

A. Questions

1. Le corps humain échange de la chaleur avec son environnement par conduction, convection, rayonnement et évapo-transpiration.
2. La répartition précise dépend de l'activité de l'individu et du climat extérieur : température, vent, humidité relative et rayonnement. Au repos et dans la zone de confort, la répartition est environ la suivante :
 - rayonnement $\approx 45\%$
 - conduction et convection $\approx 30\%$
 - évapo-transpiration $\approx 25\%$
3. Par ordre décroissant d'importance, et pour un habillement et une activité donnée, ici habillement normal, à l'intérieur en hiver et pour une activité calme, les paramètres agissant sur le confort hygrothermique sont :
 - température de l'air
 - différence de température entre l'air et les parois
 - vitesse de l'air
 - humidité relative
 (Détails p 7.4 et 7.5 du polycopié)
4. Au centre de la zone de confort demeure une fraction prévisible d'insatisfaits de 5%.

B. Problèmes**Problème 1 :**

a) Pour résoudre ce problème on applique le principe de la conservation de l'énergie à la « bulle » d'air.

$$\text{Énergie totale} = \text{Énergie potentielle} + m_{\text{air sec}} \cdot \text{Enthalpie par unité de masse} = \text{constante}$$

L'énergie totale est une constante, donc elle ne varie pas avec la hauteur.

On peut donc écrire : $E_{\text{tot}}(h_1) = E_{\text{tot}}(h_2)$ où h_1 et h_2 sont les deux hauteurs considérées en [m].

En admettant que la teneur en eau ne varie pas (car elle est proportionnelle à la pression, cf. diagramme i-x), on a ainsi :

θ_1, θ_2 : températures de la bulle à h_1, h_2 [°C]

$x_1 = x_2 = x$: teneur en vapeur d'eau de la bulle [$\text{kg}_{\text{vap eau}}/\text{kg}_{\text{air sec}}$]

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ accélération de la pesanteur:

$$\begin{aligned}
 m_{\text{air}} \cdot g \cdot h_1 + m_{\text{air sec}} \cdot i_1 &= m_{\text{air}} \cdot g \cdot h_2 + m_{\text{air sec}} \cdot i_2 \\
 m_{\text{air}} \cdot g \cdot h_1 + m_{\text{air sec}} \cdot [(Cp_{\text{air sec}} + Cp_{\text{vap.eau}} \cdot x) \cdot \theta_1 + L_{\text{vap}(0^\circ)} \cdot x] &= \\
 m_{\text{air}} \cdot g \cdot h_2 + m_{\text{air sec}} \cdot [(Cp_{\text{air sec}} + Cp_{\text{vap.eau}} \cdot x) \cdot \theta_2 + L_{\text{vap}(0^\circ)} \cdot x] & \\
 \rightarrow m_{\text{air}} \cdot g \cdot (h_1 - h_2) &= m_{\text{air sec}} \cdot [(Cp_{\text{air sec}} + Cp_{\text{vap.eau}} \cdot x) \cdot (\theta_2 - \theta_1)]
 \end{aligned}$$

Or : $m_{\text{air}} = m_{\text{air sec}} + m_{\text{vap eau}}$

$$\rightarrow \frac{m_{\text{air sec}} + m_{\text{vap eau}}}{m_{\text{air sec}}} \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = [(1 \cdot 10^3 + 1,8 \cdot 10^3 \cdot x) \cdot (\theta_2 - \theta_1)]$$

$$\rightarrow \left(1 + \frac{m_{\text{vap eau}}}{m_{\text{air sec}}} \right) \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = [(1 \cdot 10^3 + 1,8 \cdot 10^3 \cdot x) \cdot (\theta_2 - \theta_1)]$$

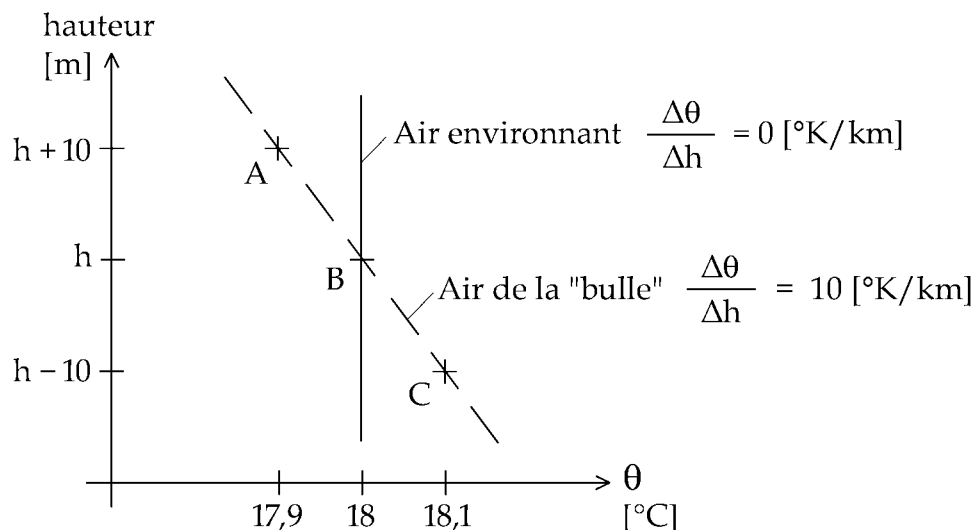
$$\rightarrow \frac{\Delta \theta}{\Delta h} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{h_2 - h_1} = - \frac{(1 + x) \cdot g}{(1 \cdot 10^3 + 1,8 \cdot 10^3 \cdot x)} [\text{K/m}]$$

Le gradient adiabatique vaut, pour $x = 5 \cdot 10^{-3}$: $\frac{\Delta \theta}{\Delta h} = -9,8 \cdot 10^{-3} \approx -10 \text{ K/km}$

b) Si l'air s'élève de $10 \text{ m} = 0,01 \text{ km}$, sa température baisse donc de $0,1 \text{ K}$. De même si l'air s'abaisse de 10 m , sa température s'élèvera de $0,1 \text{ K}$.

(attention aux unités : tout mettre en unités internationales, J et non kJ par exemple)

c) Pour comprendre ce qui se passe pour le mouvement de la « bulle » d'air, si l'air environnant reste à température constante, quelle que soit la hauteur (gradient de température nul), on dessine le graphique suivant :



En « A » l'air de la bulle est plus froid que l'air environnant, donc l'air de la bulle est plus dense que l'air environnant \Rightarrow la bulle redescend.

En « C » l'air de la bulle est plus chaud que l'air environnant, donc l'air de la bulle est moins dense que l'air environnant \Rightarrow la bulle remonte.

On a donc un effet stabilisateur, la bulle d'air va donc rester à la hauteur h (point « B »), où sa température est égale à celle de l'air environnant.

Problème 2 :

On résout ce problème à l'aide du diagramme i-x (cf. page suivante).

- a) On commence au point A avec de l'air à $\theta = 18 \text{ °C}$ et $\text{HR} = 70\%$. En arrivant sur la chaîne montagneuse, cet air va commencer à s'élever et donc va se refroidir à teneur en eau constante. Ce refroidissement va se faire jusqu'à ce qu'une condensation apparaisse. Ceci définit le point B sur le diagramme ($\theta = 12,5 \text{ °C}$, $\text{HR} = 100\%$).

La première question est de savoir à quelle altitude et sur quel versant apparaît la condensation. On sait (cf. polycopié page 2.20) que la température de l'air diminue de 10K par 1'000 m d'altitude. Dans notre cas on est passé entre A et B d'une température de 18 °C à une température de 12,5 °C, soit 5,5 °C de différence, qui correspondent à $5,5/10 \cdot 1'000 = 550$ m d'élévation.

Comme on est parti d'une altitude de 200 m, on observera donc la condensation, c'est-à-dire la base des nuages à $200 + 550 = 750$ m d'altitude, sur le versant sud de la chaîne montagneuse.

- b) Pour franchir la chaîne montagneuse l'air doit encore s'élever de $2'500 - 750 = 1'750$ m. L'air va donc encore se refroidir, mais comme il y a condensation, on a un gradient adiabatique humide de 6 K par 1'000 m (cf. polycopié page 2.20).

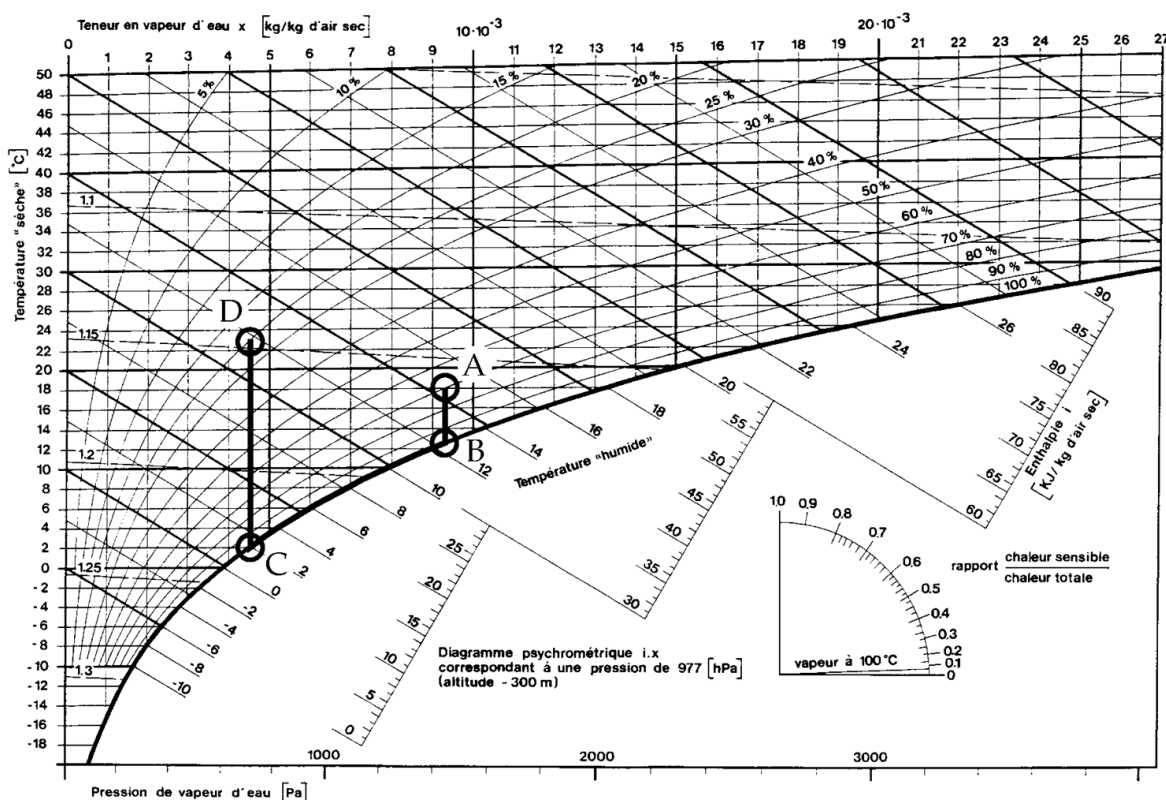
Au sommet de la chaîne l'air aura toujours une humidité relative de 100%, mais aura une température inférieure de $1'750 \cdot 6/1'000 = 10,5$ °C, par rapport à la température au point B.

Ceci définit donc le point C ($\theta = 12,5 - 10,5 = 2$ °C et HR = 100%).

- c) L'air va maintenant descendre vers la plaine située de l'autre côté de la chaîne montagneuse à 400 m d'altitude. Il va y avoir un réchauffement à teneur en eau constante de 10 °C par 1'000 m (adiabatique sec).

Finalement dans la plaine l'air aura gagné $(2'500 - 400) \cdot 10/1'000 = 21$ °C. On se retrouve donc avec de l'air à $\theta = 2 + 21 = 23$ °C. Partant du point C, on suit une verticale (teneur en eau constante) et on s'arrête lorsque $\theta = 23$ °C.

Ceci définit le point D qui caractérise l'air dans la plaine à 400 m ($\theta = 23$ °C et HR = 25%).



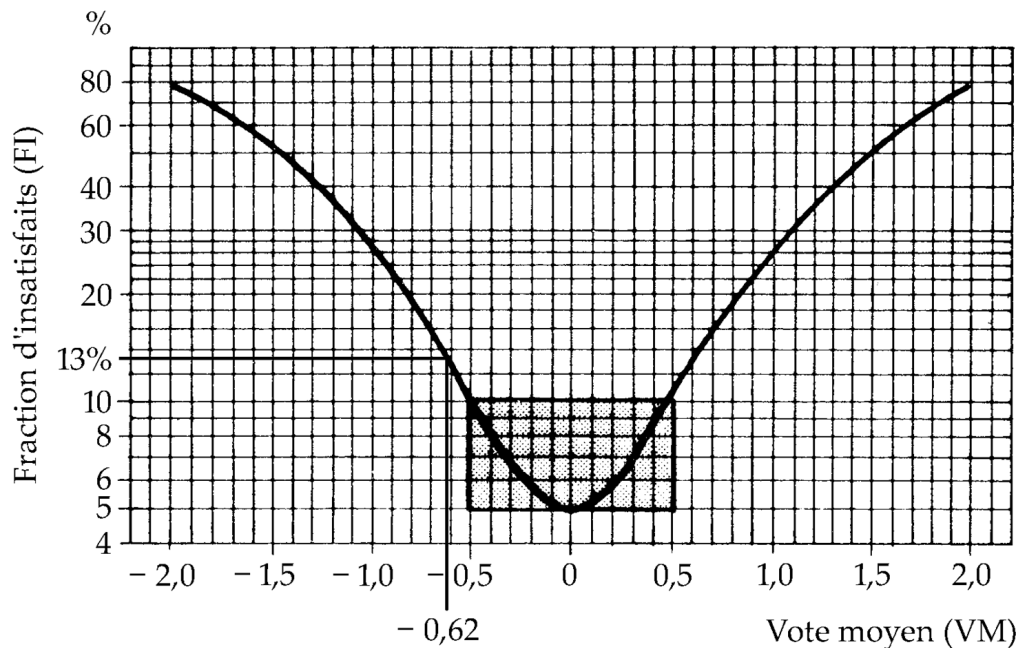
Remarque : Ce problème permet de comprendre pourquoi le föehn est un vent chaud et sec alors qu'au départ (de l'autre côté des Alpes) cet air est relativement frais et humide.

Problème 3 :

Le vote moyen s'obtient facilement en calculant :

$$VM = \frac{\sum \text{votes}}{\text{nb. votes}} = \frac{1 \cdot 2 + 14 \cdot 1 + 29 \cdot 0 + 60 \cdot (-1) + 15 \cdot (-2)}{1 + 14 + 29 + 60 + 15} = -0,62$$

D'après le graphe ci-dessous (qu'on trouve p 7.9 du polycopié), on s'attend à trouver 13% de personnes insatisfaites :



À partir du vote moyen ($VM = -0,62$) on constate que les conditions de confort de cette salle donnent lieu à une légère sensation de « froid ». Avec 13% d'insatisfaits, l'inconfort est considéré comme intolérable, il faut donc réviser les installations techniques.

Remarque : La norme ISO relative au confort définit la fraction prévisible d'insatisfaits comme étant le nombre de personnes ayant voté -3 ; -2 ; $+2$ ou $+3$ sur le nombre total de votants. Dans notre cas, on a $FPI = 16/119 \approx 13,4\%$ ce qui est pratiquement identique à ce qu'on a lu sur le graphe.