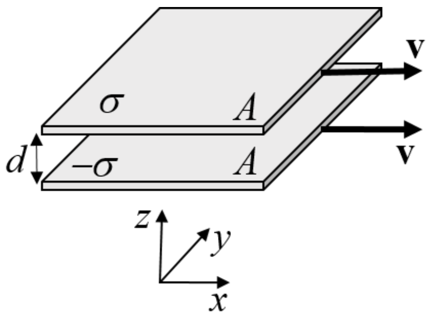
$$F_z = \frac{\sigma Q}{6\epsilon_0}$$

mais, par symétrie, $\mathbf{F} = (0, 0, F_z)$, donc:

$$\mathbf{F} = (0, 0, \frac{\sigma Q}{6\epsilon_0})$$

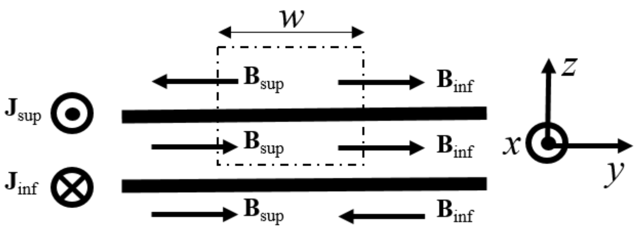
Problème 3 [5 points]

Deux plaques parallèles très minces de surfaces A très larges sont placées à une faible distance d l'une de l'autre. Les deux plaques ont une densité de charge de surface uniforme σ et $-\sigma$, respectivement. Les deux plaques sont déplacées à une vitesse constante v par rapport au référentiel fixe xyz dans la direction x. Ignorer les effets de bord.



Déterminer, dans le référentiel fixe xyz:
Le champ magnétique $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$
a) dans la région entre les deux plaques,
b) dans la région au-dessus de la plaque supérieure.
La force $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$
c) agissant sur la plaque supérieure,
d) agissant sur la plaque inférieure.

Solution:
a) $\mathbf{B} = (0, \mu_0 \sigma v, 0)$ [(0.25, 1.5, 0.25) points]
b) $\mathbf{B} = (0, 0, 0)$ [0.5 points]
c) $\mathbf{F} = (0, 0, \frac{\mu_0 \sigma^2 A v^2}{2} - \frac{\sigma^2 A}{2\epsilon_0})$ [(0.25, 0.25, 1.5) points]
d) $\mathbf{F} = (0, 0, -\frac{\mu_0 \sigma^2 A v^2}{2} + \frac{\sigma^2 A}{2\epsilon_0})$ [0.5 points]
Solution détaillée:



a), b):
La plaque superiore chargée en mouvement crée un champ magnétique. La situation est équivalente à celle d'une plaque stationnaire avec une densité de courant uniforme $\mathbf{J} = J_{sup}\hat{\mathbf{x}}$. Le champ magnétique créé par la plaque supérieure $\mathbf{B}_{sup}$ peut être calculé à l'aide de la loi d'Ampère.

$$\int_C \mathbf{B}_{sup} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \mathbf{J}_{sup} \cdot d\mathbf{s}$$

$$J_{sup} = nv = \frac{\sigma v}{dz}$$

$$\mu_0 \int_S \mathbf{J}_{sup} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S J_{sup} ds = \mu_0 \int_S J_{sup} dy dz = \mu_0 \int_{y_1}^{y_2} \sigma v dy = \mu_0 \sigma v w$$

$$\int_C \mathbf{B}_{sup} \cdot d\mathbf{l} = 2 B_{sup} w$$

$$B_{sup} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2}$$

Le champ magnétique total est la somme du champ magnétique créé par la plaque supérieure et du champ magnétique créé par la plaque inférieure. Par symétrie, dans la region entre les plaques:
$\mathbf{B}_{sup} = \mathbf{B}_{inf}$ donc $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{sup} + \mathbf{B}_{inf} = (0, \mu_0 \sigma v, 0)$.
Par symétrie, dans la region au-dessus de la plaque supériore:
$\mathbf{B}_{sup} = -\mathbf{B}_{inf}$ donc $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{sup} + \mathbf{B}_{inf} = (0, 0, 0)$.

c), d):
Le champ magnétique agissant sur le charges de la plaque supériore est le champ magnétique produit par la plaque inférieure:

$$\mathbf{B}_{inf} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2}\hat{\mathbf{y}}$$

La force due au champ magnétique agissant sur la plaque supérieure est :

$$d\mathbf{F}_m = \mathbf{J}_{sup} \times \mathbf{B}_{inf} dV = \frac{\sigma v}{dz}\hat{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}_{inf} dxdydz = \sigma v \hat{\mathbf{x}} \times B_{inf}\hat{\mathbf{y}} dxdy = \frac{\mu_0 \sigma^2 v^2 dxdy}{2}\hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{F}_m = \int_A \frac{\mu_0 \sigma^2 v^2 dxdy}{2}\hat{\mathbf{z}} = \frac{\mu_0 \sigma^2 v^2 A}{2}\hat{\mathbf{z}}$$

Le champ électrique agissant sur le charges de la plaque supériore est le champ électrique produit par la plaque inférieure, qui peut être déterminée par la loi de Gauss (voir example dans Semaine 5 du cours):

$$\mathbf{E}_{inf} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{\mathbf{z}}$$

La force due au champ électrique agissant sur la plaque supérieure est :

$$d\mathbf{F}_e = -\sigma dxdy E_{inf}\hat{\mathbf{z}} = -\frac{\sigma^2 dxdy}{2\epsilon_0}\hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{F}_e = \int_A -\frac{\sigma^2 dxdy}{2\epsilon_0}\hat{\mathbf{z}} = -\frac{\sigma^2 A}{2\epsilon_0}\hat{\mathbf{z}}$$

La force totale agissant sur la plaque supérieure est:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_e = (0, 0, \frac{\mu_0 \sigma^2 v^2 A}{2} - \frac{\sigma^2 A}{2\epsilon_0})$$

En répétant la même procédure, nous obtenons que la force totale agissant sur la plaque inférieure est:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_e = (0, 0, -\frac{\mu_0 \sigma^2 v^2 A}{2} + \frac{\sigma^2 A}{2\epsilon_0})$$

Evidemment on peut aussi appliquer directement le principe action-réaction: la force totale agissant sur la plaque inférieur est égale en amplitude mais de sens opposé à celle qui agit sur la plaque inférieure.

Note: Les résultats obtenus sont compatibles avec les lois de transformation d'un référentiel fixe S vers un référentiel mobile S' avec vitesse v. Pour $v \ll c$:

$$\mathbf{E}' \cong \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \qquad \mathbf{B}' \cong \mathbf{B} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2}$$

dans notre cas:

$$\begin{cases} \mathbf{B}' = (0, 0, 0) \\ \mathbf{E}' = (0, 0, \sigma/\epsilon_0) \\ \mathbf{v} = (v, 0, 0) \end{cases}$$

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = (0, -vB_z, vB_y) \qquad \mathbf{v} \times \mathbf{B} = (0, -vE_z, vE_y)$$

donc:

$$\mathbf{B} = (0, -vE_z/c^2, -vE_y/c^2) \qquad \mathbf{E} = (0, -v^2E_y/c^2, (\sigma/\epsilon_0) + v^2E_z/c^2)$$

pour $v \ll c$:

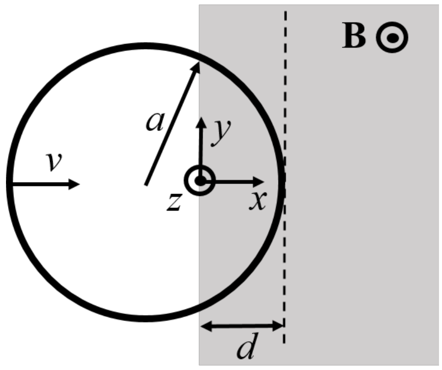
$$\mathbf{B} \cong (0, \mu_0 v\sigma, 0) \qquad \mathbf{E} \cong (0, 0, \sigma/\epsilon_0)$$

Problème 4 [5 points]

Une boucle circulaire conductrice de rayon a, résistance R, et inductance négligeable se déplace dans le plan xy avec une vitesse constante $\mathbf{v} = (v, 0, 0)$. Le champ magnétique est $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ pour $x > 0$ et $\mathbf{B} = (0, 0, 0)$ pour $x < 0$. Déterminer, pour $d > 0$:

a) Le courant $I(d)$ dans la boucle.

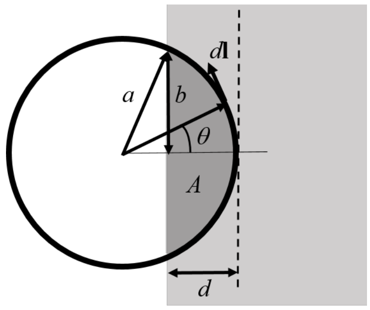
b) La force $\mathbf{F}(d) = (F_x(d), F_y(d), F_z(d))$ qui doit être appliquée à la boucle pour maintenir sa vitesse constante.



Solution:

a) $I(d) = \frac{2vB\sqrt{d(2a-d)}}{R}$ [3 points]

b) $\mathbf{F}(d) = (\frac{4vB^2(d(2a-d))}{R}, 0, 0)$ [(1.5, 0.25, 0.25) points]



Solution détaillée:

a):

Methode 1:

La force électromotrice induite dans les bobines est donnée par:

$$\varepsilon = \int_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \int_C ((v, 0, 0) \times (0, 0, B)) \cdot (-a \sin\theta d\theta, a\cos\theta d\theta, 0) =$$

$$= \int_C ((0, -vB, 0)) \cdot (-a\sin\theta d\theta, a\cos\theta d\theta, 0) = \int_C -vBa\cos\theta d\theta =$$

$$= -vBa \int_{-\arcsin(b/a)}^{\arcsin(b/a)} \cos\theta d\theta = -2vBb$$

mais $(a-d)^2 + b^2 = a^2$ donc $b = \sqrt{d(2a-d)}$. Donc:

$$\varepsilon = -2vB\sqrt{d(2a-d)}$$

et:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{2vB\sqrt{d(2a-d)}}{R}$$

La force électromotrice est négative donc le courant circule dans le sens opposé à la direction d'intégration de la courbe C, c'est-à-dire que le courant circule dans le sens des aiguilles d'une montre.

Note 1:

$$\int_{-\arcsin(b/a)}^{\arcsin(b/a)} \cos\theta d\theta = \int_{-\arccos((a-d)/a)}^{\arccos((a-d)/a)} \cos\theta d\theta = (2/a)\sqrt{d(2a-d)}$$

Note 2: En général, un intégrale de ligne peut s'écrire comme suit:

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt$$

Dans notre cas:

$$\mathbf{F} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} = (0, -vB, 0)$$

$$t = \theta \qquad t_1 = \theta_1 = -\arcsin(b/a) \qquad t_2 = \theta_2 = \arcsin(b/a)$$

$$\mathbf{r}(\theta) = (a\cos\theta - (a-d), a\sin\theta, 0) \qquad \mathbf{r}'(\theta) = (-a\sin\theta, a\cos\theta, 0)$$

donc:

$$\varepsilon = \int_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \int_{-\arcsin(b/a)}^{\arcsin(b/a)} (0, -vB, 0) \cdot (-a\sin\theta, a\cos\theta, 0) d\theta =$$

$$= \int_{-\arcsin(b/a)}^{\arcsin(b/a)} -vBa\cos\theta d\theta = -vBa \int_{-\arcsin(b/a)}^{\arcsin(b/a)} \cos\theta d\theta = -2vBb$$

Methode 2:
On peut obtenir la force électromotrice induite également en considérant la variation du flux du champ magnétique mais le calcul est plus compliqué. Nous pouvons écrire:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B\frac{dA}{dt}$$
$$A = 2(\frac{a^2}{2}\arccos(\frac{a-d}{a}) - (a-d)\sqrt{(2a-d)d})$$
$$d = vt$$

En utilisant la formule donnée sur la première page:

$$\frac{d}{dx}\arccos(f(x)) = -\frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}$$

on obtient :

$$\varepsilon = -2vB\sqrt{d(2a-d)}$$

b):
Methode 1:
La force sur la bobines est donnée par:

$$\int_C I\mathbf{B}\times d\mathbf{l} = I\int_C (0,0,B)\times(-a\sin\theta d\theta, a\cos\theta d\theta, 0) =$$
$$= I\int_C (a\cos\theta B d\theta, a\sin\theta B d\theta, 0) = IaB\int_{-\arcsin(b/a)}^{\arcsin(b/a)}(\cos\theta d\theta, \sin\theta d\theta, 0) = (2IBb, 0, 0)$$

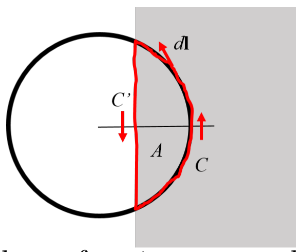
donc la force qui doit être appliquée pour maintenir une vitesse constante est

$$\mathbf{F}(d) = (-\frac{4vB^2(d(2a-d))}{R}, 0, 0)$$

Methode 2:
En l'absence d'autres forces dissipatives (et en l'absence d'éléments capables d'accumuler de l'énergie), la puissance mécanique de la force F est ausi égale à la puissance dissipée dans la résistance R, donc $Fv = RI^2$. Donc:

$$F = \frac{RI^2}{v} = \frac{4vB^2(d(2a-d))}{R}$$

Methode 3:



Considérons une bobine virtuelle dont la surface interne est la surface A. Le champ magnétique étant uniforme, la force totale exercée sur cette bobine virtuellle est nulle. Donc:

$$\int_{C+C'} I\mathbf{B}\times d\mathbf{l} = 0$$

e donc:

$$\int_C I\mathbf{B}\times d\mathbf{l} = -\int_{C'} I\mathbf{B}\times d\mathbf{l}$$
$$\int_{C'} I\mathbf{B}\times d\mathbf{l} = (-\int_b^{-b} IBdy, 0, 0) = (-2IBb, 0, 0)$$

et donc:

$$\mathbf{F} = (2IBb, 0, 0)$$

Questions à choix multiple

(une seule réponse correcte par question, 1 point/question)

Accélération de la pesanteur (gravité)	$g \cong 9.8$ m/s^2 (à la surface de la Terre)
Permittivité du vide	$\varepsilon_0 \cong 8.85 \times 10^{-12}$ F/m
Perméabilité du vide	$\mu_0 \cong 1.26 \times 10^{-6}$ H/m

Question 1

Une bille solide sphérique de volume V_S est constituée d'un matériau de densité ρ_S. La bille tombe dans un liquide de densité ρ_L, avec $\rho_S > \rho_L$. Supposons que la force visqueuse soit proportionnelle au carré de la vitesse de la bille v, c'est-à-dire que $F_v = av^2$ avec $a > 0$. Déterminez la vitesse limite de la bille.

A. $gV_S(\rho_S - \rho_L)/a$
B. $2gV_S(\rho_S - \rho_L)/a$
C. $\sqrt{gV_S(\rho_S - \rho_L)/a}$
D. $gV_S(\rho_S + \rho_L)/a$
E. $\sqrt{agV_S(\rho_S + \rho_L)}$
F. $agV_S(\rho_S - \rho_L)$
G. $\sqrt{2agV_S(\rho_S - \rho_L)}$
H. $\sqrt{3agV_S(\rho_S - \rho_L)}$

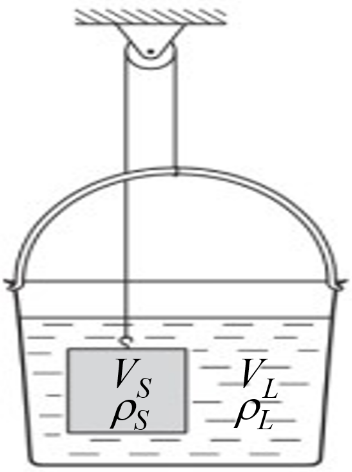
Question 2

Une pompe est connectée à un tuyau pour amener une quantité d'eau de 10 litres/s du rez-de-chaussée au premier étage. La séparation verticale entre les deux étages est de 2.5 m. Calculez la puissance de la pompe, en supposant que l'eau est un fluide non visqueux et incompressible de densité $\rho \cong 1000$ kg/m^3.

A. 2.5 W
B. 10 W
C. 20 W
D. 25 W
E. 98 W
F. 100 W
G. 245 W
H. 980 W

Question 3

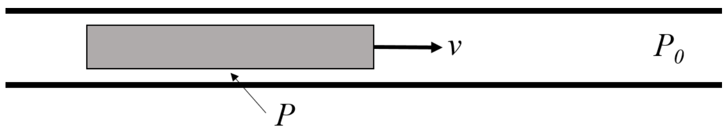
Un cube solide de volume V_S et de densité ρ_S est attaché à une extrémité d'une corde, dont l'autre extrémité est attachée à un seau de poids négligeable contenant de l'eau de densité $\rho_L = \rho_S/10$. En supposant que le système est en équilibre, déterminer le volume d'eau V_L dans le seau.



A. $8V_S$
B. $9V_S$
C. $10V_S$
D. $11V_S$
E. $12V_S$
F. $14V_S$
G. $16V_S$
H. $18V_S$

Question 4

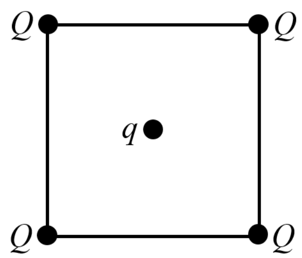
Un train de section S_1 circule dans un tunnel étroit de section S_0 à la vitesse constante v. En supposant que l'air est un fluide idéal incompressible de densité ρ et que la pression dans le tunnel est P_0 loin de la zone occupée par le train, trouver la pression P dans la zone entre la paroi du train et la paroi du tunnel.



A. P_0
B. $P_0 - \rho v^2$
C. $P_0 + \rho v^2$
D. $P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 \left(\frac{1}{(1-S_1/S_0)^2}\right)$
E. $P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 \left(\frac{1}{(1-S_1/S_0)^2} - 1\right)$
F. $P_0 - \frac{1}{2}\rho v^2 \left(\frac{1}{(1-S/S_0)^2} - 1\right)$
G. $P_0 - \frac{1}{2}\rho v^2 \left(1 - (S_1/S_0)^2\right)$
H. $P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 \left(1 - (S_1/S_0)^2\right)$

Question 5

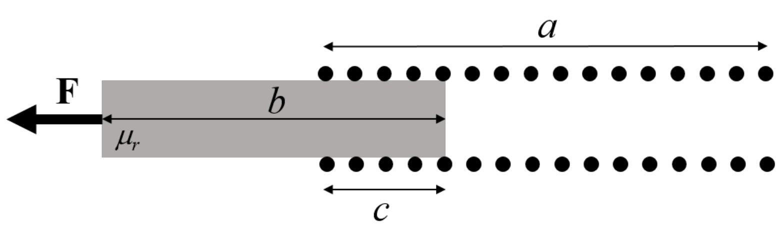
Quatre charges identiques Q sont placées aux quatre coins d'un carré. Une charge q est placée en son centre. Déterminer la valeur de q telle que toutes les charges (les quatre charges Q et la charge q) soient en équilibre.



A. $-Q$
B. $-Q/4$
C. $-(Q/4)(1+2\sqrt{2})$
D. $-(Q/2)(1+2\sqrt{2})$
E. $-Q(1+2\sqrt{2})$
F. $(Q/2)(1+2\sqrt{2})$
G. $(Q/4)(1+2\sqrt{2})$
H. $Q(1+2\sqrt{2})$

Question 6

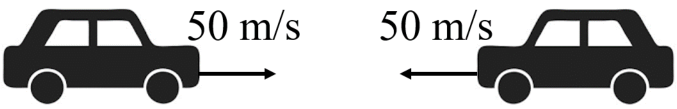
Un solénoïde de longueur a, de section A et de nombre de tours par unité de longueur n est alimenté par un générateur qui maintient un courant I dans le solénoïde. Une barre de matériau ferromagnétique de longueur b, de section égale à celle du solénoïde et de perméabilité μ_r est partiellement introduite à l'intérieur du solénoïde. La partie de la barre à l'intérieur du solénoïde a une longueur $c < b < a$. Déterminer la force $\mathbf{F}$ nécessaire pour maintenir la barre dans cette position.



A. $(1/2)\mu_0 n^2 I^2 A \mu_r$
B. $(1/2)\mu_0 n^2 I^2 A(\mu_r - 1)$
C. $(1/2)\mu_0 n^2 I^2 A$
D. $\mu_0 n^2 I^2 A(\mu_r - 1)$
E. $(1/2)\mu_0 n^2 I^2 A(\mu_r + 1)$
F. $\mu_0 n^2 I^2 A(\mu_r + 1)$
G. $\mu_0 n^2 I^2 A \mu_r$
H. 0

Question 7

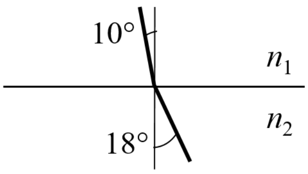
Deux voitures se rapprochent l'une de l'autre, toutes deux roulant à une vitesse de 50 m/s. L'un des deux conducteurs commence à klaxonner à une fréquence de 475 Hz. Quelle est la longueur d'onde du klaxon entendue par l'autre conducteur, en supposant que la vitesse du son est de 343 m/s ?



A. 1.52 m
B. 1.23 m
C. 1.08 m
D. 0.54 m
E. 0.34 m
F. 0.27 m
G. 0.15 m
H. 0.12 m

Question 8

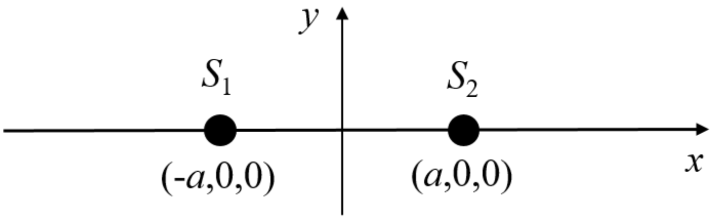
Un faisceau de lumière est incident sur une interface séparant deux milieux. Lorsque l'angle d'incidence est de 10°, l'angle de réfraction est de 18°. Quel est l'angle de réfraction approximatif lorsque l'angle d'incidence est de 30° ?



A. 18°
B. 22°
C. 33°
D. 42°
E. 54°
F. 63°
G. 72°
H. 82°

Question 9

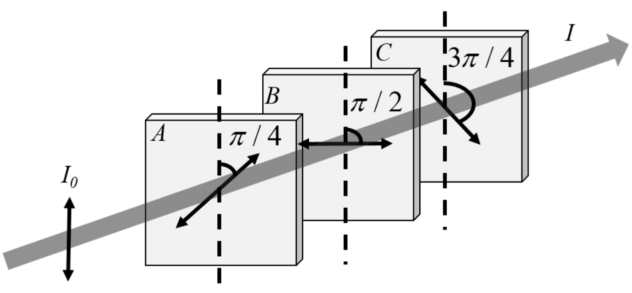
Deux sources ponctuelles S_1 et S_2 en $(a, 0)$ et $(-a, 0)$ émettent des ondes sphériques sinusoïdales avec le même vecteur d'onde k, la même amplitude A, et la même phase ϕ. Quelle est l'intensité I de l'onde résultante en $(x, 0)$ avec $x >> a$?



A. $2A$
B. $4A^2$
C. $(4A^2/x^2)$
D. $(4A^2/x^2)\cos^2(ka)$
E. $(4A^2/x^2)\cos(ka)$
F. $(4A^2/x^3)\cos^2(ka)$
G. $(4A^2/x^3)\sin^2(ka)$
H. $(4A^2/x^4)\sin^2(ka)$

Question 10

Considérons une lumière polarisée linéairement voyageant à travers une série de trois polariseurs, chacun étant tourné dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle $\pi/4$ par rapport à celui qui le précède. Le premier polariseur étant tourné d'un angle $\pi/4$ dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à la polarisation initiale. Trouver l'intensité de la lumière après le troisième polariseur si l'intensité de la lumière avant le premier polariseur est égale à I_0.



A. 0
B. $I_0/3$
C. $(I_0)^3/3$
D. $I_0/6$
E. $(I_0)^3/6$
F. $I_0/8$
G. $(I_0)^3/8$
H. $I_0/9$
I. $(I_0)^3/9$