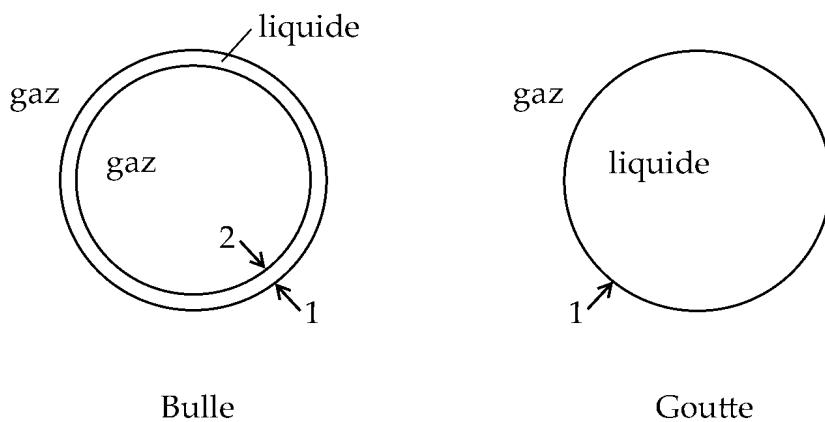


A. Questions

1. La capillarité agit dans toutes les directions ; elle est indépendante de la gravitation.
2. On utilise le phénomène de l'ascension capillaire dans le bâtiment pour rendre efficaces certaines colles. Le maçon mouille sa brique pour que son mortier pénètre en profondeur. Par contre les effets indésirables de l'ascension capillaire se font sentir lorsque les murs sont confrontés à une présence régulière d'eau dans le sol : l'humidité tend à remonter et à produire des moisissures. Pour ce type de sol, les fondations doivent être fabriquées en employant des matériaux à faible pouvoir capillaire.
3. La pression intérieure dans la bulle est plus grande que dans la goutte car cette dernière possède une seule interface liquide-gaz, et non deux comme pour la bulle ; c'est en effet sur ces interfaces que s'exerce la tension superficielle.



B. Problèmes

Problème 1 :

On sait (d'après le chapitre 3.2) que l'ascension capillaire se calcule comme :

$$h = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho \cdot g \cdot r} \cdot \cos\alpha$$

Avec :

h = hauteur de l'ascension capillaire = 0,2 m
 σ = tension superficielle de l'eau = 0,073 N/m
 ρ = masse volumique de l'eau = 1'000 kg/m³
 g = accélération de la pesanteur = 9,81 m/s²
 r = rayon des pores du matériau considéré
 α = angle de raccordement liquide-solide = 0

On extrait facilement la formule suivante de la précédente :

$$r = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho \cdot g \cdot h} \cdot \cos\alpha = 7,4 \cdot 10^{-5} \text{m}$$

Le diamètre des pores du matériau vaut donc :

$$d = 2 \cdot r = 1,48 \cdot 10^{-4} \text{m} \approx 0.15 \text{ mm}$$

Problème 2 :

- a) Calculons la quantité d'eau contenue dans l'air pour la situation initiale : à 24,5°C, l'humidité absolue à saturation $HA_{sat} = 22,4 \text{ g/m}^3$ (interpolation linéaire des valeurs tirées de l'annexe A 2.2).

L'humidité relative HR étant de 33,5 %, on trouve la quantité d'eau dans l'air (humidité absolue) pour notre situation :

$$HA = HA_{sat} \cdot HR = 22,4 \text{ g/m}^3 \cdot 0,335 = 7,5 \text{ g/m}^3$$

On procède de même pour la situation après 4 minutes :

$$HA_{sat}(26,7^\circ\text{C}) = 25,4 \text{ g/m}^3 \Rightarrow HA = 25,4 \text{ g/m}^3 \cdot 0,326 = 8,3 \text{ g/m}^3$$

Le bilan est donc de $8,3 \text{ g/m}^3 - 7,5 \text{ g/m}^3 = 0,8 \text{ g/m}^3$ pour 4 minutes.
 \Rightarrow pour 1 heure : $0,8 \text{ g/m}^3 \cdot 15 \text{ h}^{-1} = 12,0 \text{ g}/(\text{m}^3 \cdot \text{h})$, car 1 h contient 15 fois 4 min.

Le volume de la boîte isolée est de $0,8 \text{ m} \cdot 0,8 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 0,64 \text{ m}^3$.
Attention ! Le volume occupé par l'air est égal au volume de la boîte moins celui de la personne (masse volumique = 1'000 kg/m³).

$$\Rightarrow V = V_{boîte} - V_{pers} = V_{boîte} - m_{pers} / \rho_{pers} = 0,64 \text{ m}^3 - (55 \text{ kg} / 1'000 \text{ kg/m}^3) = 0,585 \text{ m}^3$$

Le dégagement pour l'ensemble du volume occupé par l'air est de :

$$12 \text{ g}/(\text{m}^3 \cdot \text{h}) \cdot 0,585 \text{ m}^3 = 7,0 \text{ g/h}$$

Cette expérience montre que la personne en question dégage au repos 7 g/h de vapeur d'eau.

Le bilan de CO₂ se calcule encore plus facilement :

Augmentation du CO₂ en 4 min. : 4'300 – 2'900 = 1'400 ppm.

- comme 1 ppm de CO₂ ≈ 2 · 10⁻³ g/m³ ⇒ 1'400 ppm · 2 · 10⁻³ g/(m³ · ppm) = 2,8 g/m³
- en 1 heure : 2,8 g/m³ · 15 h⁻¹ = 42 g/(m³ · h) ⇒ 42 g/(m³ · h) · 0,585 m³ = 24,6 g/h

Cette expérience montre que la personne dégage au repos 25 g/h de CO₂.

- b) Calculons d'abord l'énergie dépensée pour évaporer 7 g d'eau :

$$Q = m \cdot L_{(à 25^\circ\text{C})} = 7 \text{ g} \cdot 2'440 \text{ kJ/kg} = 0,007 \text{ kg} \cdot 2'440'000 \text{ J/kg} = 17'080 \text{ J}$$

Soit, par unité de temps (seconde), puissance = 17'080 J / 3'600 s = 4,7 W.

c) Question subsidiaire :

Le sigle « ppm » signifie « partie par million ». Il s'agit d'une proportion de 1 pour 1 million en nombre d'unité. Par exemple, si la concentration de gaz carbonique est de 1 ppm, cela indique que, pour un million de molécules d'air prises au hasard, une seule sera en moyenne du CO₂.

Si un gaz possède une masse volumique ρ , 1 ppm de ce gaz introduit dans l'air aura une masse volumique de $\rho \cdot 10^{-6}$, à température et pression identiques. Il s'agit d'une approximation qui n'est correcte qu'à condition que le gaz étranger soit présent en petite quantité ($< 10^4$ ppm pour une erreur inférieure à 1 %).

Exemple :

CO_2 à la température de 22 °C, pression ~ 977 hPa.

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$\rho = \frac{p \cdot M_{\text{CO}_2}}{R \cdot T} = \frac{97700 \text{ Pa} \cdot 44 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}}{8,317 \text{ J/(mol} \cdot \text{K}) \cdot (273 + 22) \text{ K}} = 1,75 \text{ kg/m}^3$$

$$1 \text{ ppm} = \rho \cdot 10^{-6} = 1,75 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m}^3 \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ g/m}^3$$

Problème 3 :

a) La chaleur totale à fournir pour cette transformation est la somme de trois termes :

1) La chaleur nécessaire à l'évaporation de la vapeur d'eau (chaleur latente) :

$$H_{\text{évap}} = L_{\text{évap eau}} \cdot m_{\text{eau}} = 2'501 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 75 \cdot 10^3 \text{ J}$$

2) La chaleur nécessaire pour éléver la température de l'air (chaleur sensible) :

$$H_{\text{air sec}} = C_{\text{p air}} \cdot m_{\text{air sec}} \cdot \Delta\theta = 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 22 = 220 \cdot 10^3 \text{ J}$$

3) La chaleur nécessaire pour éléver la température de la vapeur d'eau de 0 °C à 22 °C (chaleur sensible) :

$$H_{\text{vap eau}} = C_{\text{p vap eau}} \cdot m_{\text{vap eau}} \cdot \Delta\theta = 1,8 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 22 = 1188 \text{ J}$$

Les valeurs des coefficients $L_{\text{évap eau}}$, $C_{\text{p air}}$ et $C_{\text{p vap eau}}$ se trouvent dans le cours aux pages 2.13 et 2.14.

On a donc : $H_{\text{total}} = H_{\text{évap}} + H_{\text{air sec}} + H_{\text{vap eau}} = 296,2 \cdot 10^3 \text{ J}$

b) La chaleur totale fournie à l'air n'est autre que l'enthalpie multipliée par la masse d'air en question.

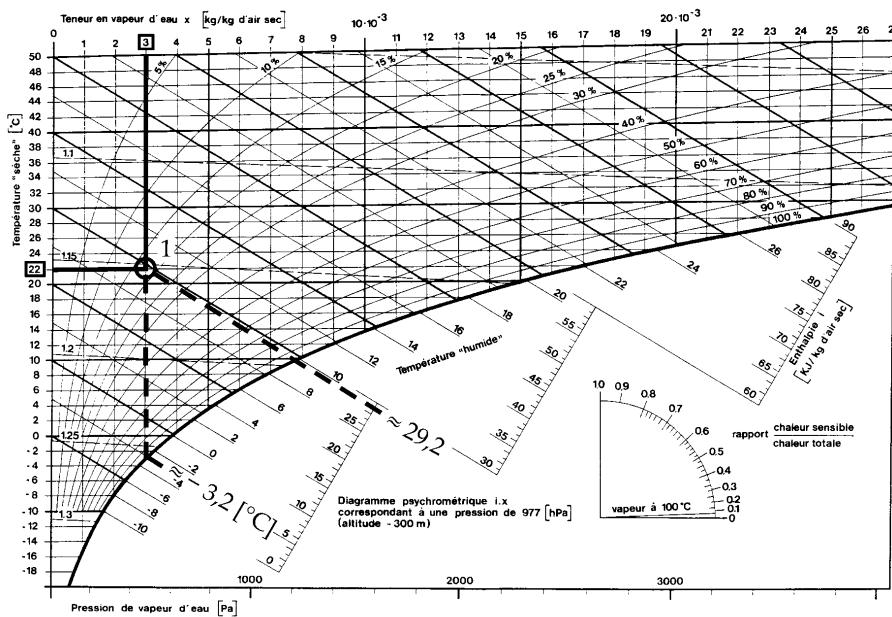
On calcule la teneur en vapeur d'eau : $x = \frac{m_{\text{vap eau}}}{m_{\text{air sec}}} = 3 \cdot 10^{-3} [\text{kg}_{\text{vap eau}}/\text{kg}_{\text{air sec}}]$

On lit donc sur le diagramme psychrométrique l'enthalpie correspondant à notre situation ($x = 3 \cdot 10^{-3}$ et $\theta = 22$ °C, point "1" sur le diagramme).

$$i \approx 29,2 \text{ kJ/kg}_{\text{air sec}} \quad \Rightarrow \quad H_{\text{tot}} = 29,2 \cdot 10 = 292 \text{ kJ}$$

Ceci correspond bien à la réponse de la question a, compte tenu des imprécisions du diagramme.

Pour trouver le point de rosée, il suffit de descendre le long de la ligne de teneur en vapeur d'eau $x = 3 \cdot 10^{-3}$ (x contrairement à HA ne dépend pas de la température, ce qui facilite bien des choses). On trouve alors un point de rosée à $\theta \approx -3,2$ °C.



- c) Pour calculer le point de rosée, nous utilisons l'humidité absolue (HA). Cependant, ce paramètre dépend de la température. Pour éviter l'expression mathématique de $\text{HA}(\theta)$ qui est tabulée à l'annexe A 2.2, nous procéderons donc par tâtonnement et par interpolation linéaire.

$$\text{HA}(\theta) = \frac{m_{\text{vap eau}}}{V(\theta)} = \frac{m_{\text{vap eau}}}{m_{\text{air sec}}} \cdot \rho_{\text{air sec}}(\theta) = 3 \cdot 10^{-3} \cdot \rho_{\text{air sec}}(\theta)$$

$$\text{A 2.1} \rightarrow \rho_{\text{air sec}}(97'700 \text{ Pa}, 0^{\circ}\text{C}) = 1,2929 \cdot \frac{97'700}{101'325} \cdot \frac{273}{273} = 1,2466 \text{ kg/m}^3$$

$$\Rightarrow \text{HA} (0^{\circ}\text{C}) = 3,74 \text{ g/m}^3$$

La table A 2.2 indique que le point de rosée se trouve entre -3 et -4 $^{\circ}\text{C}$. Mais si la température baisse de 0 à -3 $^{\circ}\text{C}$, HA augmente ; il faut donc reprendre les calculs. Dressons un tableau pour comparer les valeurs de HA pour notre situation, calculées à différentes températures. Les valeurs de HA_{sat} sont interpolées linéairement à partir des valeurs de la table A 2.2. Ce tableau nous permettra de déterminer le point de rosée par approches successives de la bonne valeur, où $\text{HA} \approx \text{HA}_{\text{sat}}$.

θ [$^{\circ}\text{C}$]	HA [g/m^3]	HA_{sat} [g/m^3]
0	3,74	4,85
-3	3,78	3,82
-3,1	3,78	3,79
-3,2	3,78	3,76
:	:	:
-4	3,80	3,52

Le point de rosée se situe entre $-3,1$ et $-3,2$ $^{\circ}\text{C}$. C'est bien le résultat de la question b.