A. Questions

1. Le nombre d'Avogadro est égal au nombre d'atomes (ou de molécules) d'une substance contenus dans une mole de cette substance.
Il a été défini au départ comme le nombre d'atomes de carbone contenus dans 12 g de carbone^{12}. Ce nombre est habituellement noté $\mathcal{N}_A$; sa valeur est : $\boldsymbol{\mathcal{N}_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}}$

Une mole de carbone contient ainsi $6{,}023 \cdot 10^{23}$ atomes et pèse 12 g. La masse molaire atomique du carbone est de 12 g/mol = 12.10^{-3} kg/mol

(on utilise le nombre d'Avogadro et la mole pour ne pas avoir à compter des centaines de milliers de milliards de milliards d'atomes !)

Une mole de n'importe quel élément contient toujours le même nombre de molécules (resp. d'atomes) : ce nombre est le nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A$.

À pression atmosphérique et à température **normale** (c'est-à-dire p = 1'013 hPa ; T = 273,15 [K] = **0 [°C]**), $\mathcal{N}_A$ molécules de gaz occupent un volume de $22{,}4 \cdot 10^{-3}$ m^3 soit 22,4 litres. Ce résultat est indépendant de la nature du gaz ; il correspond au modèle du gaz parfait.

2. La masse molaire est la masse d'une mole, c'est-à-dire la masse de l'ensemble de $\mathcal{N}_A$ molécules (ou atomes) de cette substance. La masse molaire atomique s'applique à l'atome ; la masse molaire moléculaire s'applique à la molécule.

Exemples :
masse molaire atomique de l'hydrogène : M_H = 0,001 kg/mol = 1 g/mol
masse molaire moléculaire du dihydrogène : $M_{H2} = 2 \, . \, M_H$ = 0,002 kg/mol = 2 g/mol
masse molaire moléculaire de l'eau : $M_{H2O} = 2 \, . \, M_H + M_O = 2 + 16 = 18$ g/mol

Lorsque ce n'est pas précisé, la masse molaire sous-entend la masse molaire moléculaire.

3. Dans les conditions d'application aux bâtiments, le comportement des gaz (air, vapeur d'eau, etc.) est assimilable à celui des gaz parfaits :

$$PV = n\,R\,T \quad \text{et} \quad n = \frac{m}{M} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad \rho = P \cdot \frac{M}{R \cdot T} \quad (1)$$

La masse volumique est donc proportionnelle à la pression et inversement proportionnelle à la température.

Comparons deux états d'un même gaz (ρ, p, T) et (ρ', p', T'), l'équation (1) donne :

$$\rho' = \frac{p' \cdot T}{p \cdot T'} \cdot \rho \qquad (2)$$

4. a) La pression partielle d'un gaz est la pression causée uniquement par ce gaz, **supposé occuper tout le volume à disposition**. La pression d'un mélange gazeux est égale à la somme des pressions partielles de chacun de ses composants.

b) La teneur en vapeur d'eau *x* est le rapport de la masse de vapeur d'eau à la masse d'air sec, contenues dans un même volume [kg H_2O/kg air sec].

c) L'humidité absolue HA est le rapport de la masse de vapeur d'eau par unité de volume. Elle s'exprime en kg/m^3, ou parfois en g/m^3.

(détails page 2.4 du polycopié)

5. Environ 50% des dégâts causés aux bâtiments sont liés à l'eau ou à l'humidité. Ce chiffre est un ordre de grandeur mais il montre l'importance du sujet…

B. Problèmes

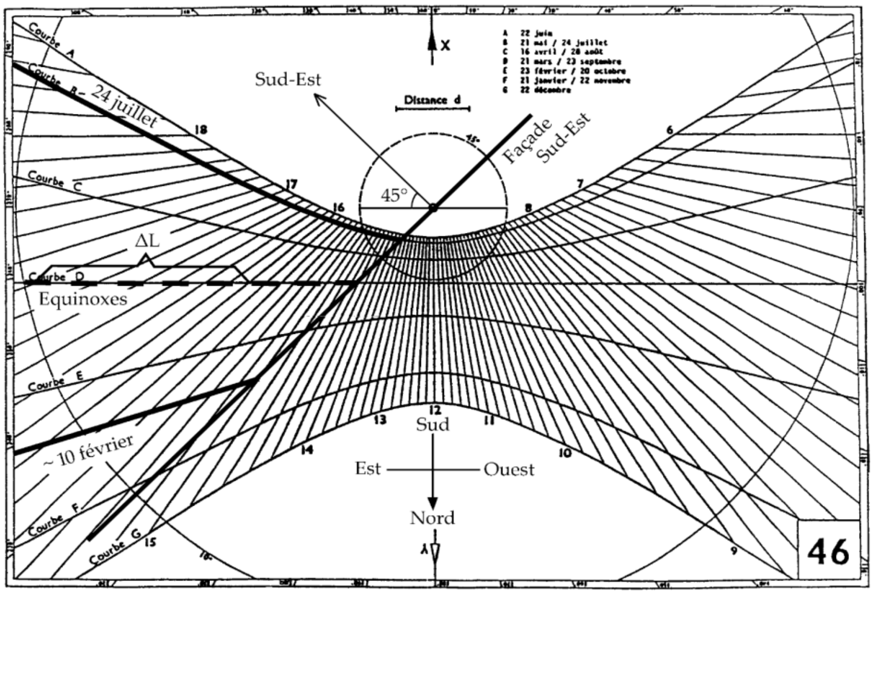
Problème 1

- Orientation de la feuille : On remarque que l'ombre porté à 6h du matin se trouve à droite de la feuille, le soleil se lève à l'est donc à 6h du matin l'ombre est à l'ouest. On peut aussi trouver en partant du fait que l'on se situe dans l'hémisphère nord, l'ombre portée se trouve donc au nord du mât (point central du diagramme).
- Orientation : la façade est sud-est ; sa normale fait donc un angle de 45° avec l'est.
- Cheminement de l'ombre : le 24 juillet (respectivement le 10 février), l'ombre du sommet du mât suit le chemin dessiné en gras. Cependant, tant que le Soleil éclaire la façade de face, l'ombre du mât se trouve sur le toit du bâtiment et non sur le sol ; il faut attendre que le Soleil passe derrière la façade pour que cette ombre soit portée sur le sol.
- Distance parcourue aux équinoxes (qui correspondent toutes deux à la même courbe, notée D) : toutes les distances lues sur ce diagramme sont à mesurer relativement au segment d qui représente la hauteur du sommet du mât (8 + 4 = 12 m). Donc :

$$\frac{\Delta L_{\text{réel}}}{\text{hauteur du mât}} = \frac{\Delta L_{\text{diagramme}}}{d}$$

d = 14 mm ; $\Delta L_{\text{diagramme}}$ = 40 mm

$$\Delta L_{\text{réel}} = \frac{40\text{mm}}{14\text{mm}} \cdot 12\text{m} = 34{,}3\text{ m}$$



Problème 2

À partir de la loi des gaz parfaits (cf. chapitre 2.1), on écrit que pour la vapeur d'eau :

$$P_{\text{vapeur d'eau}} \cdot V = n_{H_2O} \cdot R \cdot T$$

n_{H2O} est le nombre de moles et égal à :

$$n_{H_2O} = \frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}}$$

Où m_{H2O} est la masse d'eau et M_{H2O} la masse molaire de l'eau. En combinant les deux formules précédentes, on obtient :

$$P_{\text{vapeur d'eau}} = \frac{m_{H_2O}}{V} \cdot \frac{R}{M_{H_2O}} \cdot T$$

On reconnaît alors l'humidité absolue : $\frac{m_{H_2O}}{V}$

et la constante recherchée : $\frac{R}{M_{H_2O}}$

Comme R = 8,317 J/(mol·K) et comme $M_{H2O} = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol (cf. tableau 2.1.1), la constante cherchée vaut : 462 J/(kg·K).

Comparaison avec l'annexe :

Démarche : pour une température donnée on cherche dans l'annexe l'humidité absolue à saturation $HA_{saturation}$. On calcule alors la pression de vapeur saturante à l'aide de la formule et on compare le résultat à celui donné dans l'annexe.

Par exemple : T = 20 °C = 293,15 K :

L'annexe donne $HA_{saturation} = 17{,}31$ g/m^3 = $17{,}31 \cdot 10^{-3}$ kg/m^3.
En utilisant la formule, on trouve : $P_{saturation} = 17{,}31 \cdot 10^{-3} \cdot 462 \cdot 293{,}15 = 2'344$ Pa.
La valeur lue dans la table donne $P_{saturation} = 2'333$ Pa.

On constate donc que ces valeurs ne diffèrent que de 0,5 %, ce qui est négligeable.

De même pour T = 0 °C = 273,15 K, on trouve une différence de 0,2 % entre le résultat de la formule et la valeur donnée dans l'annexe.

Problème 3

Résolution à l'aide de la formule établie au problème 2 :

On a d'après cette formule :

$$HA = \frac{m_{H_2O}}{V} = \frac{P_{\text{vap}}}{T} \cdot \frac{M_{H_2O}}{R}$$

Il est alors facile de calculer la masse d'eau présente dans ce volume :

$$m_{H_2O} = \frac{V \cdot P_{\text{vap}}}{T} \cdot \frac{M_{H_2O}}{R}$$

Connaissant $V = 30\ m^3$, $P_{vap} = 2'480$ Pa, T = 25°C = 298,15 K et $R / M_{H2O} = 462$ J/(kg · K) (voir problème 2), on obtient :

$$m_{H_2O} = 0{,}54\text{kg}$$

Résolution à l'aide de l'annexe 2.2 :

D'après la définition de l'humidité relative (cf. chapitre 2.2), on peut écrire :

$$HR = \frac{P_{\text{vap}}}{P_{\text{sat}}(T)} = \frac{HA}{HA_{\text{sat}}(T)}$$

On peut alors déterminer l'humidité absolue :

$$HA = \frac{P_{\text{vap}}}{P_{\text{sat}}(T)} \cdot HA_{\text{sat}}(T)$$

Dans notre cas on connaît : $P_{vap} = 2'480$ Pa.

L'annexe permet de trouver : P_{sat} (25 °C) = 3160 Pa
HA_{sat} (25 °C) = $23{,}07 \cdot 10^{-3}$ kg/m^3

On calcule ainsi HA = $18{,}1 \cdot 10^{-3}$ kg/m^3.

La masse d'eau contenue dans la buanderie se calcule alors simplement par :

$$m_{H2O} = V \cdot HA = 30 \cdot 18{,}1 \cdot 10^{-3} = 0{,}543 \text{ kg}$$