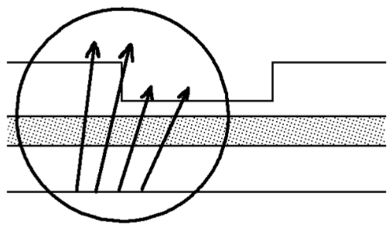
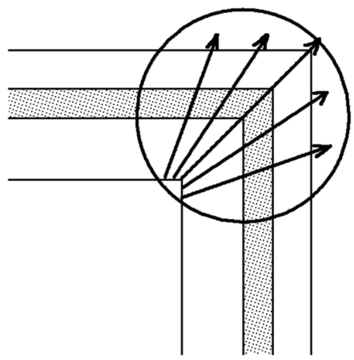
A. Questions

1. Chaque fois que des éléments en série ne sont pas traversés par une même densité de flux de chaleur, la résistance totale n'est pas simplement égale à la somme des résistances des éléments pris individuellement. Par exemple dans les configurations représentées ci-dessous, la densité de flux de chaleur varie car les sections au travers desquelles passe le flux ne sont pas identiques sur toutes les couches.



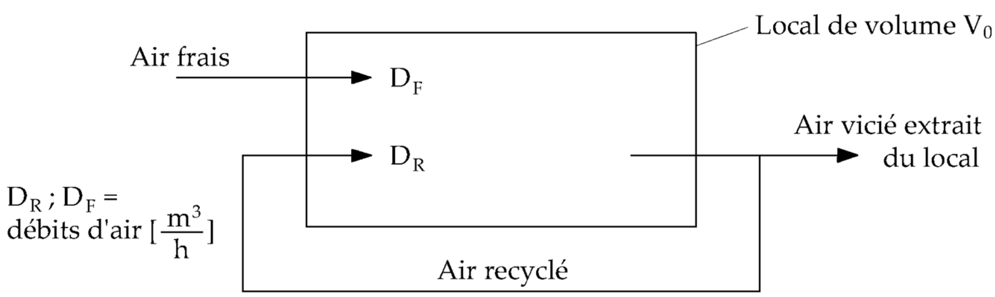


Ces situations se rencontrent dans les coins, les têtes de dalles et à chaque endroit où il y a une inhomogénéité dans l'épaisseur d'un élément du bâtiment. Ces endroits donnent lieu à ce que l'on appelle des ponts thermiques.

2. Les « moteurs » de la ventilation naturelle sont :
- les différences de température (effet de cheminée)
- la vitesse du vent (dépressions et surpressions)

3. Taux de renouvellement d'air $n = \frac{D_F}{V_0}\left[\frac{1}{h}\right]$

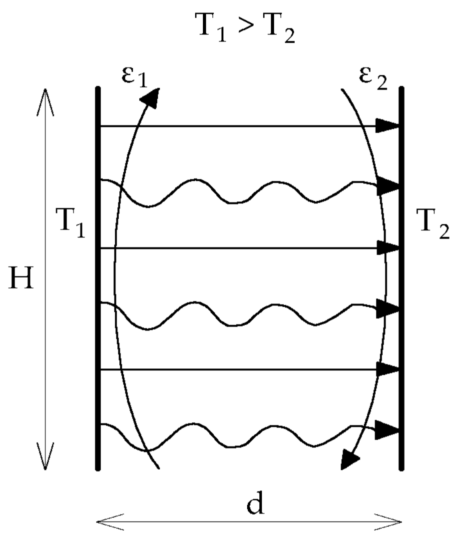
Taux de brassage $n_b = \frac{D_F + D_R}{V_0}\left[\frac{1}{h}\right]$



L'air « brassé » comporte une fraction d'air recyclé ainsi qu'une fraction d'air neuf (air de renouvellement).

4. Le coefficient de transfert thermique α des couches limites est une **conductance thermique** ; son unité est [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$].Les échanges calorifiques peuvent avoir lieu suivant trois modes différents, éventuellement simultanément.

- Par conduction : diffusion dans la matière, quelle que soit sa nature.
- Par convection : propagation par le déplacement de la matière ; ce mode n'est possible que dans les fluides.
- Par rayonnement : propagation sous forme d'onde électromagnétique ; ce mode est le seul possible à travers le vide.



$$\alpha = h_{\text{conduction}} + h_{\text{convection}} + h_{\text{rayonnement}}$$

Pour (0,004 < d < 0,020) [m] :

$$\alpha = \frac{\lambda_{\text{gaz}}}{d} + \frac{54 \cdot d - 0{,}22}{\sqrt[4]{H}} + \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} 4 \cdot \sigma \cdot T^3$$

Pour (0,020 < d < 0,200) [m] :

$$\alpha = \frac{\lambda_{\text{gaz}}}{d} + \frac{2{,}66 + 1{,}07 \cdot \log d}{\sqrt[4]{H}} + \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} 4 \cdot \sigma \cdot T^3$$

avec : H = hauteur de la lame d'air
ε_1 , ε_2 = émissivité des surfaces 1 et 2
σ = $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W · m^{-2} · K^{-4} : constante de Stefan-Boltzmann
T = moyenne des températures T_1 et T_2

B. Problèmes

Problème 1 :

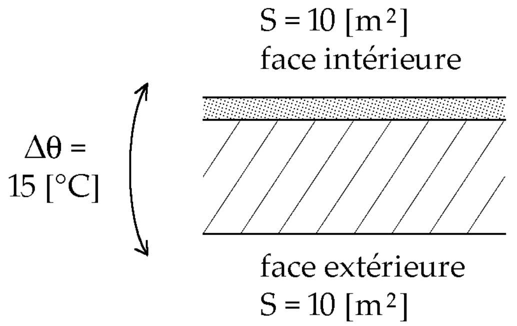
À travers un élément, le flux de chaleur qui s'écoule de la face chaude à la face plus froide se calcule par :

$$J = S \cdot \frac{\Delta\theta}{R} \text{ [W]}$$

avec : S = surface de l'élément à travers laquelle s'écoule la chaleur [m^2]
$\Delta\theta$ = différence de température entre les deux faces de l'élément [°C]
R = résistance thermique [m^2 · K/W]

Si plusieurs éléments sont placés les uns à côté des autres (éléments placés en série), la résistance globale est simplement la somme des résistances de chaque élément (cf. polycopié chapitre 4.1).

Dans notre cas, on a deux couches :



Une couche de 2 cm de crépi intérieur
λ_1 = 0,7 W/m · K (cf. annexe A 4.1)
=> $R_1 = \frac{d_1}{\lambda_1} = 0{,}029$ m^2 · K/W

Une couche de 10 cm de béton armé
λ_2 = 1,8 W/m · K (cf. annexe A 4.1)
=> $R_2 = \frac{d_2}{\lambda_2} = 0{,}056$ m^2 · K/W

La résistance totale des deux couches est :
$R_1 + R_2 = 0{,}085$ m^2 · K/W.

Le flux de chaleur qui traverse le mur, lorsqu'une différence de température $\Delta\theta$ = 15°C est présente entre la face intérieure et la face extérieure, se calcule par :

$$J = S \cdot \frac{\Delta\theta}{R_1 + R_2} = 1'765\text{W}$$

où S désigne l'aire des faces (= 10 m^2).

Problème 2

Dans une couche i d'un mur composé de plusieurs couches différentes, la chute de température est donnée par :

$$\Delta\theta_{\mathrm{i}} = \frac{R_{\mathrm{i}}}{R_{\mathrm{tot}}} \cdot \Delta\theta_{\mathrm{tot}}$$

(cf. page 4.17 du polycopié)

Avec : R_i = résistance thermique de la couche i
$R_{tot} = \Sigma R_i$ = résistance thermique totale des couches
$\Delta\theta_{tot}$ = différence de température entre les deux faces du mur

On voit tout de suite dans cette formule que la couche où l'on observe la plus grande chute de température est celle qui présente la résistance thermique R_i la plus élevée.

Calculons donc les résistances de chaque couche du mur selon :

$$R_{\mathrm{i}} = \frac{d_{\mathrm{i}}}{\lambda_{\mathrm{i}}}$$

où : d_i = épaisseur de la couche [m]
λ_i = conductibilité thermique du matériau constituant la couche [W/m · K]

Couche	Épaisseur d_i	λ_i (cf. annexe A 4.1)	R_i
Béton armé	0,1 m	1,8 W/m · K	0,056 m^2 · K/W
Panneau fibres minérales	0,06 m	0,06 W/m · K	1 m^2 · K/W
Crépi intérieur	0,02 m	0,7 W/m · K	0,029 m^2 · K/W

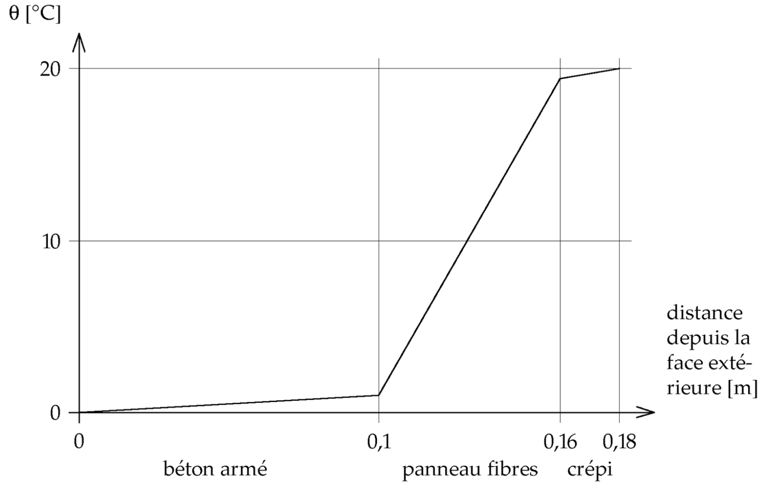
C'est donc dans le panneau de fibres minérales que la chute de température est la plus élevée.

La résistance totale vaut : $R_{tot} = \Sigma R_i = 1{,}085$ m^2 · K/W

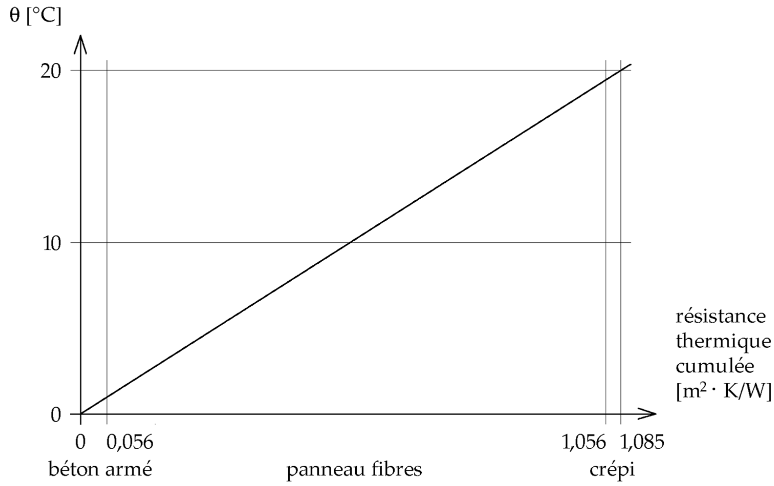
Avec $\Delta\theta_{tot}$ = 20 °C, on obtient les chutes de température suivantes :

$$\Delta\theta_{béton} = 1\ °C\ ;\ \ \Delta\theta_{panneau} = 18{,}4\ °C\ ;\ \ \Delta\theta_{crépi} = 0{,}6\ °C.$$

En fonction de l'épaisseur on a la répartition de température suivante :



En fonction de la résistance thermique, le dessin est beaucoup plus facile, car il ne nécessite aucun calcul, la répartition est linéaire :



Problème 3

On remplit le tableau selon la démarche suivante :

a) À l'aide de l'annexe A 4.1, on reporte les coefficients λ_i des différentes couches dans la colonne λ ; leurs épaisseurs respectives d_i dans la colonne d ; ainsi que leurs résistances calculées selon $R_i = d_i / \lambda_i$ dans la colonne R.
Pour les couches limites (extérieure et intérieure) ainsi que pour la lame d'air verticale, on doit utiliser les coefficients de transfert α qui incluent à la fois conduction, convection et échange radiatif. On choisit leurs valeurs à l'aide de l'annexe A 4.2 (cours page 4.15) et on reporte les résistances qui en découlent ($R_i = 1/\alpha_i$) dans la colonne R.

b) On calcule le total de la colonne R, qui représente la résistance totale du mur : $R_{tot} = \Sigma R_i$. En calculant l'inverse de R_{tot} on obtient le coefficient k du mur (k est donc une conductance).

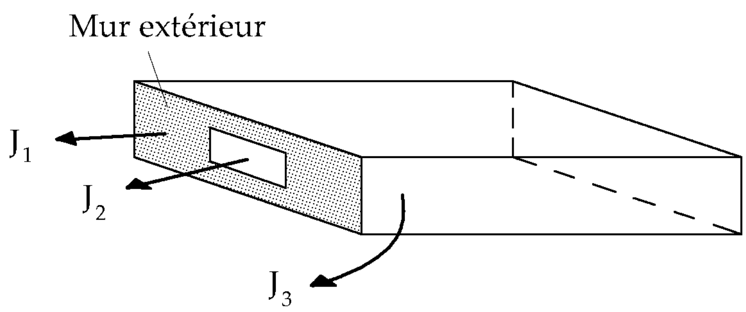
c) Pour chaque couche on calcule la différence de température que l'on mesure entre ses deux faces selon : $\Delta\theta i = R_i / R_{tot} \cdot \Delta\theta_{tot}$ (cf. cours page 4.17) et l'on reporte ces résultats dans la colonne $\Delta\theta$.

Élément, matériau	λ [W/m·K]	d [m]	R_j [m²·K/W]	$\Delta\theta_j$ [K]	θ [°C]
Air extérieur	–	–	–	–	− 5
Couche limite ext.	α_{ext} = 25 W/m²·K		0,04	0,54	− 4,5
Brique isolante	0,47	0,18	0,383	5,15	+ 0,7
Lame d'air verticale	–	0,02	0,17	2,28	+ 3,0
Laine minérale	0,04	0,04	1,00	13,43	+ 16,4
Lambris de pin	0,14	0,02	0,143	1,92	+ 18,3
Couche limite int.	α_{int} = 8 W/m²·K		0,125	1,68	
Air intérieur	–	–	–	–	+ 20
Totaux	–	0,26	1,861	25,0	

La densité de flux de chaleur qui traverse ce mur se calcule simplement par :

$$I = \frac{1}{R_{\text{tot}}} \cdot \Delta\theta_{\text{tot}} = k \cdot \Delta\theta_{\text{tot}} = 13{,}4\,\text{W/m}^2$$

Problème 4



Comme les locaux qui entourent le local considéré sont à la même température que ce dernier, les seules pertes thermiques se produisent par la paroi extérieure. On distingue trois flux de chaleur :

J_1 = les pertes thermiques dues à la conduction au travers de la maçonnerie.
J_2 = les pertes thermiques dues à la conduction au travers de la fenêtre.
J_3 = les pertes thermiques dues aux échanges d'air avec l'extérieur.

On calcule alors : $J_1 = S_1 \frac{\Delta\theta}{R_1} = 70$ W

avec : $S_1 = 7$ m² (surface de la maçonnerie)
$R_1 = 2$ m²·K/W

$\Delta\theta = 20$ °C

De même, on a : $J_2 = S_2 \frac{\Delta\theta}{R_2} = 120$ W

avec : $S_2 = 3$ m^2 (surface de la fenêtre)
$R_2 = 0{,}5$ m^2·K/W

Le flux de chaleur dû aux pertes par échange d'air se calcule par :

$$J_3 = D \cdot (\rho \cdot C_p)_{\text{air}} \Delta\theta$$ (cf. polycopié page 4.8)

avec : D = débit d'air = n · V = 42 m^3/h
n = taux de renouvellement d'air = 0,7 h^{-1}
V = volume du local = 60 m^3
$(\rho \cdot C_p)_{air} = 0{,}34$ W·h/m^3 · K (cf. polycopié page 4.8)
et $\Delta\theta = 20$ °C

On obtient donc : $J_3 = 286$ W

Comparativement au flux total passant à travers la paroi par conduction ($J_1 + J_2 = 190$ W), on remarque que les pertes thermiques dues aux échanges d'air sont plus élevées ($J_3 = 286$ W).

Pour que les pertes par échange d'air soient identiques aux pertes par conduction, on pose :

$$n \cdot V \cdot (\rho \cdot C_p)_{air} \cdot \Delta\theta = J_1 + J_2$$

D'où l'on tire le taux de renouvellement qu'il faudrait avoir :

$$n = \frac{J_1 + J_2}{V \cdot (\rho \cdot C_p)_{\text{air}} \cdot \Delta\theta} = 0{,}46\text{h}^{-1}$$