Physique Générale: électromagnétisme – Cours 12

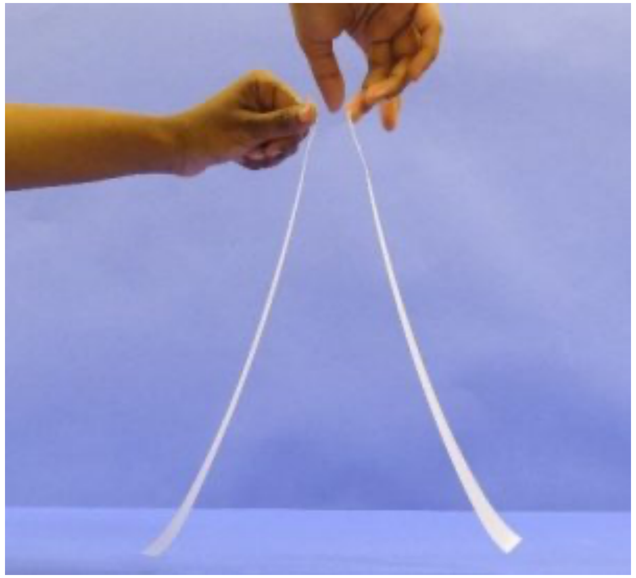
review théorique + 

http:\\ttpoll.eu

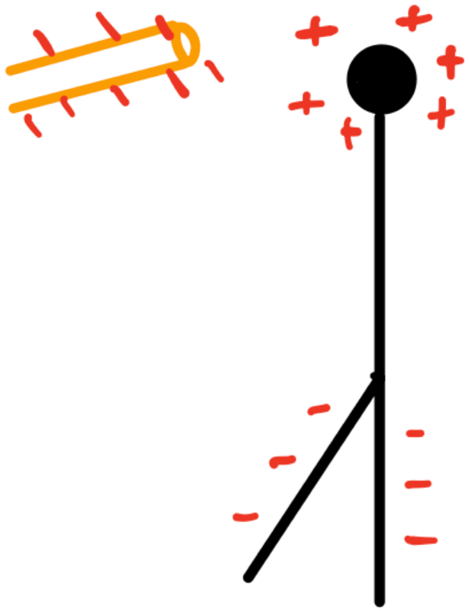
session ID: **emagsv**

Joaquim Loizu / EPFL / 2024

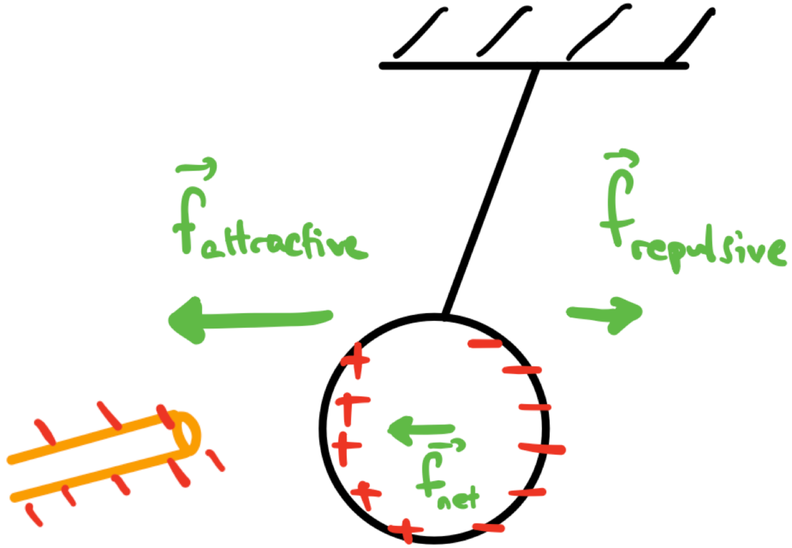
Phénomène d’induction électrostatique



Il existe deux types de charges

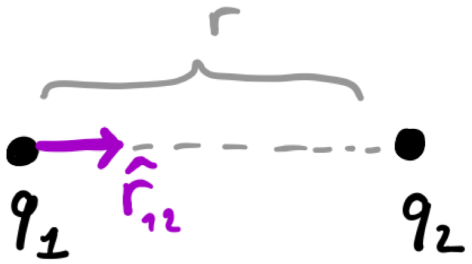


on peut induire une séparation de charges



un objet chargé peut attirer un objet sans charge nette

Loi de Coulomb et charge élémentaire



$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$$

$$\boxed{\vec{F}_{q_1 \to q_2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}}$$

Toute charge est un multiple entier de la charge élémentaire: $\boxed{e = 1.6 \times 10^{-19}\ C}$

Distribution de charges

(1) Ligne

$$\lambda = \frac{dq}{d\ell}$$

$$[\lambda] = C/m$$

(2) Surface

$$\sigma = \frac{dq}{dA}$$

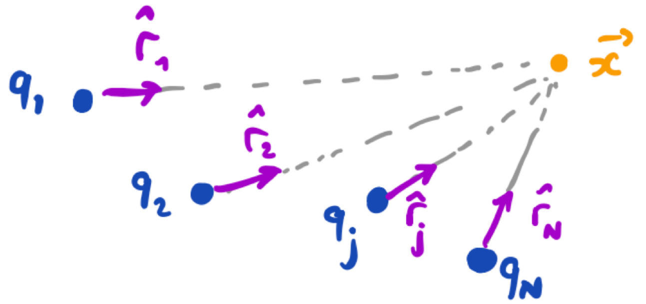
$$[\sigma] = C/m^2$$

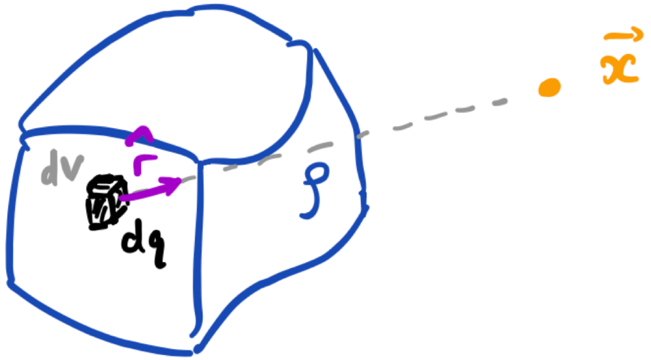
(3) Volume

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

$$[\rho] = C/m^3$$

Champ électrique





$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_j \frac{q_j \hat{r}_j}{r^2}$$

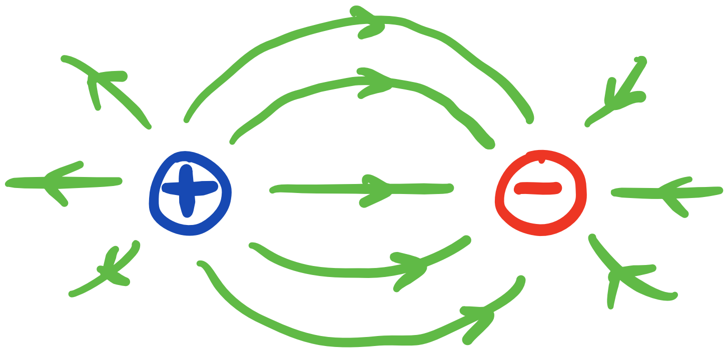
(sources)

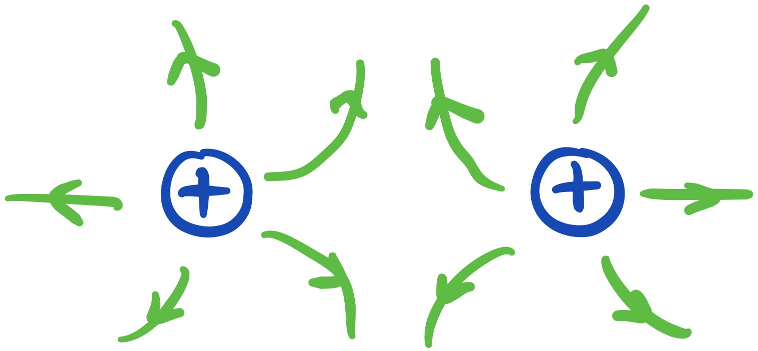
$$\vec{E}(\vec{x}) = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \hat{r}$$

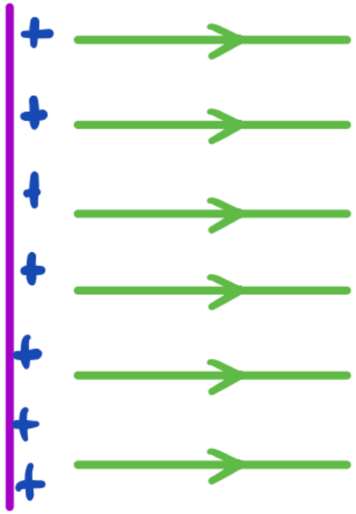
distribution de charges

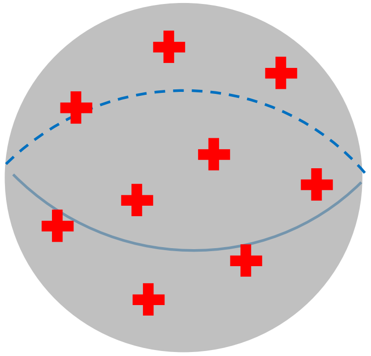
Force sur charge test q_0 en $\mathbf{x}$: $\vec{F}_{q_0} = q_0 \vec{E}$

Lignes de champ







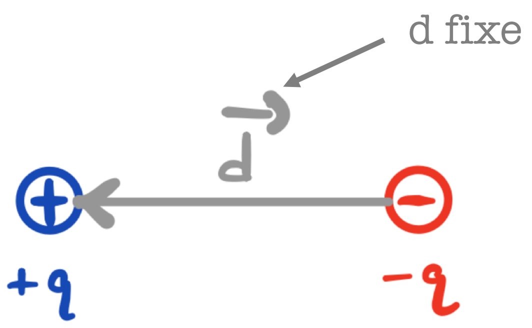


en électrostatique,

$\mathbf{E} = 0$

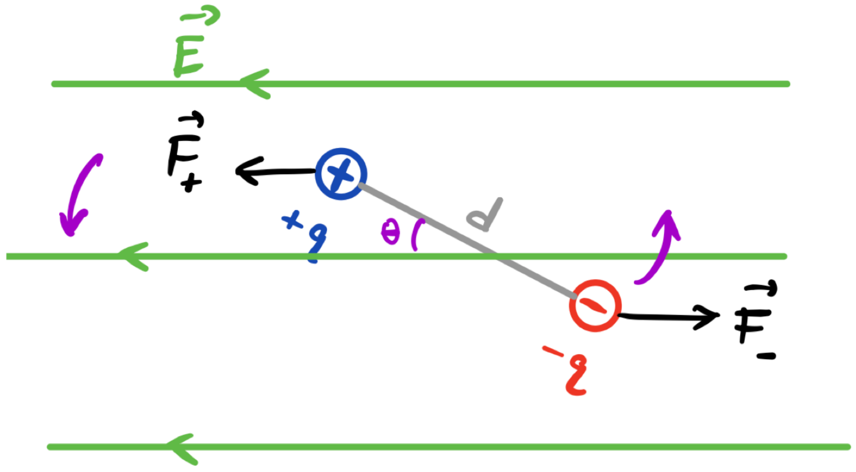
à l'intérieur d'un conducteur

Dipôles électriques



$$\vec{p} = q\vec{d}$$

«moment dipolaire»



$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

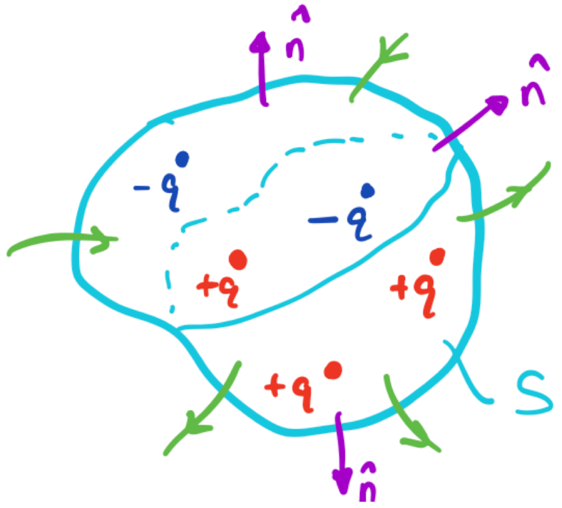
moment de force sur dipôle
(**p** tend a s'aligner avec **E**)

$$\boxed{\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla})\vec{E}}$$

force nette sur dipôle
(nulle si **E** est constant)

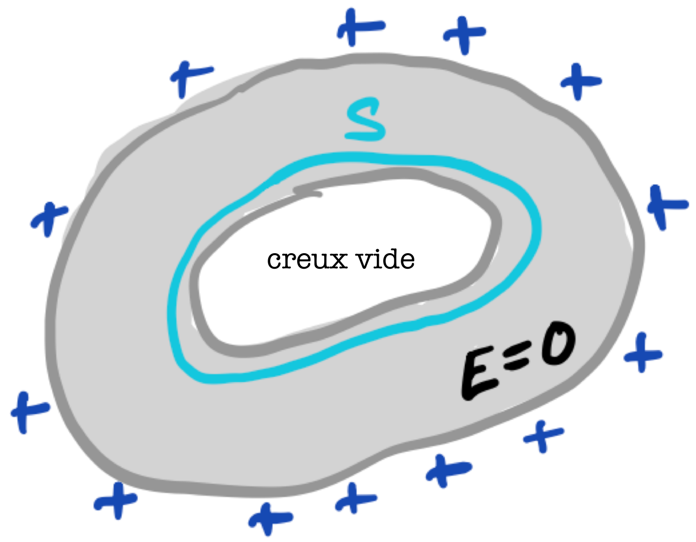
Loi de Gauss

$$\boxed{\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q^S_{enf.}}{\varepsilon_0}}$$



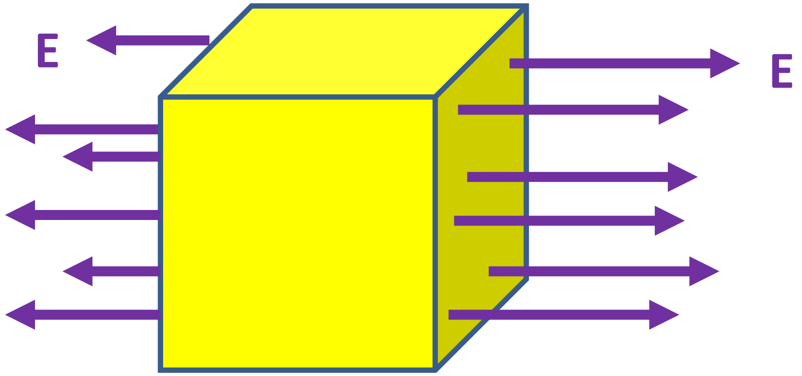
- S est arbitraire mais fermée!
- **dA** = dA **n** est vers l'extérieur du volume défini par S
- **E** champ total, pas forcément le champ créé par Q_{enf}

Application de la loi de Gauss: calcul de Q à partir de **E**



Par Gauss:

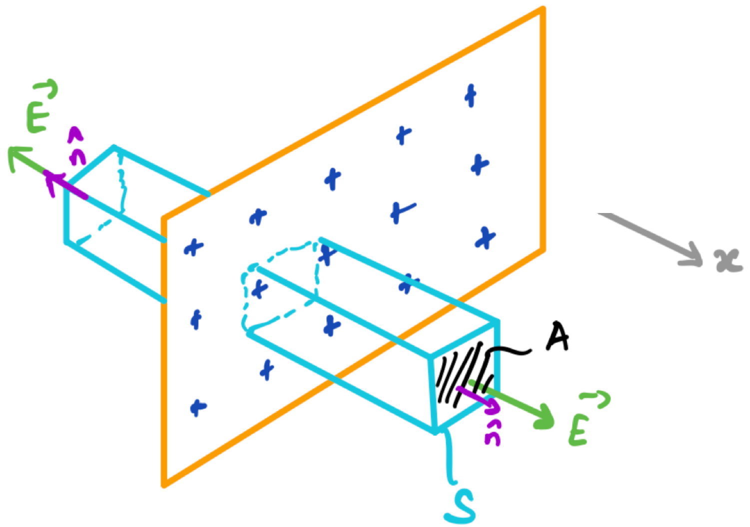
charge nette dans un conducteur se trouve à la surface externe



Par Gauss:

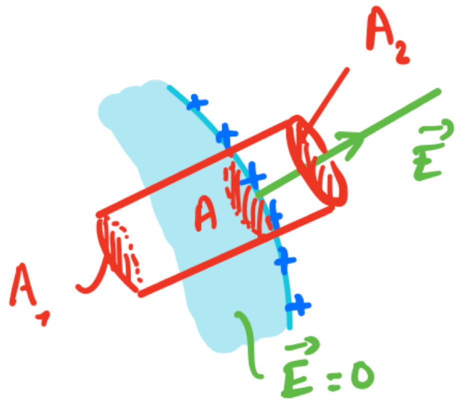
charge nette enfermée dans ce cube est positive

Application de la loi de Gauss: calcul de **E** à partir de Q



$$\underbrace{2}_{\text{2 côtés}} E(x) \cdot A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}}$$

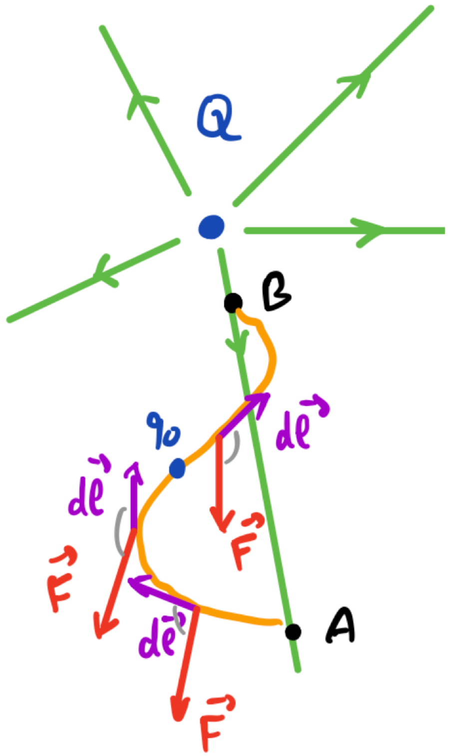
(flux sur les autres faces est nul)



$$E(x) \cdot A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}}$$

(E à la surface d'un volume conducteur)

Energie potentielle électrique



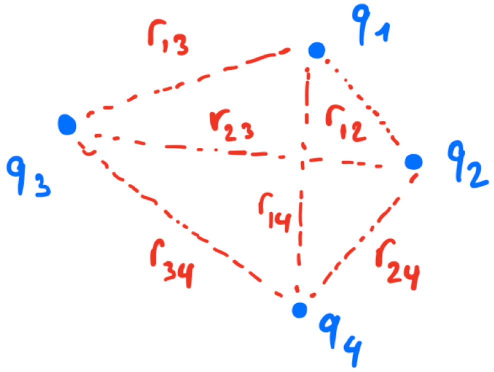
$$W_{A\to B} = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \mathcal{U}(A) - \mathcal{U}(B)$$

énergie potentielle

- propriété d'une charge q_0 ou d'un ensemble de charges
- indépendante du chemin pris pour aller de A à B
- définie à une constante près

$$\boxed{\mathcal{U}_{tot} = \sum_{i<j} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}}$$

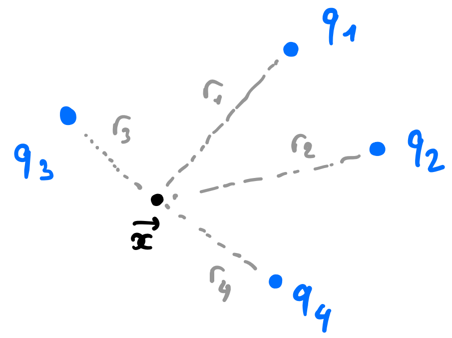
ici $U(\infty) = 0$



Potentiel électrique

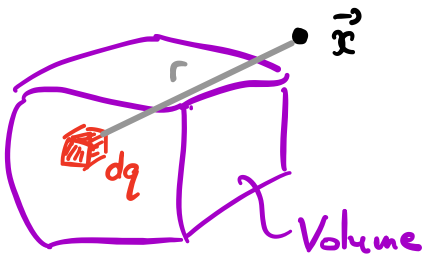
$$\boxed{V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}}$$

- propriété de l'espace
- indépendant du chemin pris pour aller de A à B
- défini à une constante près
- si $q_0(V_A - V_B) = U(A) - U(B) > 0$, gain d'énergie cinétique



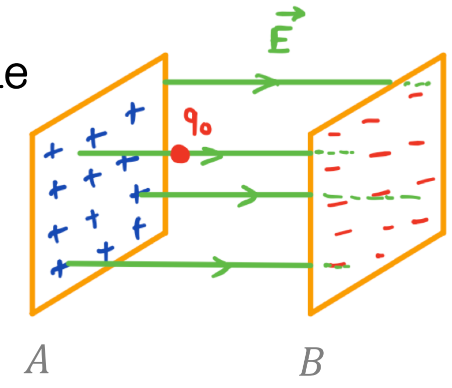
$$V(\vec{x}) = \sum_j \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_j}$$

ici $V(\infty) = 0$



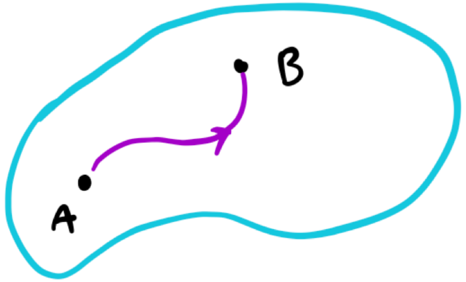
$$V(\vec{x}) = \underbrace{\int}_{\text{distribution charges}} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

ici $V(\infty) = 0$



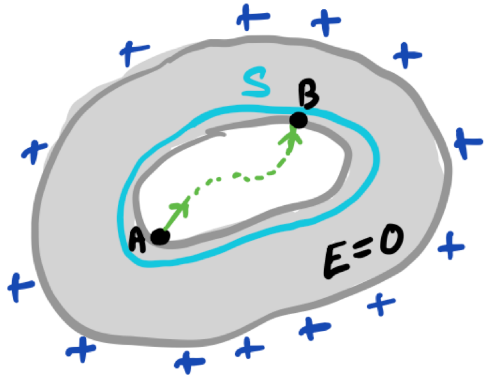
$$V_A - V_B = E d$$

Conducteurs en termes de **E** et V



$$V(A) - V(B) = \int_A^B \underbrace{\vec{E}}_{=0} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

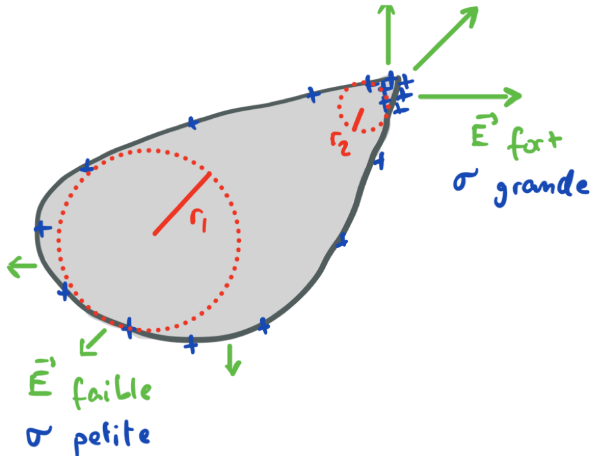
$$\forall A, B \Rightarrow \boxed{V = \text{const}}$$



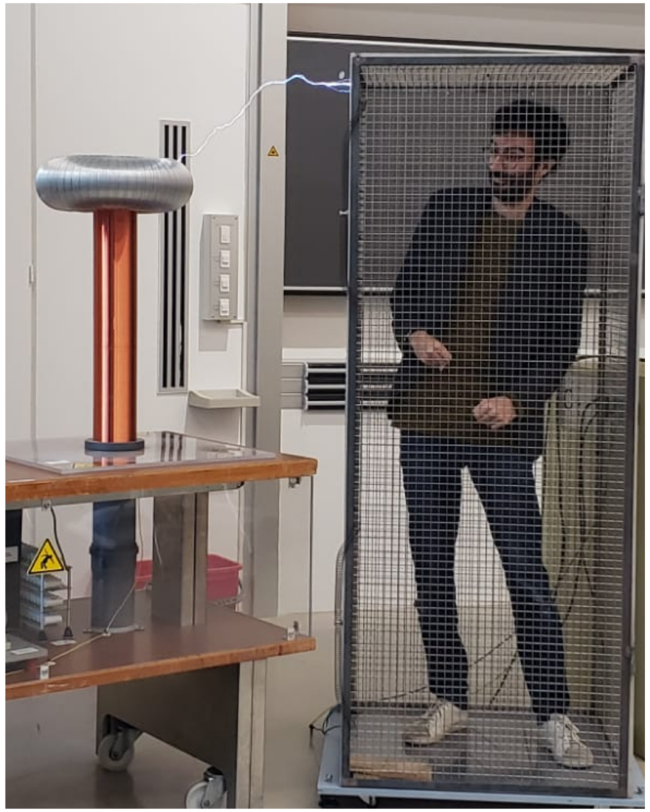
$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = V(A) - V(B) = 0$$

(le long d'une ligne de E)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = 0 \quad \text{(aussi dans creux interne)}}$$



$|\vec{E}|$ plus grand sur des surfaces plus courbées



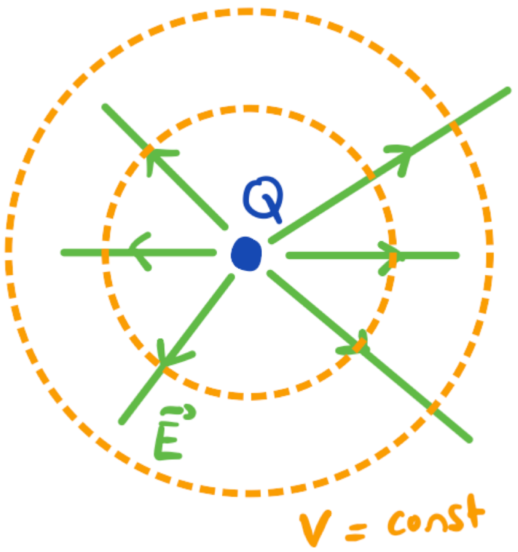
Relation différentielle entre **E** et V

$$V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

(utile pour calculer V à partir de **E**)

$$\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla} V}$$

(utile pour calculer **E** à partir de V)



Loi de Gauss différentielle

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q^S_{enf.}}{\varepsilon_0}$$ (loi de Gauss intégrale)

1ère loi de Maxwell

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$ (loi de Gauss différentielle)

$$\Rightarrow \boxed{\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$ (équation de Poisson)

Capacité d'un condensateur

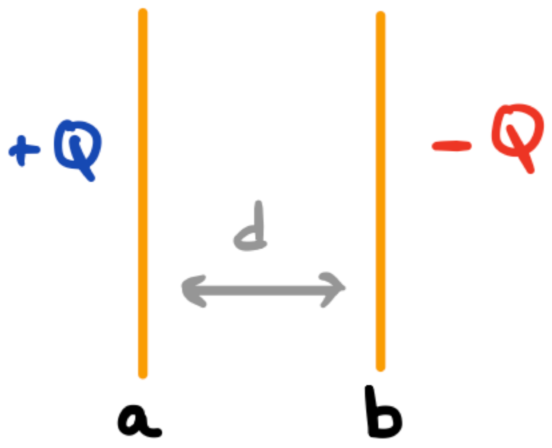
condensateur = deux conducteurs 'a' et 'b' séparés par isolant

charger le condensateur = transférer de la charge Q>0 de 'b' vers 'a'

capacité d'un condensateur :

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta V}}$$

avec ici $\Delta V = V_a - V_b > 0$



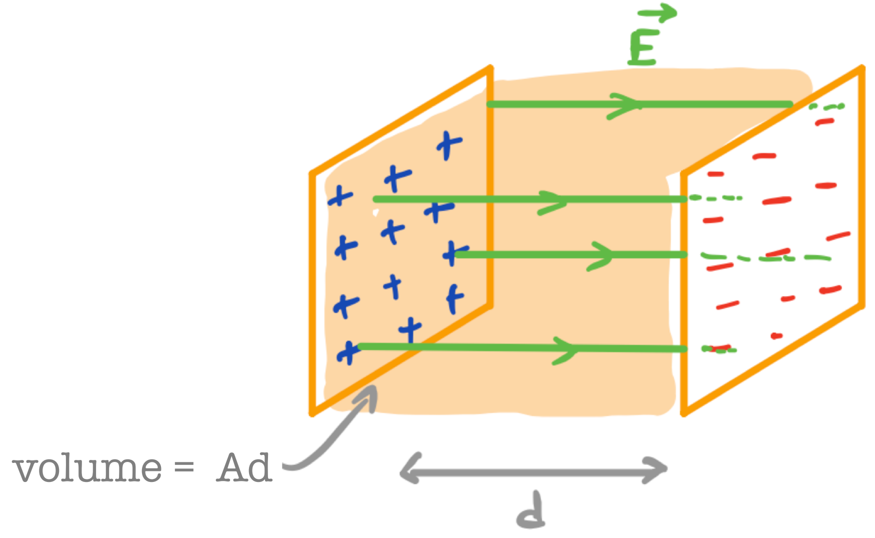
Comment calculer C? on suppose une charge Q, on calcule **E**, puis ΔV, et on évalue Q/ ΔV.

Pour un condensateur plan: $\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$

Stockage d'énergie dans un condensateur

$$\boxed{U_c = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C \Delta V^2}$$ énergie [J]

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$ densité d'énergie [J/m³]

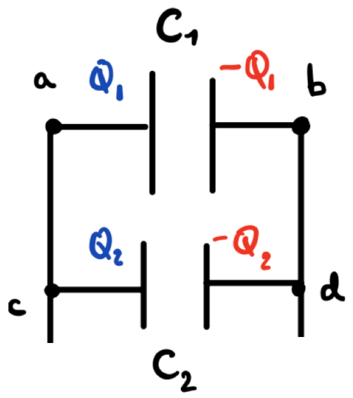


L'énergie électrique est donc stockée dans le champ **E** entre les plaques du condensateur.

Condensateurs dans circuits

C "en parallèle" $\equiv$ connectés tel que ΔV est le même

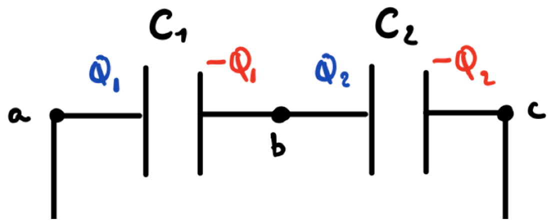
$$\boxed{C_{eq} = \sum_j C_j}$$



(en général $Q_1 \neq Q_2$)

C "en série" $\equiv$ "traversés" par les mêmes charges (même courant)

$$\boxed{C_{eq} = \left(\sum_j C_j^{-1}\right)^{-1}}$$



(ici $Q_1 = Q_2$)

Effet d'un diélectrique sur **E** et sur la capacité

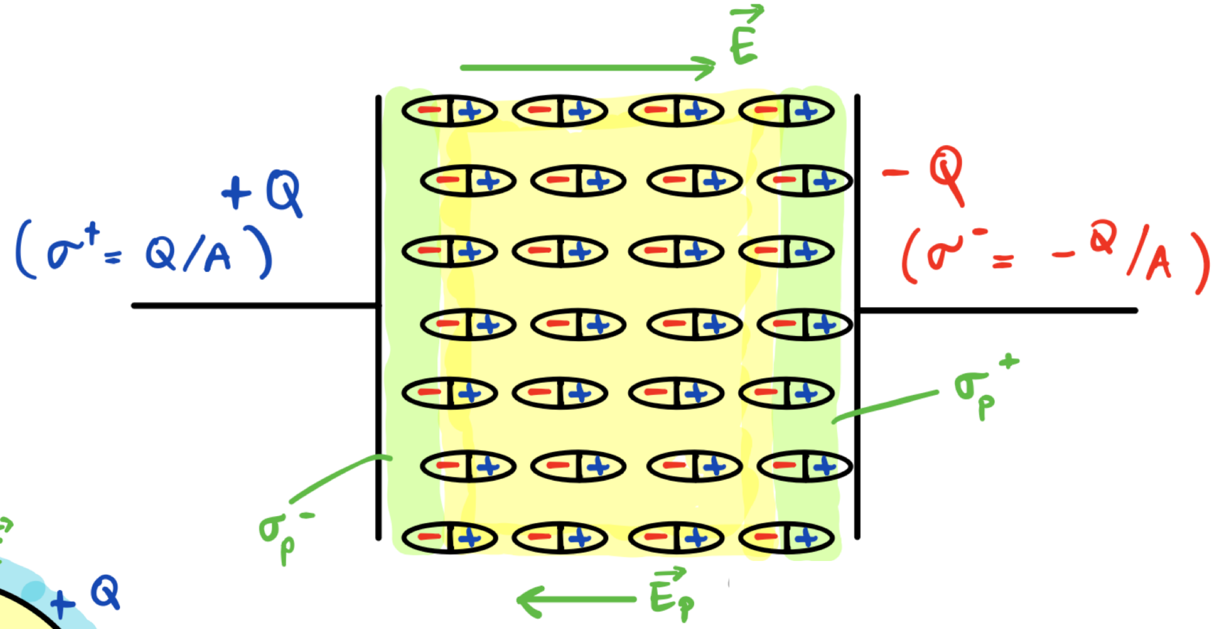
champ total

champ à vide

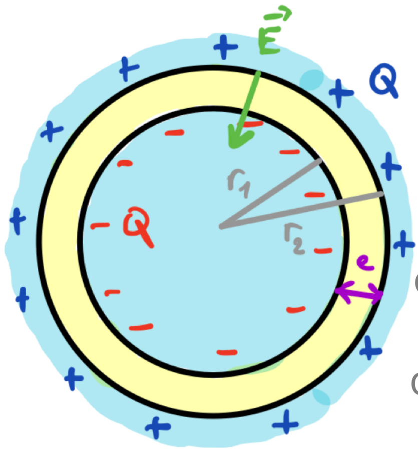
$$\boxed{E = \frac{E_0}{1+\chi} := \frac{E_0}{K}}$$

K : constante diélectrique

$$\boxed{C = K C_0}$$

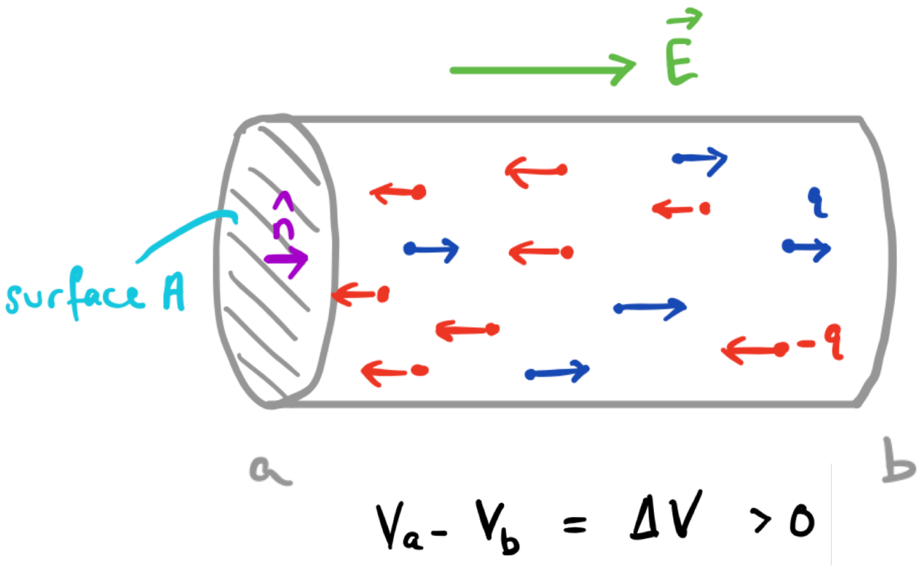


champ créé par le diélectrique



cellule avec membrane diélectrique

Courant électrique dans conducteur



courant électrique à travers une surface **orientée A** :

$$i = \frac{dQ}{dt}$$ [C/s] = [A]

Ici, $i > 0$ par le choix d'orientation $\mathbf{n}$.

Si on choisit $\mathbf{n}$ à l'envers, alors $i < 0$

Résistance électrique d'un conducteur

$$\boxed{R := \frac{\Delta V}{i}}$$

[V/A] = [Ω]

«loi d'Ohm»

si $\Delta V = V_a - V_b$,
alors i définit de a ----> b

Pour un **conducteur cylindrique** de longueur L et section A:

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{A}}$$

lié au matériau

(résistivité)

lié à la géométrie

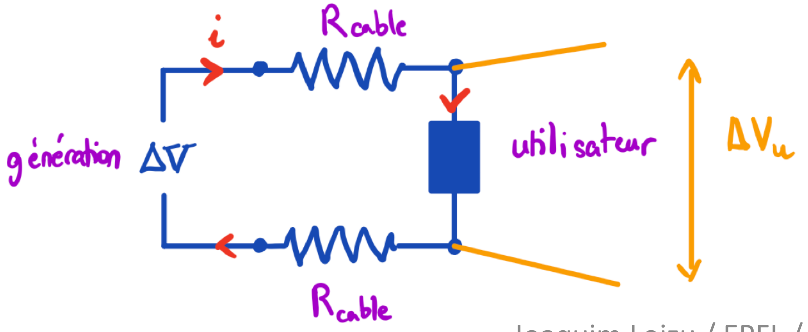
Puissance électrique

si $\Delta V = V_a - V_b$,
alors i définit de a ----> b

$$P = \underbrace{i\,\Delta V}_{\substack{\text{en général} \\ \text{(travail force électrique / sec)}}} = \underbrace{i^2 R = \frac{\Delta V^2}{R}}_{\substack{\text{pour une résistance} \\ \text{(puissance électrique dissipée par frottement)}}} \qquad [W]$$

exemple:

transport d'électricité

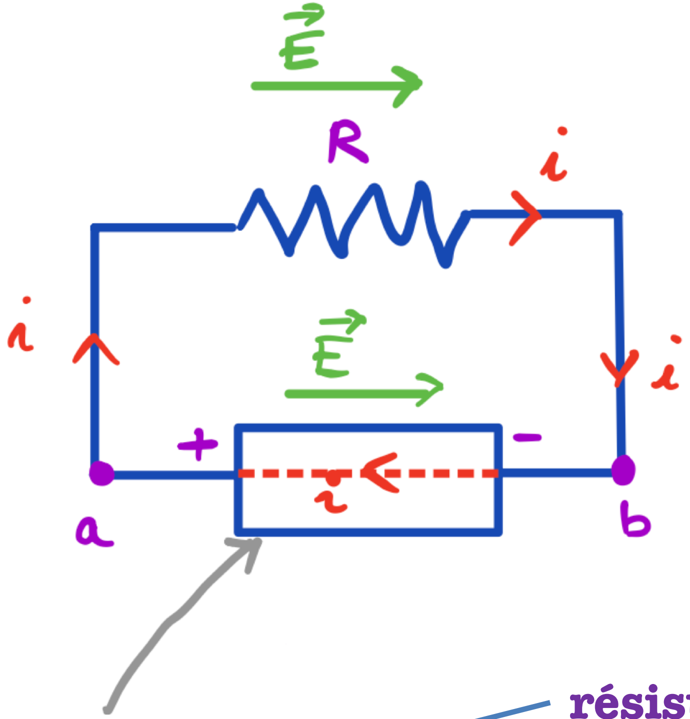


$$P_u = i\,\Delta V_u$$

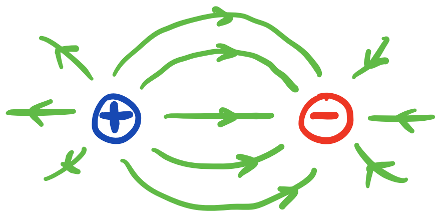
$$P_{perte} = 2 R_{cable}\, i^2$$

$$\frac{P_{perte}}{P_u} \sim \frac{1}{\Delta V_u^2}$$

Force électromotrice

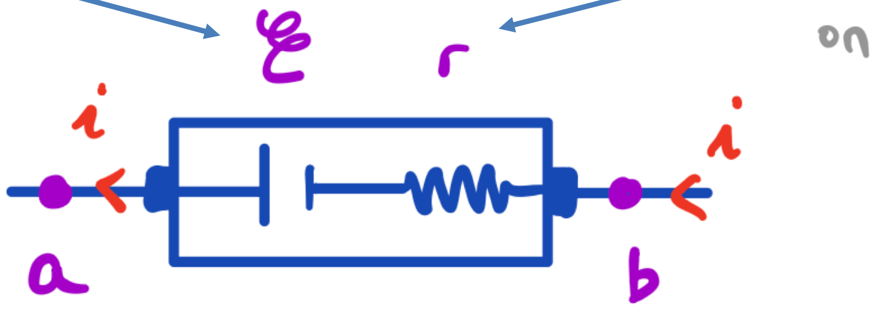


analogie pour **E**:



emf (tension à vide)
≡ travail par unité de
charge de **b** à **a**

résistance interne

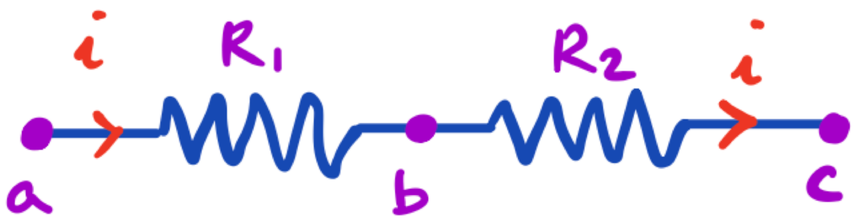


Remarque: force électrique ne fournit pas l'énergie dans la batterie:

$$\begin{cases} P_{él} = i\Delta V = i(V_b - V_a) < 0 \\ P_{emf} = -P_{él} = \mathcal{E}\, i > 0 \quad \text{(ici r=0)} \end{cases}$$

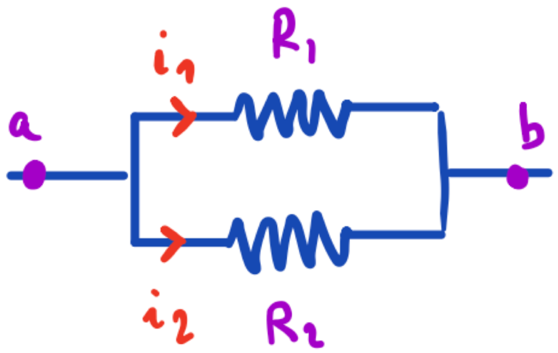
Circuits avec résistances

Résistances en série :



$$\boxed{R_{eq} = \sum_j R_j}$$

Résistances en parallèle :



$$\boxed{R_{eq} = \left(\sum_j R_j^{-1}\right)^{-1}}$$

Règles de Kirchhoff

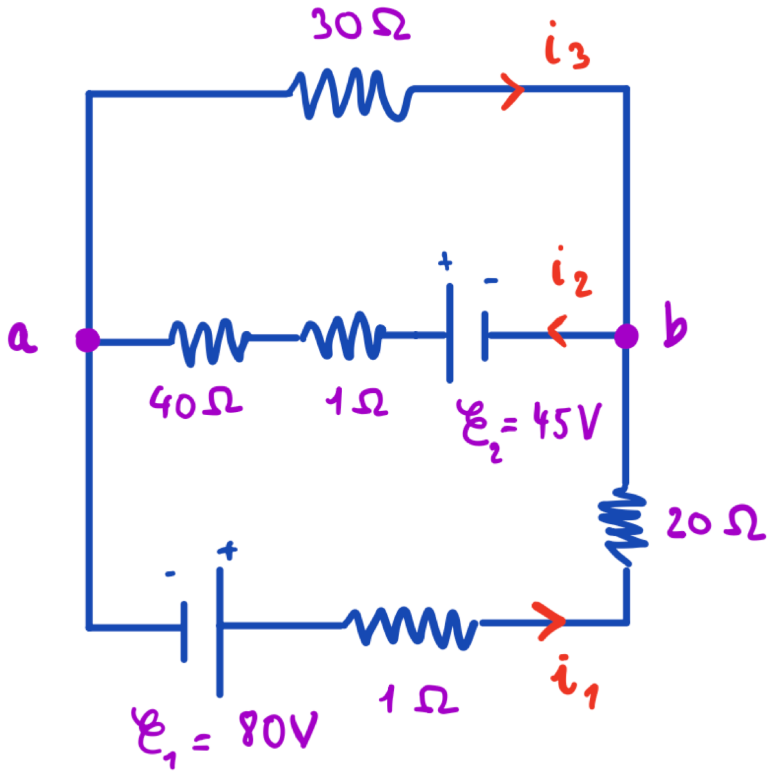
$$\boxed{\sum_j i_j^{\mathrm{IN}} = \sum_j i_j^{\mathrm{OUT}}}$$

(sur noeud) ≡ intersection de fils

$$\boxed{\sum_j \Delta V_j = 0}$$

$\Delta V > 0$ si remontée
$\Delta V < 0$ si chute

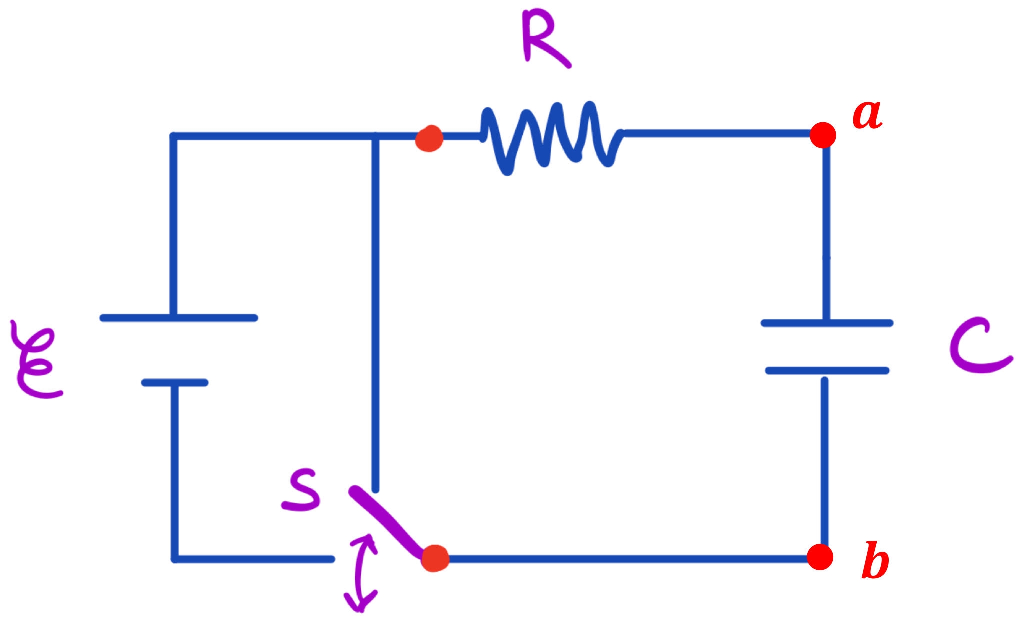
(autour d'une maille) ≡ parcours fermé orienté



ex: grande maille, sens anti-horaire:

$$\mathcal{E}_1 - 21 i_1 + 30 i_3 = 0$$

Circuits RC



$$\boxed{i = C\,\frac{d\Delta V_C}{dt}}$$

«loi pour le condensateur»

si $\Delta V_C = V_a - V_b$,
alors i définit de a ----> b

charge du condensateur (depuis 0)

$$\Delta V_c(t) = \mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

ex: après un temps $t = RC$,

$$\Delta V_C = \mathcal{E}(1 - e^{-1}) \approx 0.63\ \mathcal{E}$$

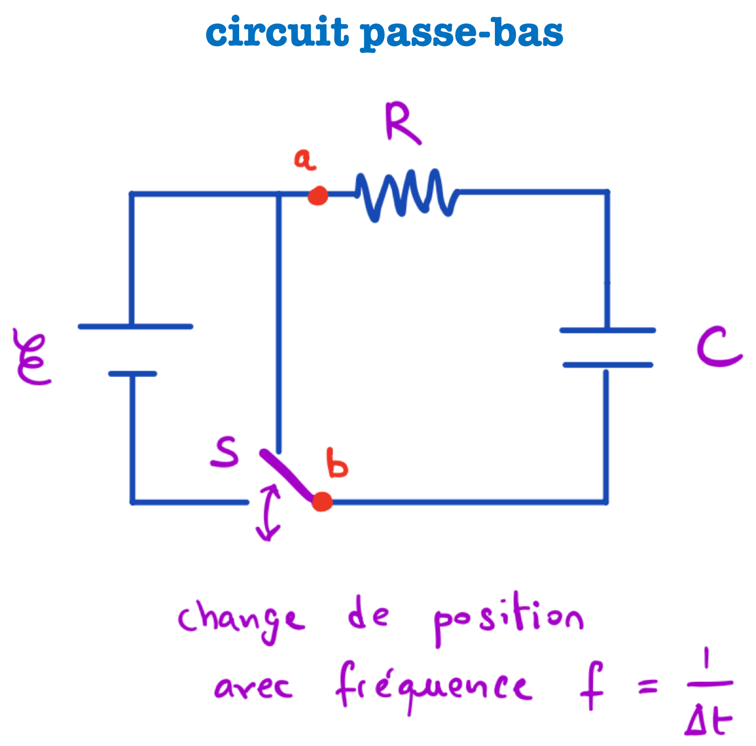
décharge du condensateur (depuis $\mathcal{E}$)

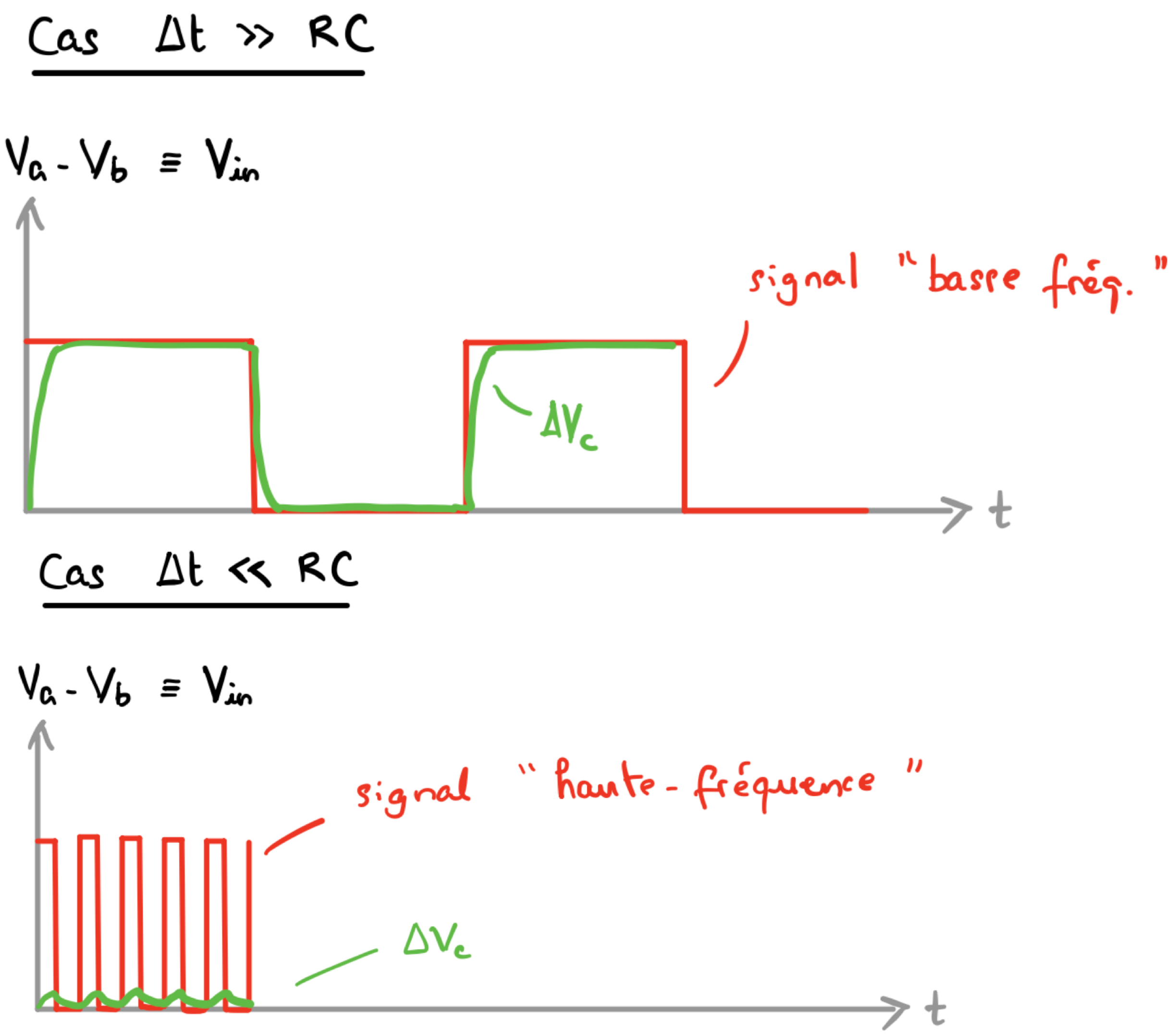
$$\Delta V_c(t) = \mathcal{E}\, e^{-t/RC}$$

ex: après un temps $t = RC$,

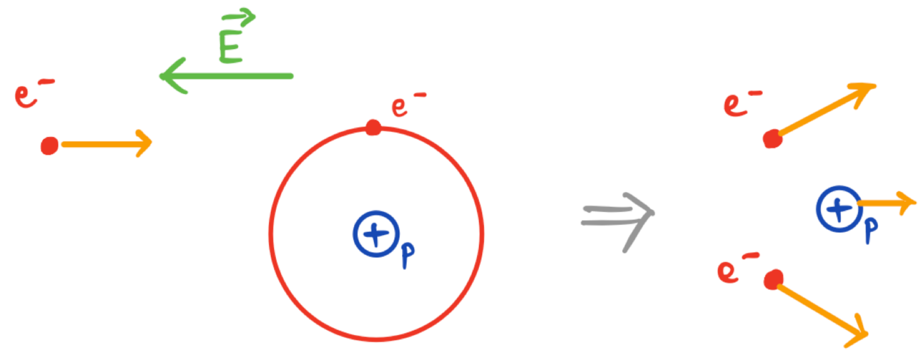
$$\Delta V_C = \mathcal{E}\, e^{-1} \approx 0.36\ \mathcal{E}$$

Application circuits RC: filtre de fréquences





Ionisation et décharges



Ionisation (par impact) si

$$\boxed{\underbrace{e\,\Delta V}_{E\,\lambda_{mfp}} \geq \mathcal{U}_{ion} = e\,V_{ion}}$$

énergie de ionisation

libre parcours moyen $\boxed{\lambda_{mfp} = \dfrac{1}{n\,\sigma}}$

taille
des cibles [m²]

densité
de cibles [m⁻³]

condition pour décharge: $\boxed{E \geq V_{ion}\, n\, \sigma}$ $[\,V/m\,]$

<u>ex:</u> air ambient,

$$E > 10^7 \text{ V/m}$$

http:\\ttpoll.eu

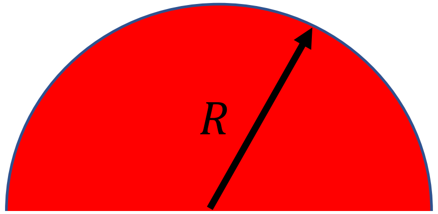
session ID: **emagsv**

Vers où est la force nette sur la charge Q rouge?

A. vers la gauche.
B. vers la droite.
C. vers le haut.
✓ D. vers le bas.

Un demi-disque est chargé uniformément avec Q.

A. La densité de charge vaut $\sigma = Q/(2\pi R^2)$
B. La densité de charge vaut $\sigma = Q/(\pi R^2)$
✓ C. La densité de charge vaut $\sigma = 2Q/(\pi R^2)$

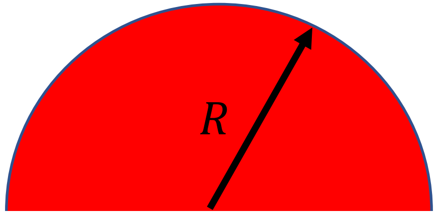


Sur ce demi-disque, un petit élément de charge vaut...

A. $\mathrm{d}q = \sigma\pi R^2/2$

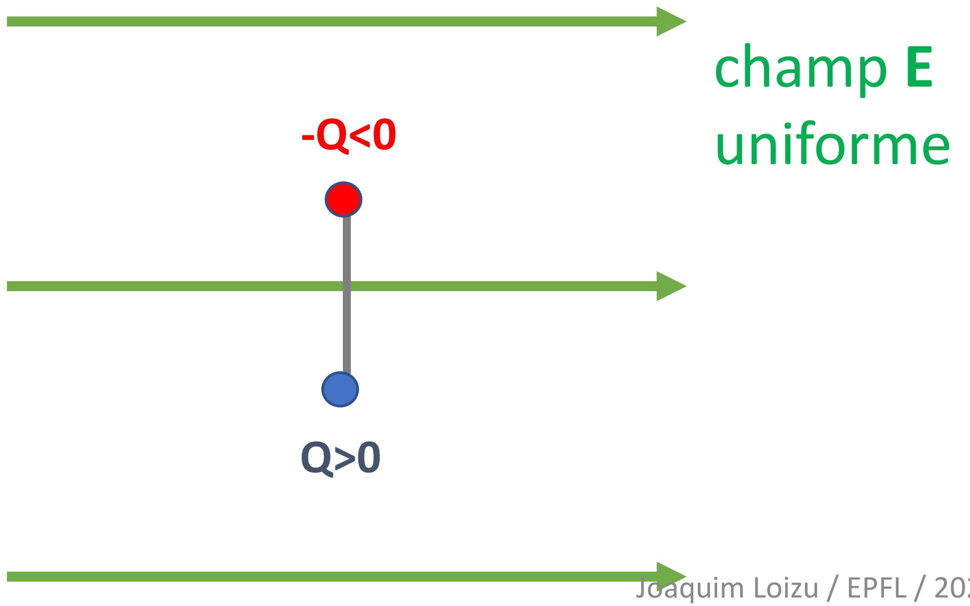
B. $\mathrm{d}q = \sigma R d\theta$

✔ C. $\mathrm{d}q = \sigma R d\theta dR$



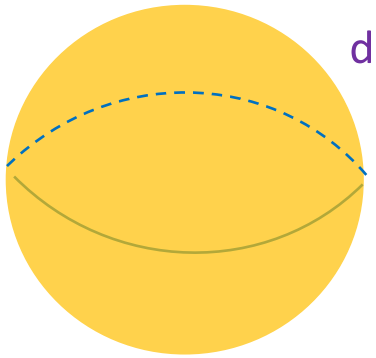
Que va faire ce dipôle électrique?

A. tourner en sens horaire.
B. tourner en sens anti–horaire.
C. rester immobile.



Une boule pleine est chargée uniformément.

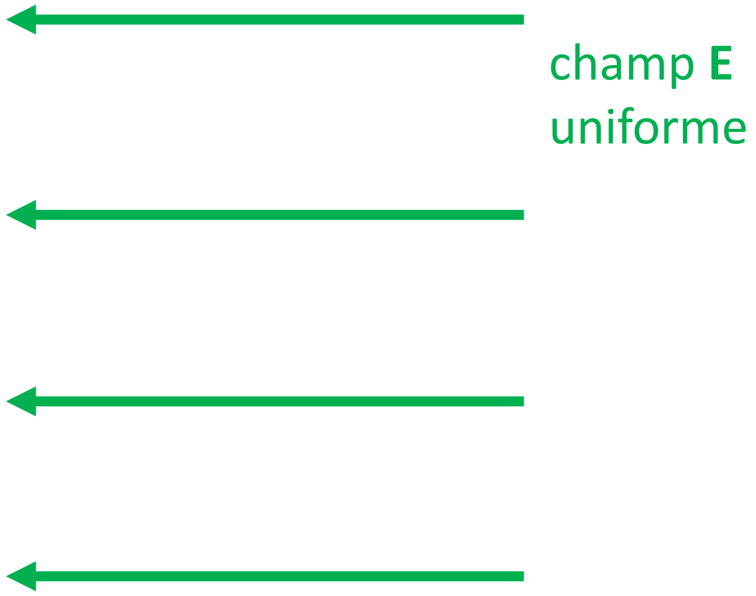
A. C’est sûrement un conducteur.
B. C’est sûrement pas un conducteur.
C. On ne peut pas savoir.



densité de charge (C/m³) uniforme

Le potentiel électrique est plus grand...

A. à gauche.
B. à droite.
C. il est constant.

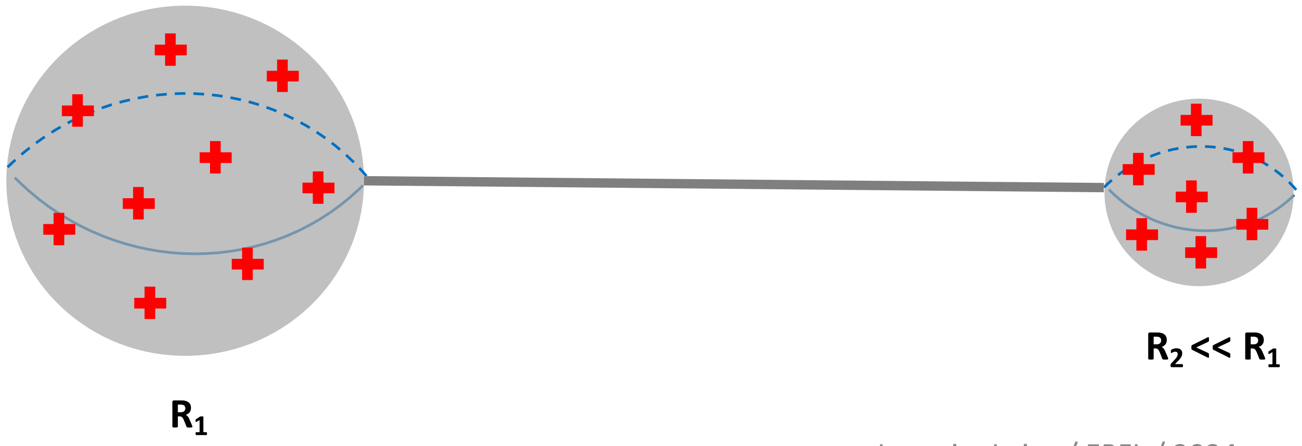


Le potential électrique est plus grand…

A. sur la sphere de gauche.
B. sur la sphere de droite.
C. C’est le même.

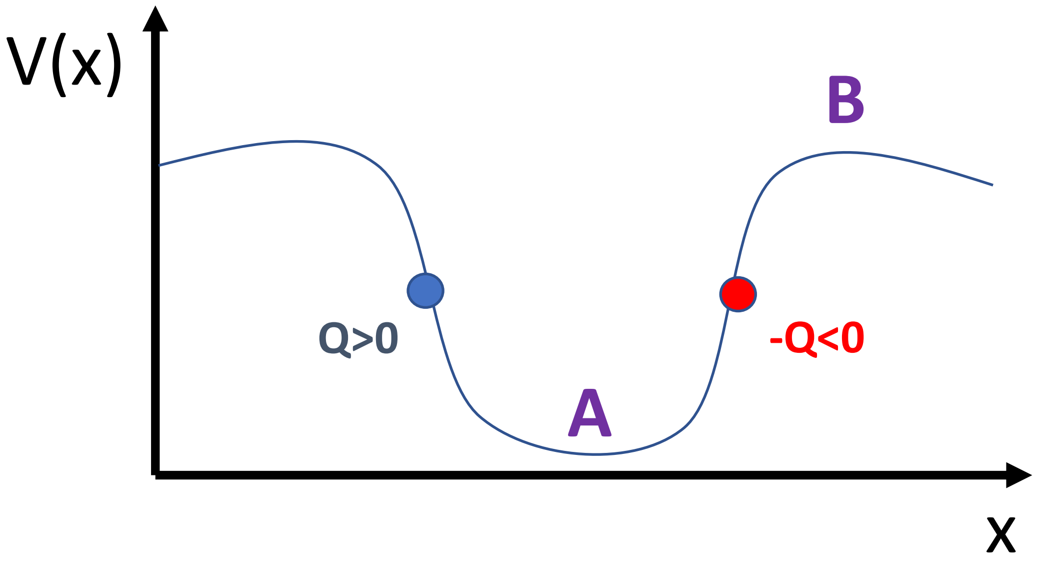
Ces 2 sphères conductrices sont connectées et chargées…

A. La sphère gauche a un potentiel V plus élevé.
B. Les sphères ont le même V, mais **E** est plus grand sur la sphère gauche.
✓ C. Les sphères ont le même V, mais **E** est plus grand sur la sphère droite.
D. Les sphères ont le même V et même **E.**



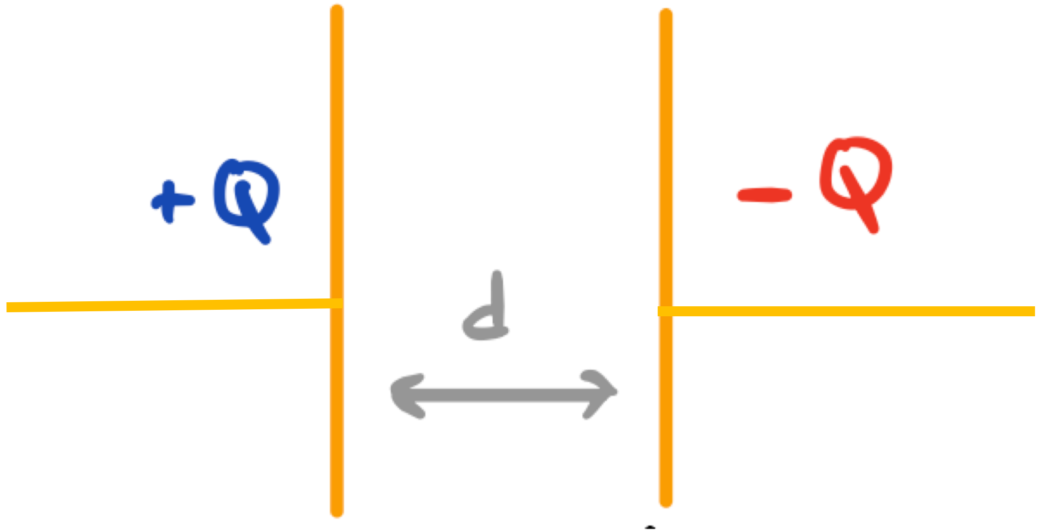
Etant donné ce potentiel V(x), ces charges test iront…

A. **Q>0** vers A, **-Q<0** vers B.
B. **Q>0** vers B, **-Q<0** vers A.
C. Les deux vers A.



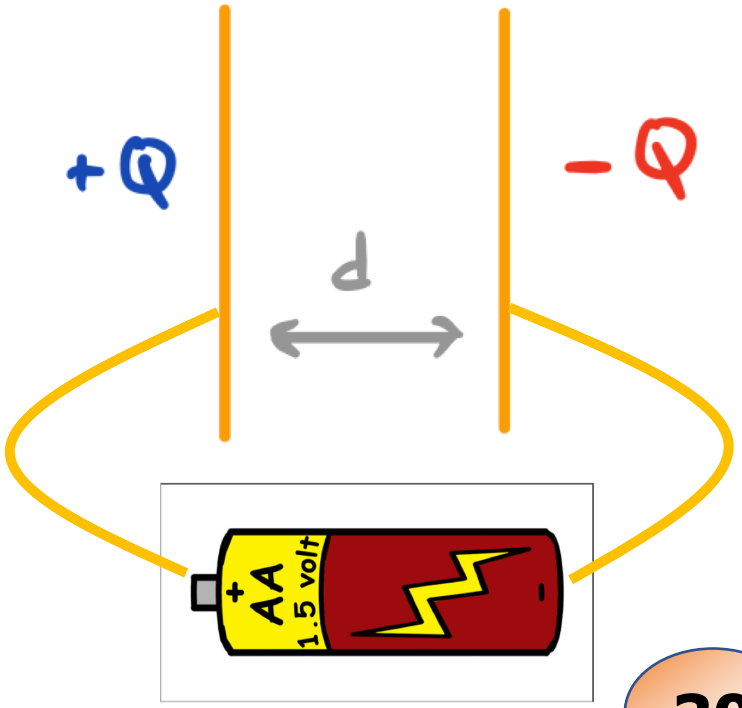
On charge un condensateur plan. Si on approche les plaques…

A. La capacité C augmente, le potentiel **Δ**V reste le même.
B. La capacité C diminue, le potentiel **Δ**V reste le même.
✓C. La capacité C augmente, le potentiel **Δ**V diminue.



On connecte une emf idéale a un condensateur avec des fils sans R.

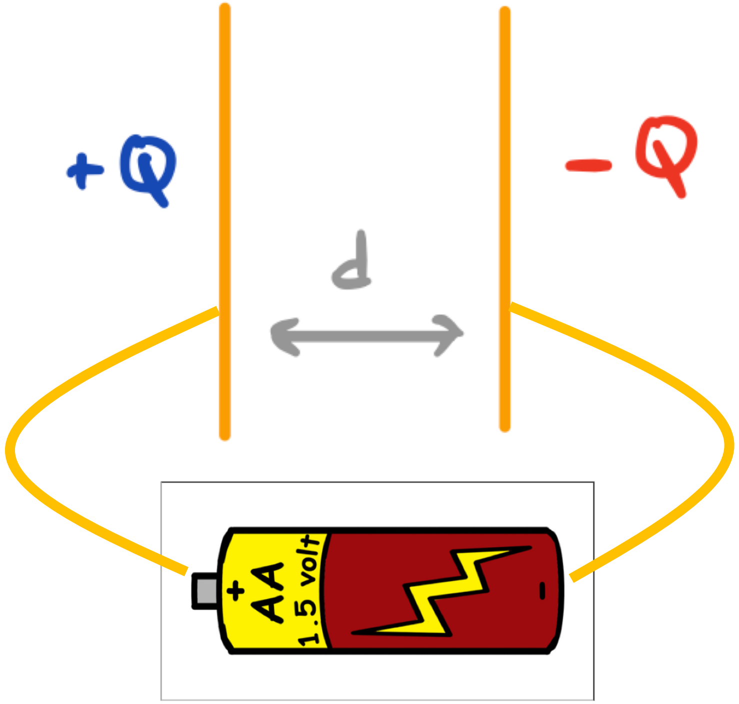
A. Le condensateur se charge instantanément jusqu’à un maximum.
B. Le condensateur se charge exponentiellement jusqu’à un maximum.
C. Le condensateur se charge indéfiniment.



On connecte une emf a un condensateur. On approche les plaques…

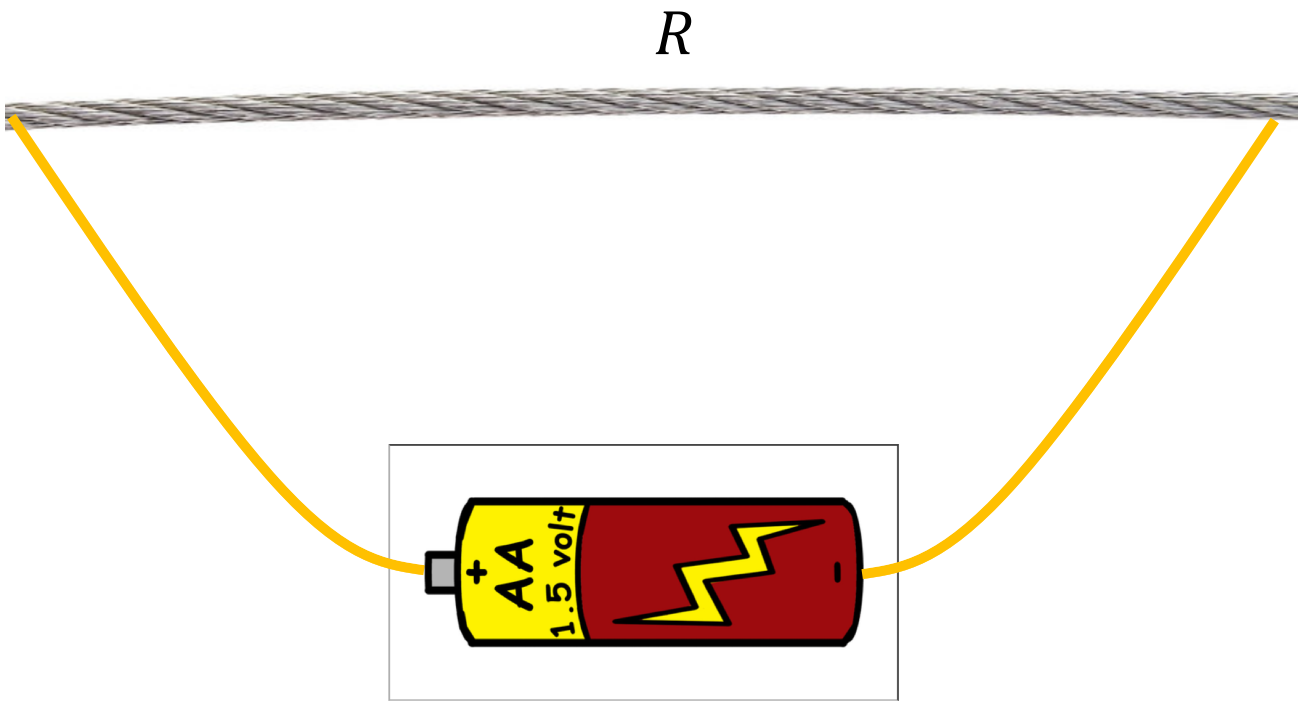
A. La capacité C augmente, le potentiel ΔV diminue.

✓B. La capacité C augmente, la charge Q augmente.



Combien de courant circule si R = 1 mΩ?

A. Un courant $i = 1.5\ A$
B. Un courant $i = 15\ A$
✓ C. Un courant $i = 1.5\ kA$



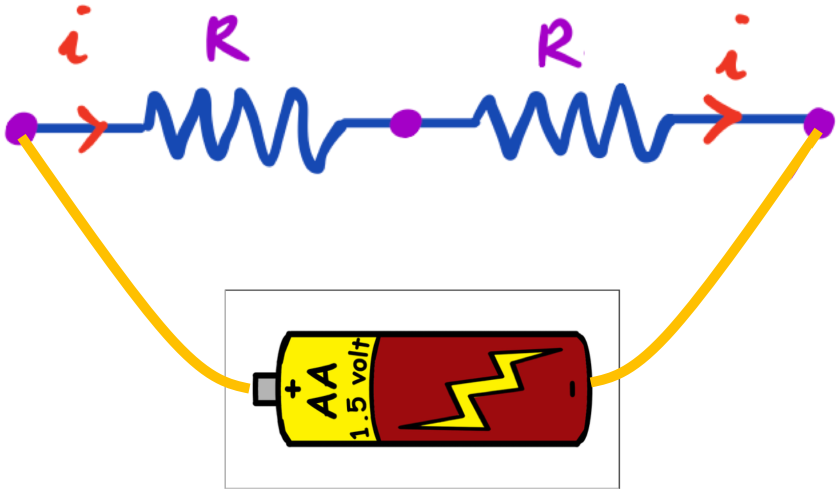
Joaquim Loizu / EPFL / 2024

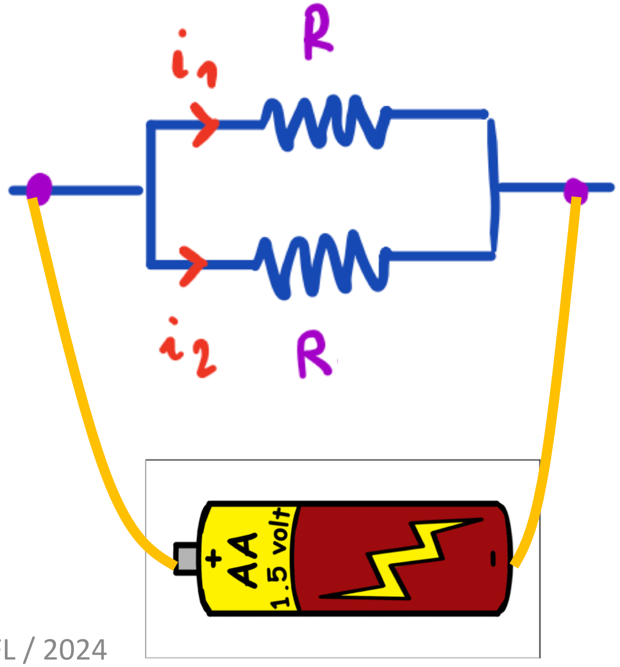
Combien de courant traverse les deux batteries?

A. Le courant est le même dans les deux cas.

B. Le courant est 2 fois plus grand à droite.

✓C. Le courant est 4 fois plus grand à droite.





A quel moment faut-il ouvrir S pour que $V_C = 0.99\mathcal{E}$?

A. $t = -RC\ ln(0.99)$

✓ B. $t = -RC\ ln(0.01)$

C. $t = 0.99\ ln(RC)$