Session 10
27/03/2024

1. Vérifiez l'homogénéité des unités de l'équation de Bernoulli.

1. L'équation de Bernoulli s'écrit : $p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \text{cste}$

$$Pa = \frac{N}{m^2} \qquad \left(N = kg \cdot \frac{m}{s^2} \right) \qquad N$$

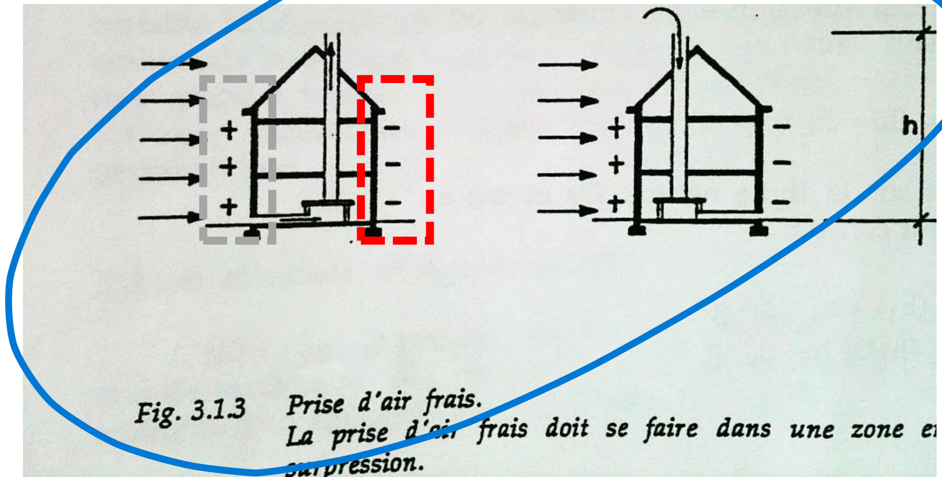
$$\frac{kg}{m^{\cancel{3}\,2}} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot \cancel{m} = kg\,\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{m^2} \longrightarrow \frac{N}{m^2}$$

$$\frac{kg}{m^{3}\;2} \cdot \frac{m^{2}}{s^2} \longrightarrow kg\,\frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{m^2} \longrightarrow \frac{N}{m^2}$$

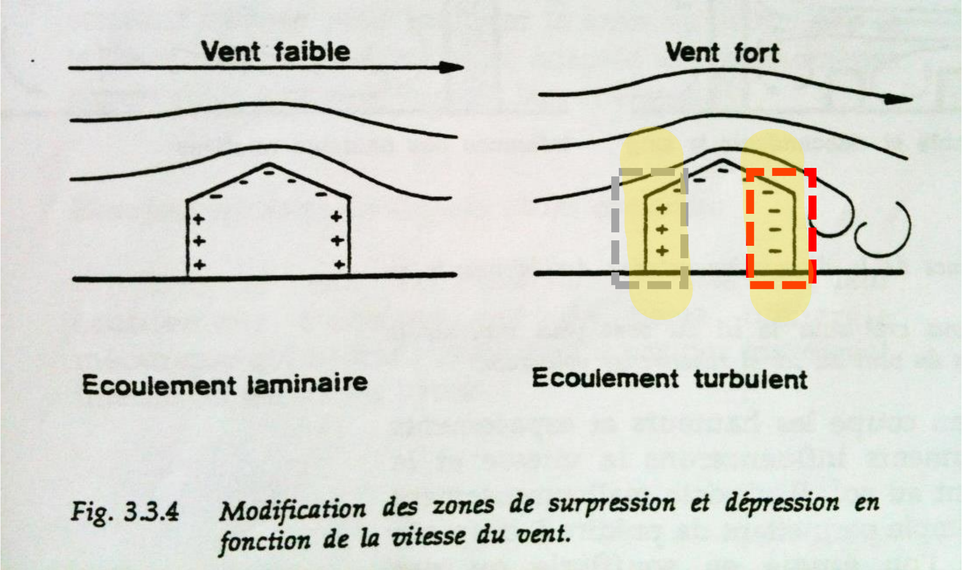
2. La figure 3.1.3 du polycopié fait-elle référence à un vent faible ou fort ?

Question 2.

- **La figure 3.1.3 du polycopié fait-elle référence à un vent faible ou fort ?**



Pour répondre, on regarde la figure 3.3.4 du polycopié:



Surpression sur le flan du bâtiment exposé au vent, ainsi qu'une dépression de l'autre cote.

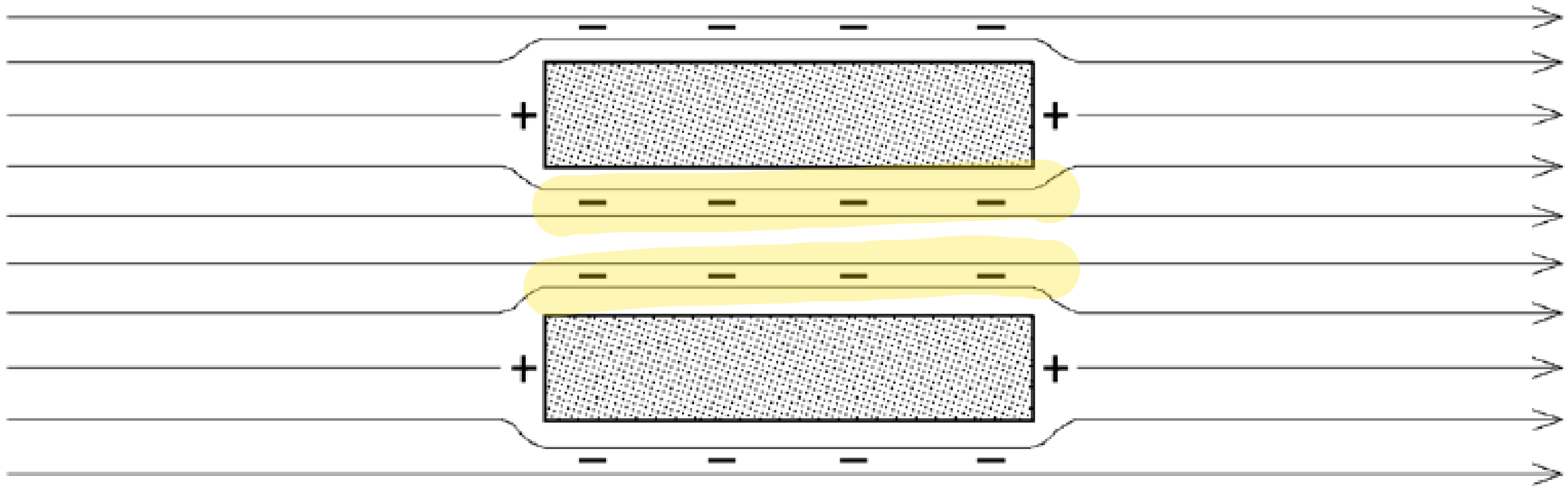
=> écoulement turbulent, donc provoqué par un vent fort

3. Deux bâtiments de hauteur importante et de forme rectangulaire sont disposés côte à côte:

Vent faible →

Dessinez les filets d'air ainsi que la répartition probable des surpressions et dépressions.

3. Par vent faible, l'écoulement est laminaire (pas de tourbillons). La vitesse de l'air est augmentée entre deux immeubles, ce qui crée une dépression (effet Venturi).



– : dépression par rapport à la pression mesurée très loin du bâtiment.
+ : surpression par rapport à la pression mesurée très loin du bâtiment.

-- : Dépression, effet Venturi: $v \uparrow$, $p \downarrow$ ($p + \frac{1}{2}\rho v^2$= cste)

+ : Surpression, effet Venturi: $v \downarrow$, $p \uparrow$ ($p + \frac{1}{2}\rho v^2$= cste)

Formules

- **Equation de Bernoulli** $\left(\rho = \frac{E}{V}\right)$

$$\overset{\text{Pression}}{P} + \overbrace{\rho \cdot g \cdot h}^{\text{Energie potentielle}} + \overbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2}^{\text{Energie kinetique}} = \text{cste.} \quad \Rightarrow \text{conservation d'energie}$$

pression [Pa]

masse vol. $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

cste. de gravitation $9{,}81 \left[\frac{m}{s^2}\right]$

hauteur [m]

masse vol. $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

vitesse $\left[\frac{m}{s}\right]$

- **Masse volumique de l'air**: (A 2.1)

$$\rho(p, \theta) = \rho(p_0, \theta_0) \cdot \frac{P}{P_0} \cdot \frac{T_0}{T}$$

(P_0, θ_0 : conditions atmospherique standards)

$$= 1{,}2929 \cdot \frac{P}{101\,325\ Pa} \cdot \frac{273\ K}{T\ [K]}$$

Conversions d'unités :

- $1\ atm = 101\ 325\ Pa = 760\ Torr$ ←
- $1\ N = 1\ kg\ \frac{m}{s^2}$
- $1\ Pa = 1\ \frac{N}{m^2}$

1. Un immeuble comporte 12 étages de 3,40 mètres de haut. Au rez-de-chaussée la pression au robinet est de 4 atmosphères. Quelle est la pression de l'eau au robinet du $12^{\text{ème}}$ étage? Cette pression est-elle suffisante pour faire couler l'eau normalement ?

- hydrostatique

Solution

$$p_0 + \rho \cdot g \cdot h_0 = p_{12} + \rho \cdot g \cdot h_{12}$$

$$\Rightarrow p_{12} = p_0 + \cancel{\rho \cdot g} \cdot h_0 - \rho \cdot g \cdot h_{12}$$

$$= p_0 - \rho \cdot g \, (h_{12} - h_0) = 405200 - \overset{\rho_{eau}}{1000} \cdot 9{,}81 \cdot 40{,}8$$

$$= \underline{\underline{4952 \text{ Pa}}}$$

1. Un immeuble comporte 12 étages de 3,40 mètres de haut. Au rez-de-chaussée la pression au robinet est de 4 atmosphères. Quelle est la pression de l'eau au robinet du 12ème étage? Cette pression est-elle suffisante pour faire couler l'eau normalement ?

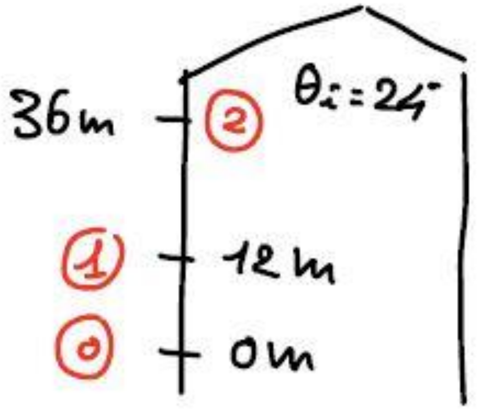
Règle de 3

$$\left.\begin{array}{l} 1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa} \\ x \text{ atm} = 4952 \text{ Pa} \end{array}\right\} \quad P\,[\text{atm}] = 4952 \text{ Pa} \cdot \frac{1 \text{ atm}}{101\,325 \text{ Pa}} = 0{,}05 \text{ atm}$$

2. Dans un immeuble climatisé à une température de 24°C, un habitant constate que, par temps calme, les pressions intérieure et extérieure sont égales au $4^{ème}$ étage, c'est-à-dire à 12 mètres du sol.

Quelles sont, pour une température extérieure de 32°C, les différences de pression entre l'intérieur et l'extérieur de l'immeuble, d'une part au rez-de-chaussée (à 0 m de hauteur) et d'autre part au dernier étage (à 36 m de hauteur) ? Dans quel sens agissent-elles ?

① $p_i = p_e$ $\quad h = 12$



$\theta_e = 32°C$

$V = 0$

$\Rightarrow$ Bernoulli $\quad p + \rho \cdot g \cdot h = cste$

ρ différent pour chaque θ (formule dans le cours pg 2.3)

$$\rho_i (24°C, P_0) = 1,2929 \cdot \frac{P}{P_0} \cdot \frac{273}{273+24} = 1,1885 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_e (32°C, P_0) = 1,1573 \frac{kg}{m^3}$$

a) $P_{i0} - P_{e0}$? $\quad (P_{i1} = P_{i0})$

Bern (int) $\Rightarrow P_{i0} + \rho_i \cdot g \cdot h_0 = P_{i1} + \rho_i \cdot g \cdot h_1$

$$\Rightarrow P_{i0} = P_{i1} + \rho_i \cdot g \, (\underbrace{h_1 - h_0}_{\Delta h})$$

De même $\Rightarrow P_{e0} = P_{e1} + \rho_e \cdot g \, (h_1 - h_0)$

$$P_{i0} - P_{e0}$$

$$\cancel{P_{i0}} + \rho_i \, g \, \Delta h - \left(\cancel{P_{e0}} + \rho_e \, g \, \Delta h \right)$$

$$\Longrightarrow \; = g \, \Delta h \left(\rho_i - \rho_e \right)$$

$$= 9{,}81 \, \frac{m}{s^2} \left(0 - 12 \right) m \left(1{,}1885 - 1{,}1573 \right) \frac{kg}{m^3}$$

$$= 3{,}7 \; Pa$$

$$P_i > P_e$$

$$\xrightarrow[\text{Poussée}]{}$$

Poussée

b) $P_{i\,2} - P_{e\,2} = g \cdot \Delta h \, (\rho_i - \rho_e)$

$= 9{,}81 \, \frac{m}{s^2} \, (12 - 36) \, m \, (1{,}1885 - 1{,}1573) \, \frac{kg}{m^3}$

$= -7{,}346 \; Pa$

$$P_i < P_e$$

$\longleftarrow$

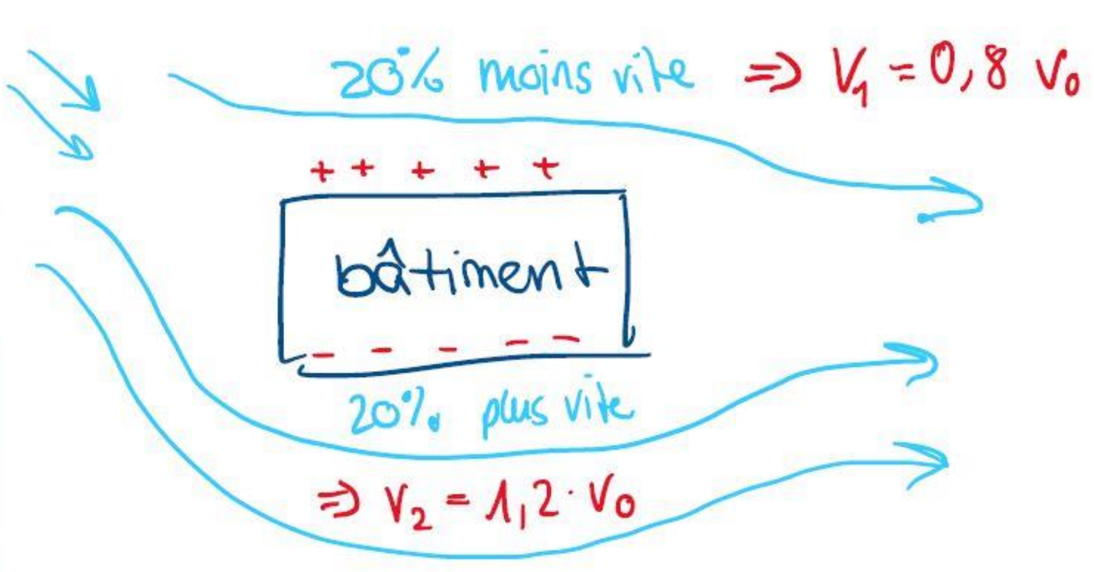
Poussée

3. Un bâtiment haut, de plan rectangulaire, peut être considéré comme une aile épaisse. Sous l'action d'un vent désaxé, la vitesse de l'air est augmentée de 20% sur la face située sous le vent, alors qu'elle est diminuée de la même quantité sur la face exposée au vent. Calculer la dépression due au vent, dont la vitesse est de 72 km/h.

P3

$V_0 = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$

$$\boxed{1 \frac{km}{h} = \frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{1}{3,6} \frac{m}{s}}$$



$\Delta h = 0 \Rightarrow$ Bernoulli : $P + \frac{1}{2}\rho V^2 = cste$ → Hydrodynamique

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot V_2^2$$

Sous-pression : $P_1 - P_2$ $\quad (P_1 > P_2$ car $V_1 < V_2)$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (V_2^2 - V_1^2)$$

Sans autres données : $\rho_{air} = 1{,}2\ \frac{kg}{m^3}$

$$v_1 = 0{,}8\ v_0 = 16\ \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 1{,}2\ v_0 = 24\ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2\ \frac{kg}{m^3} \cdot \left(24^2 - 16^2\right) \frac{m^2}{s^2}$$

$$= \underline{192\ Pa}$$