Session 11
10/04/2024

1. On place une sphère dans l'axe de l'écoulement vertical ascendant d'un fluide incompressible, isotherme et supposé non visqueux. Ce fluide s'écoule dans une conduite de section constante et de diamètre plus grand que la sphère.

a) Supposant que l'écoulement est laminaire, quel est le mouvement de la sphère ?
b) Même question mais pour un écoulement vertical convergent contenu dans un tube conique dont le petit côté est placé vers le haut. Le résultat dépend-il de la direction d'écoulement du fluide ?
c) Même question qu'en a). La sphère est écartée de l'axe ; que se passe-t-il ?

incompressible : densité cst   isotherme : temp cst

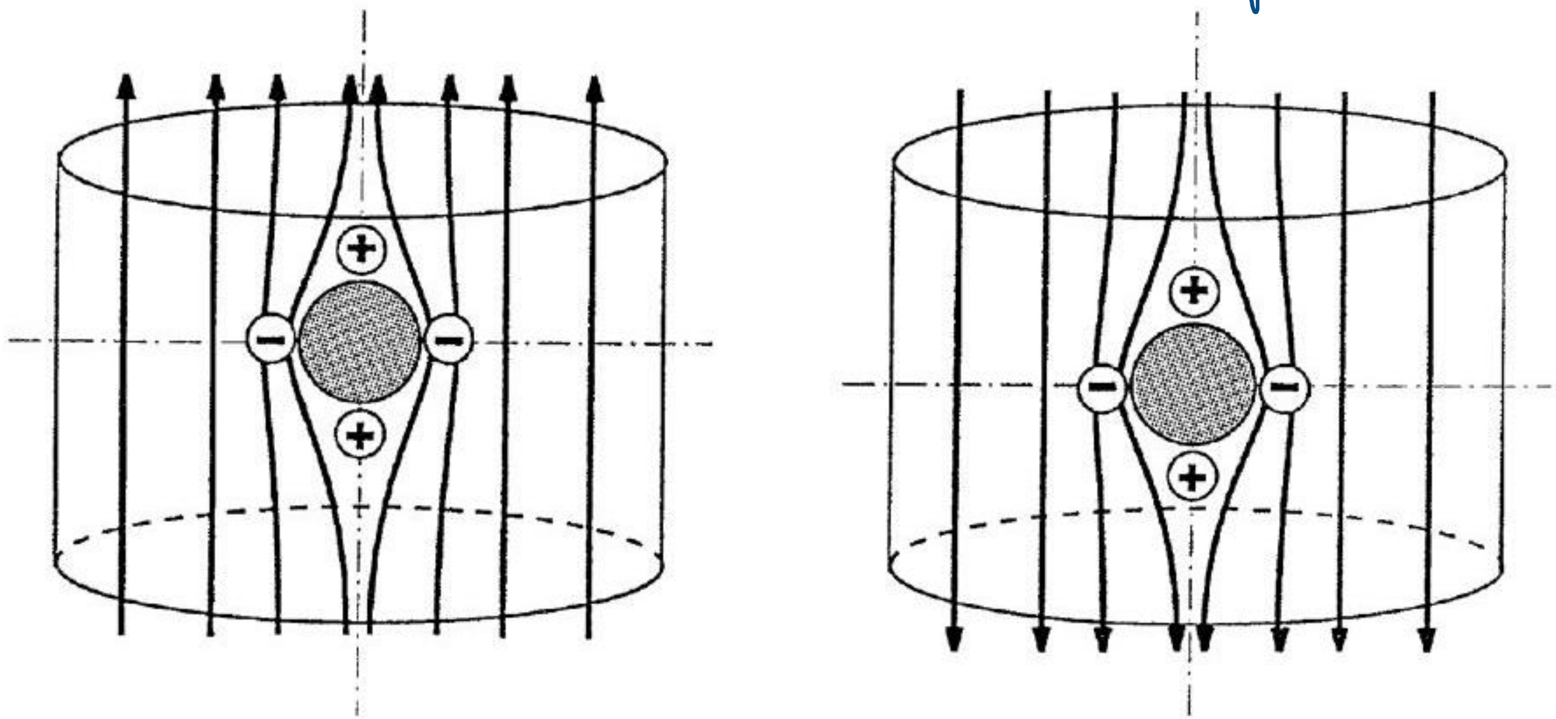
non-visqueux : pas de frottement

incompressible : densité cst   isotherme : temp cst

non-visqueux : pas de frottement

Les surpressions créées en aval et en amont sont égales.   Force gravitationelle ⇓ sphère tombe

Force grav. ↓



a : Écoulement ascendant   b : Écoulement descendant

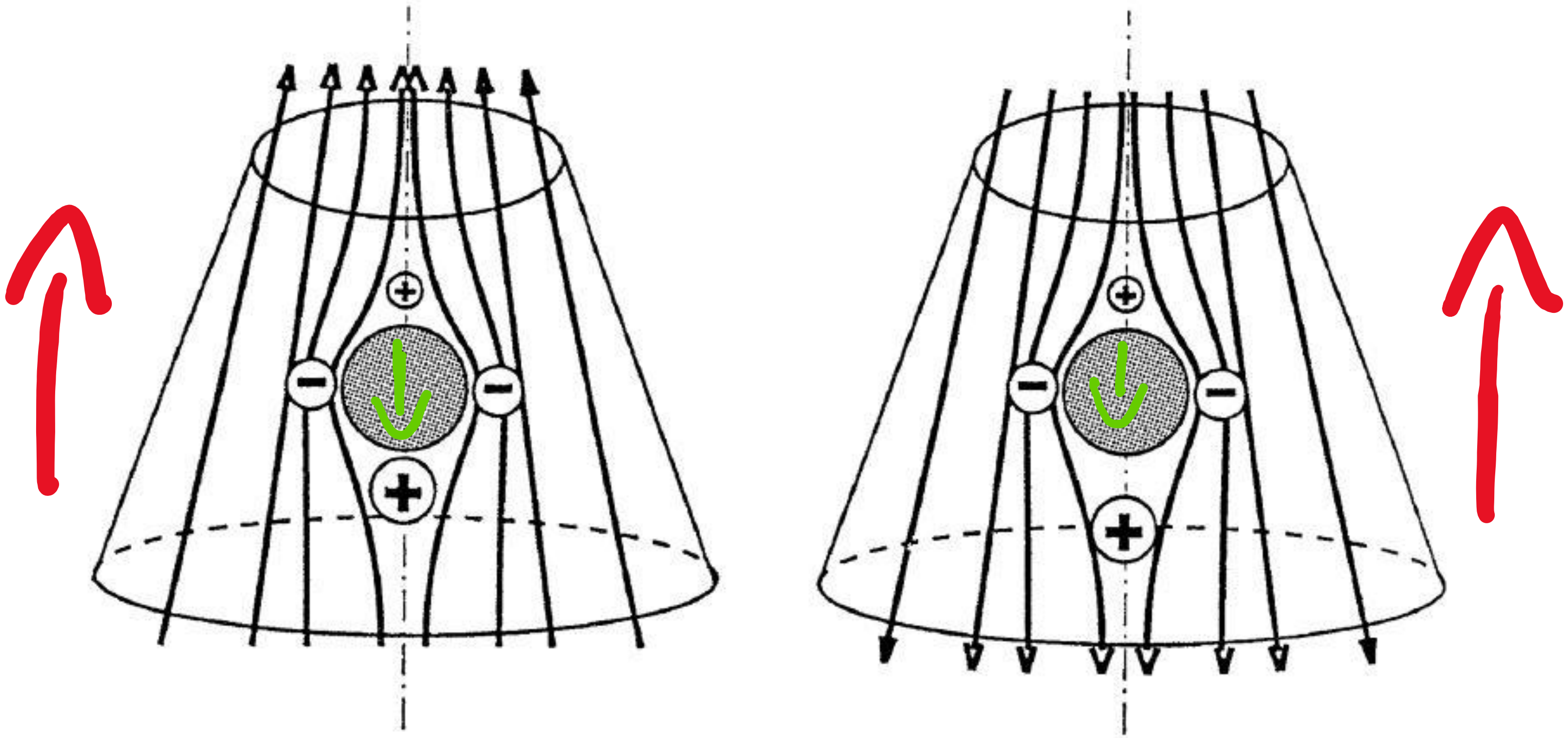
1. On place une sphère dans l'axe de l'écoulement vertical ascendant d'un fluide incompressible, isotherme et supposé non visqueux. Ce fluide s'écoule dans une conduite de section constante et de diamètre plus grand que la sphère.

a) Supposant que l'écoulement est laminaire, quel est le mouvement de la sphère ?
b) Même question mais pour un écoulement vertical convergent contenu dans un tube conique dont le petit côté est placé vers le haut. Le résultat dépend-il de la direction d'écoulement du fluide ?
c) Même question qu'en a). La sphère est écartée de l'axe ; que se passe-t-il ?

Sur-pression dessous sphère => Force vers le haut

Fig. 2 : Écoulement vertical convergent

Étant donné que le tube est plus étroit en haut, la vitesse de l'écoulement du fluide y est plus élevée. En conséquence, la surpression créée en dessous de la sphère est supérieure à celle qui est créée en dessus.



a : Écoulement ascendant

b : Écoulement descendant

1. On place une sphère dans l'axe de l'écoulement vertical ascendant d'un fluide incompressible, isotherme et supposé non visqueux. Ce fluide s'écoule dans une conduite de section constante et de diamètre plus grand que la sphère.

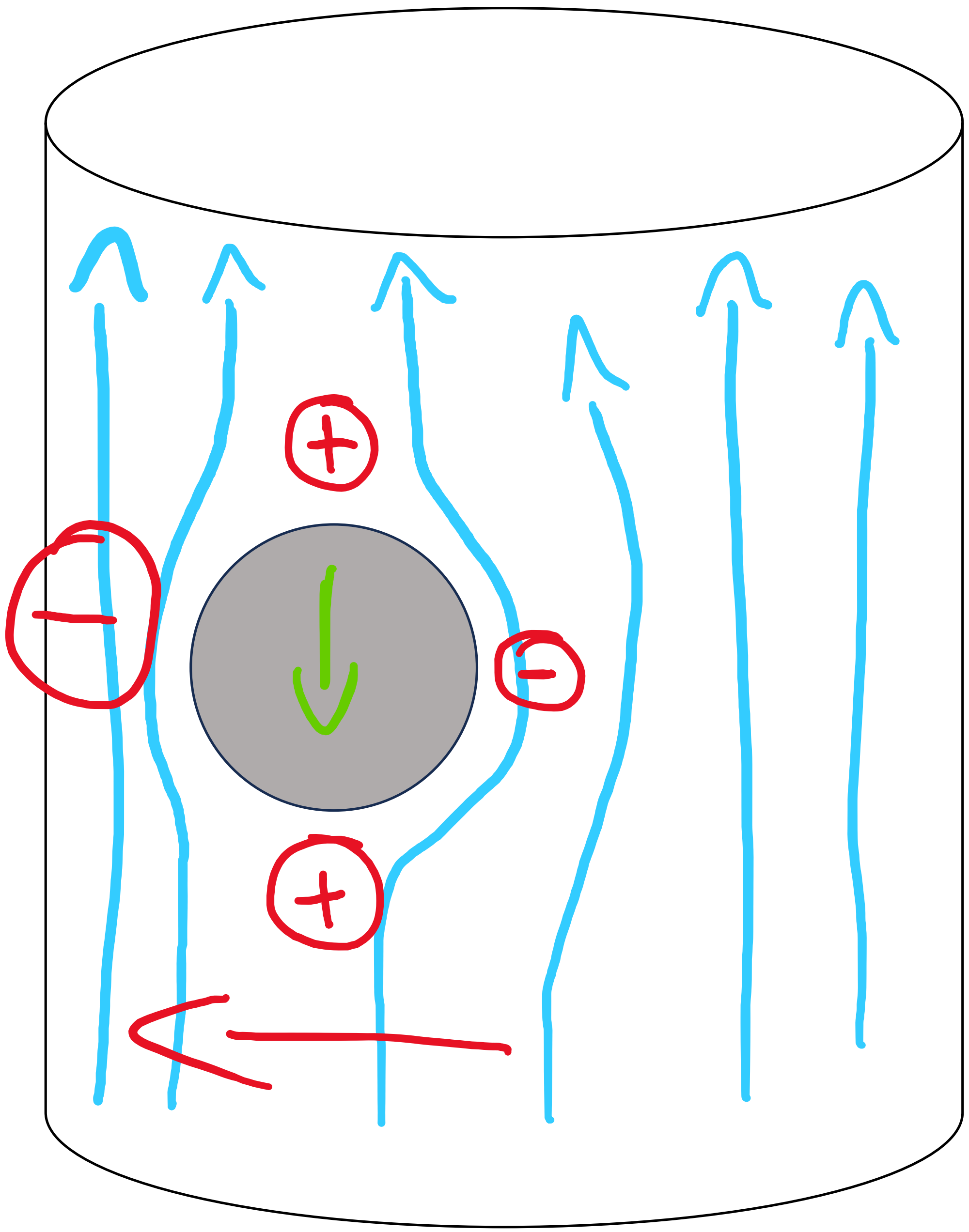
a) Supposant que l'écoulement est laminaire, quel est le mouvement de la sphère ?
b) Même question mais pour un écoulement vertical convergent contenu dans un tube conique dont le petit côté est placé vers le haut. Le résultat dépend-il de la direction d'écoulement du fluide ?
c) Même question qu'en a). La sphère est écartée de l'axe ; que se passe-t-il ?

Depression à gauche

$\Downarrow$

Force vers le coté

Mouvement independant de la direction d'écoulement



2. Considérons un fluide incompressible s'écoulant dans un tuyau de diamètre constant. Pourquoi la perte de charge se traduit-elle par une perte de pression et non par une perte de vitesse ? (utilisez l'équation de Bernoulli).

débit D_1 — D_2

surface S_1 — S_2

vitesse V_1 — V_2

Fluide incompressible $\Rightarrow D_1 = D_2$

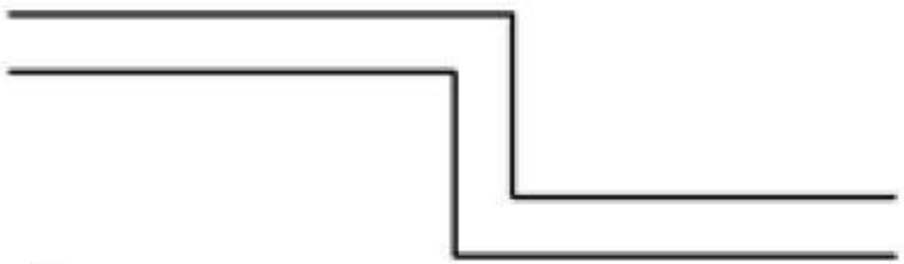
diamètre constant $\Rightarrow S_1 = S_2$

Débit volumique : $D = S \cdot V \quad \left[\frac{m^3}{s}\right] \Rightarrow V_1 = V_2$

Bernoulli (hydrodynamique) : $P_1 + \frac{1}{2}\cancel{\rho} \cdot V_1 = P_2 + \frac{1}{2}\cancel{\rho} \cdot V_2 + P_c$

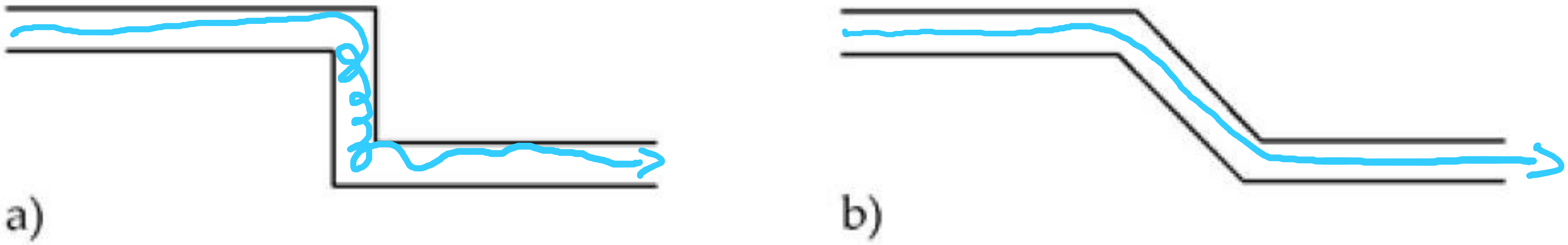
$P_1 = P_2 + P_c$ (pertes)

3. Des deux dispositions de conduites suivantes laquelle préférez-vous et pourquoi ?



a)

b)



Les coudes donnent lieu à de fortes pertes de charge dès que le débit devient important car ils génèrent des tourbillons. Ces derniers peuvent de plus entraîner des vibrations dans le circuit ainsi que du bruit. Il est donc toujours préférable d'adoucir au maximum les angles faits par une conduite.

Formules

- **Equation de Bernoulli**

$(p = \frac{E}{V})$

$$\underset{\text{Pression}}{P} + \overbrace{\rho \cdot g \cdot h}^{\text{Energie potentielle}} + \overbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2}^{\text{Energie kinetique}} = \text{cste.}$$

⇒ conservation d'energie

- P : pression [Pa]
- ρ : masse vol. $[\frac{kg}{m^3}]$
- g : cste. de gravitation $9{,}81\ [\frac{m}{s^2}]$
- h : hauteur [m]
- ρ : masse vol. $[\frac{kg}{m^3}]$
- V : vitesse $[\frac{m}{s}]$

$$F = m \cdot g = S \cdot \Delta P$$

Remarquer générales pour la résolution des problèmes:

Équation de Bernoulli pour determiner une difference de pression entre les points 1 et 2

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \cdot (V_2^2 - V_1^2) + \cancel{\rho \cdot g (h_2 - h_1)}$$

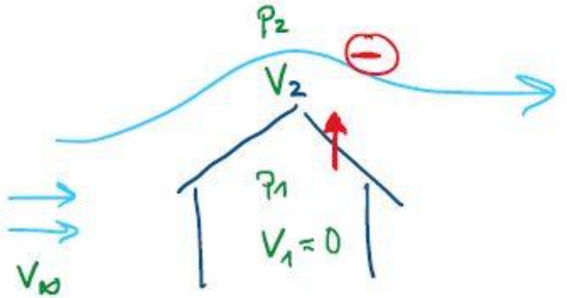
pour chacun des problèmes → $h_1 = h_2$

1. La présence d'un bâtiment a pour effet de renforcer la vitesse du vent au niveau du toit d'environ 40%.

a) Quelle est dans ces conditions la force totale qui s'exerce sur le toit, sachant que sa surface mesure 500 m^2 et que le vent souffle à 100 km/h ?
b) À quelle masse correspond-elle ?

Température = 18°C, pression = 730 torr. (On admettra pour simplifier que la dépression est égale sur tout le toit). Rappel : 1atm = 760 torr.

P1



$V_{toit} = V_\infty \cdot 1{,}4 = 100\,km/h \cdot 1{,}4 = 38{,}9\, m/s$

$S_{toit} = 500\, m^2$

$P_{atm} = 730\, torr$

$T = 18°C$

$\Rightarrow \rho = 1{,}2929 \cdot \frac{730}{760} \cdot \frac{273}{273+18} = 1{,}165\, \frac{kg}{m^3}$

Formules :

Bernoulli : $P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2$

Force : $F = m \cdot g = S \cdot \Delta p \quad [N]$

a) $\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (V_2^2 - \underbrace{\cancel{V_1}^2}_{=0})$

$F = S \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2 = 500\, m^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1{,}165\, \frac{kg}{m^3} \cdot \left(38{,}9\, \frac{m}{s}\right)^2$

$= 440\,700 \left[\frac{kg\, m}{s^2}\right] / [N]$

b) $F = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{F}{g} = \frac{440\,700\, N}{9{,}81\, \frac{m}{s^2}} = 44{,}9$ tonnes

par une surface de $500 m^2 \Rightarrow 89{,}8\, \frac{kg}{m^2}$

Simplifier $h_1 = h_2$

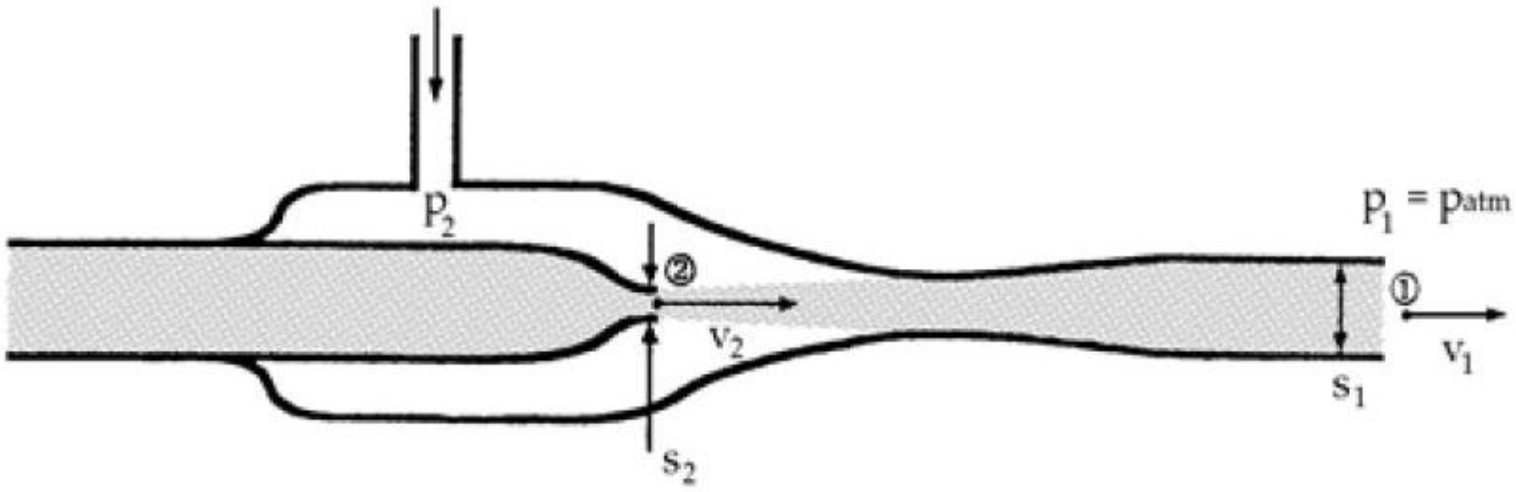
Avec $\Delta h = 1\, m$ le terme

$\rho \cdot g \cdot h = 11{,}4\, Pa$

négligeable avec

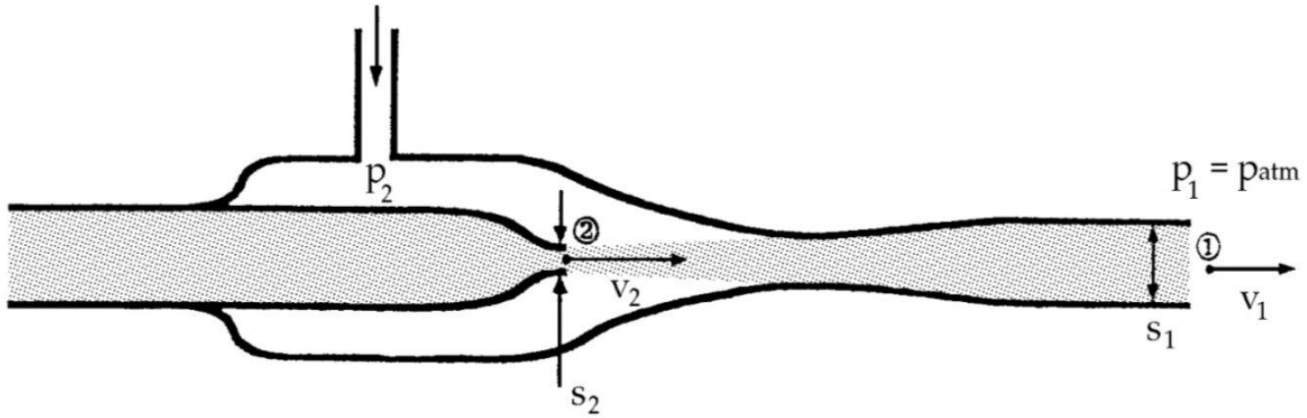
$\Delta P = 881{,}4\, Pa$

2. Une buse de section s_2 projette de l'eau dans un tuyau principal de section $s_1 > s_2$. L'eau s'écoule ensuite à l'air libre. Un petit tuyau est soudé au tuyau principal à la hauteur de la buse (trompe à eau, cf. figure ci-dessous).



a) À la hauteur de la buse (point 2), la pression de l'eau est-elle supérieure ou inférieure à la pression atmosphérique (point 1) ? Calculez cette pression pour un rapport des sections $s_1/s_2 = 4$ et une vitesse de l'eau (à l'air libre) de 2,5 m/s.

b) Quelle est la plus faible pression que l'on puisse ainsi obtenir ?



Fluide incompressible $\Rightarrow D_1 = D_2$

$\hookrightarrow S_1 \cdot V_1 = S_2 \cdot V_2$

$\Rightarrow S_1 > S_2 \Rightarrow V_1 < V_2$

Bernoulli: $p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$

$\Rightarrow v_1 < v_2 \Rightarrow p_1 > p_2$

$V_1 = 2{,}5 \frac{m}{s}$

$\frac{S_1}{S_2} = 4$

$P_{atm} = 1{,}013 \cdot 10^5 \, Pa$

$\rho_{eau} = 1000 \frac{kg}{m^3}$

$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2)$; $V_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot V_1$

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(v_1^2 - \left(\frac{S_1}{S_2} \cdot V_1\right)^2\right)$$

$$= 1{,}013 \cdot 10^5 \, Pa + \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot \left(\left(2{,}5 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(4 \cdot 2{,}5 \frac{m}{s}\right)^2\right)$$

$$= 5{,}4 \cdot 10^4 \, Pa$$

b) La pression minimale que l'on peut atteindre par ce système correspond à la pression de vapeur saturante à la température de l'eau. En effet à cette pression, on observerait une vaporisation de l'eau au point 2. D'après l'annexe A 2.2, pour des températures de l'ordre de 20°C, cette pression minimale est de l'ordre de 2'000 à 2'500 Pa.

3. La trappe d'accès au grenier d'un bâtiment est fermée par une planche de bois croisé reposant librement sur son support, mesurant $56 \cdot 77\ cm^2$ et pesant 4,4 kg. Quelle est la vitesse minimale de vent à partir de laquelle la planche risque de se soulever ?

$$S = 0.56 \cdot 0.77 \text{ cm}^2 = 0.43 \text{ m}^2$$

$$m = 4{,}4 \text{ kg}$$

$$F = m \cdot g = S \cdot \Delta p$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{m \cdot g}{S} \simeq \frac{4{,}4 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0.43 \text{ m}^2} = 100 \text{ Pa}$$

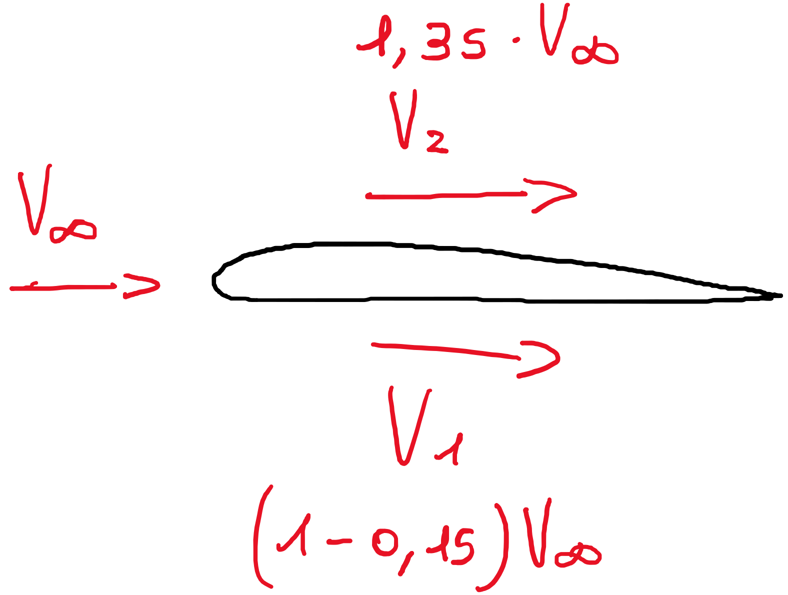
Bernoulli: $\Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - \underbrace{\cancel{v_1}^2}_{\approx 0})$

$$v_2^2 = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \cdot \rho} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{100 \text{ Pa}}{0.5 \cdot 1{,}2}} \approx 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 47 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Si $V > 47$ km/h $\longrightarrow$ la trappe se soulève

4. *Problème facultatif*

Un avion dont les ailes mesurent 30 m^2 de surface décolle à 108 km/h. Le profil des ailes est tel que la vitesse moyenne sur l'extrados (surface supérieure) est de 35% plus élevée que celle de l'avion alors que, sur l'intrados (surface inférieure), elle est de 15% plus faible que celle de l'avion. Calculez le poids de l'avion au décollage.



$$V_\infty = 108\ km/h = 30\ m/s$$

$$V_1 = 1{,}35\ V_\infty = 40{,}5\ m/s$$

$$V_2 = 0{,}85\ V_\infty = 25{,}5\ m/s$$

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(V_2^2 - V_1^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2\ kg/m^3 \cdot \left(\left(40{,}5\ m/s\right)^2 - \left(25{,}5\ m/s\right)^2\right) = 594\ Pa$$

$$F = S \cdot \Delta P = 30 \cdot 594 = 17\,820\ N$$

$$F = m \cdot g \longrightarrow \underline{m = 1816{,}5\ kg}$$

Simplifier

$h_1 = h_2 \longrightarrow$ épaisseur aile (~ 30 cm)

$\rho \cdot g \cdot \Delta h = 1{,}2 \cdot 9 \cdot 0{,}25\ m \approx 3\ Pa$

$\Delta P = 594\ Pa \gg 3\ Pa$

Δh négligeable