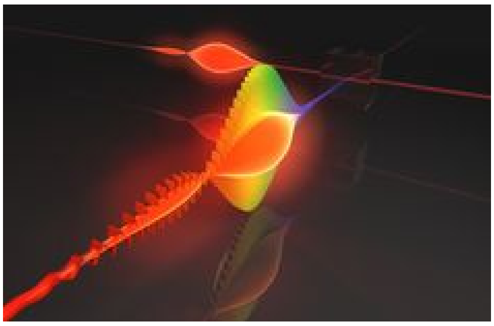
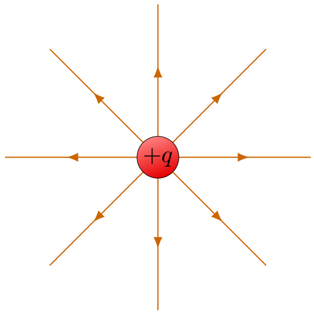
Chapitre 1

Charge électrique et champ électrique





Credit : Dr. Loizu, Prof. Fasoli

1.1 Échelles spatiales et forces fondamentales

L'être humain a toujours voulu l'univers autour de lui dans les deux directions : de l'infinitésimale (très petit), au plus grand. Il s'est rendu compte en faisant cela que la chose la plus importante est l'ensemble des “interactions” entre éléments physiques, encore plus que les éléments eux-mêmes. Différentes échelles spatiales sont associées à différentes forces fondamentales. Les forces fondamentales sont à leur tour liées à différents propagateurs. Les propagateurs agissent sur des propriétés particulières.

- Grande échelle : $\sim 10^{28} - 10^{5}\,\mathrm{m}$ (intensité $\times 10^{-35}$)
  gravitation
  propagateur : graviton (masse = 0)
  agit sur masse

- Échelle intermédiaire : $\sim 10^{5} - 10^{-15}\,\mathrm{m}$ (x1)
  force électromagnétique
  propagateur : photon (masse = 0)
  agit sur charge

- Échelle nucléaire : $\sim 10^{-11} - 10^{-20}\,\mathrm{m}$ (x100)
  force forte (ou nucléaire)
  propagateur : gluon (masse = 0, mais “couleur”)
  agit sur quarks

- Échelle subnucléaire : $\leq 10^{-17}\,\mathrm{m}$ ($\times 10^{-7}$)
  force faible
  propagateur : boson faible (grande masse)
  agit sur tout

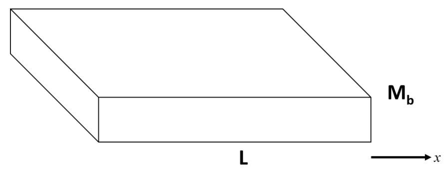
force = échange de médiateur

1.2 La force électromagnétique et le photon

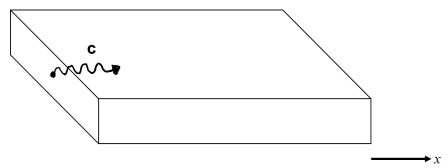
Le but de ce cours est d'étudier les phénomènes et les lois de l'électromagnétisme, donc liés au photon et à la charge. Comme l'intensité de la force électromagnétisme. est grande, et sa portée est longue, son influence sur notre monde et notre vie est très significative. Le photon, son propagateur, n'a pas de masse au repos (ou $m_{photon} \leq 10^{-48}\,\mathrm{kg}$, limite expérimentale), mais il a de la quantité de mouvement, liée à son énergie : $p = \frac{E}{c}$. Ce fait peut en effet être utilisé pour expliquer de façon assez intuitive l'équivalence entre masse et énergie.

Équivalence masse - énergie : démonstration "intuitive"

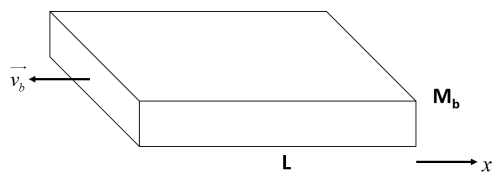
- Boîte isolée de masse M_b, longueur L (énergie et quantité de mouvement sont conservées !)



- Un côté de la boîte émet un photon d'énergie E. Ceci correspond à une quantité de mouvement (sans masse) : $p_{photon} = \dfrac{E}{c}$



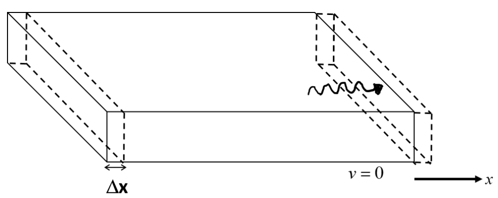
- Comme $\vec{p}_{tot}$ doit être conservée, la boîte recule, tel que : $M_b v_b = -p_{photon} = -\dfrac{E}{c} \Rightarrow v_b = -\dfrac{E}{M_b c}$



- Le photon parcourt une distance L mois celle parcourue par la boite : $c\Delta t = L + v_b \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \dfrac{L}{c - v_b}$
  La distance parcouru par la boite est $\Delta x = v_b \Delta t = v_b \frac{L}{c - v_b} = \frac{L}{c/v_b - 1} = \frac{L}{-c^2 M_b/E - 1}$

- Quand le photon tape sur la paroi droite de la boîte, lui redonne la même quantité de mouvement, et la boîte s'arrête.

- Le centre de masse de la boîte semble avoir bougé ! (de Δx)
  $\Rightarrow$impossible dans un système isolé !



Einstein : si la boîte émet de la lumière (photon), elle doit 'perdre' de la masse (le photon a de l'énergie), M_{pulse}, qu'elle 'redonne' de l'autre côté de la boîte. Valeur de M_{pulse} =? Imposons que le centre de masse du système entier (boîte+photon) reste fixe :

$$\Delta x_{CdM}^{tot} = 0 \Rightarrow M_b \Delta x + M_{pulse}(L + \Delta x) = 0 \Rightarrow$$

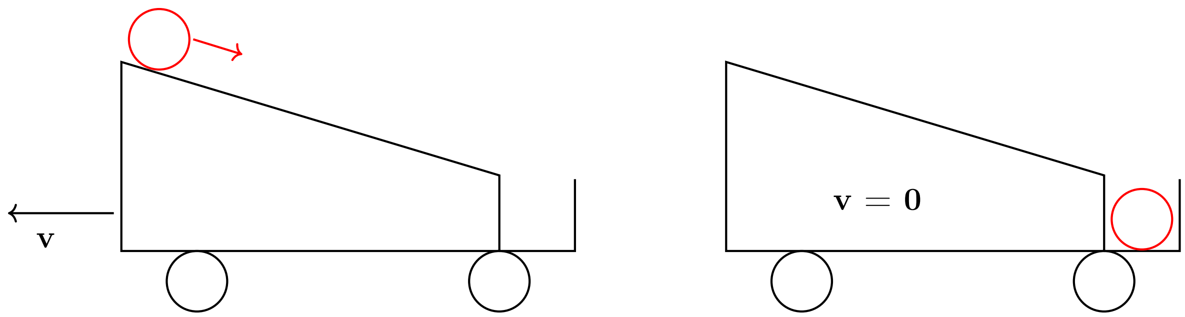
$$\Rightarrow M_{pulse} = -M_b \frac{\Delta x}{(L + \Delta x)} = \frac{M_b}{(-1 - L/\Delta x)} = \frac{M_b}{\{-1 + \frac{L}{L}[1 + c^2 M_b/E)]\}} = \frac{E}{c^2} \tag{1.1}$$

Autrement dit :

$$E = M_{\text{pulse}} c^2 \tag{1.2}$$

Si un corps émet de l'énergie sous forme de radiation, il 'perd' une masse de $M_{pulse} = \frac{E}{c^2} \Rightarrow$ masse et énergie sont équivalentes !

Note 1.1. *On peut penser à une analogie mécanique. La boîte à roulettes bouge lorsque la balle rouge descend.*



La boîte s'arrête lorsque la balle rouge reste bloquée de l'autre côté.

Note 1.2. *L'exemple du photon dans la boîte nous rappelle que la lumière (on verra, c'est une onde électromagnétique) a de la quantité de mouvement. En principe, on pourrait bouger par effet fusée en "lançant" de la lumière (si on allume un pointeur laser, on se fait propulser dans la direction opposée à celle de la lumière du faisceau laser).*

La théorie de l'électromagnétisme est un des succès les plus éclatants du cerveau humain, et un qui, comme déjà dit, a une énorme influence sur notre vie. L'électromagnétisme "fonctionne" à tous les niveaux !
Les observations des phénomènes électriques et magnétiques ont couvert des milliers d'années, mais seulement dans la 2$^{\text{ème}}$ moitié du XIX siècle elles ont été "condensées" dans une structure théorique unique : les équations de Maxwell, un système simple et élégant, presque une œuvre d'art !

Maxwell ($\sim$ 1865)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}; \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{1.3}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \qquad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{1.4}$$

À la fin de notre cours, on connaîtra et on comprendra ces équations et leurs implications. On sera capable aussi de les utiliser pour calculer différentes quantités d'intérêt pratique dans beaucoup de situations réelles. Nous allons procéder avec cette construction morceau par morceau, en suivant le même chemin qui a été parcouru historiquement.
Nous observerons les phénomènes.
Nous tâcherons d'en extraire une loi physique en termes mathématiques.
Nous discuterons des conséquences de cette loi.

Méthode de Galileo ($\sim$1600)

$$\begin{array}{ccc} \text{observation} & \rightarrow & \text{analyse (math.) des données} \\ \uparrow & \text{vérification} & \downarrow \\ \text{prédiction} & \leftarrow & \text{modèle théorique} \end{array}$$

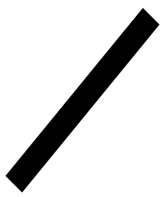
Bertrand Russel (∼1900) : “Aristote aurait pu éviter sa fausse théorie que les femmes ont moins de dents que les hommes, simplement en faisant la simple manip de demander à sa femme (ou sa soeur...) d’ouvrir sa bouche et compter...”

Einstein (∼1934) : “La pure pensée logique ne peut nous donner une connaissance du monde. Toute connaissance commence avec l’expérience et termine avec l’expérience.”

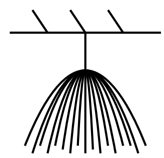
1.3 Introduction à l’électrostatique : la charge électrique et l’induction électrostatique

Tout commença en Grèce (ancienne). On observait que certains matériaux, ou combinaisons de matériaux, avaient des propriétés ‘étranges’. Un de ces matériaux/objets était l’ambre (en grec, électron).
Si on prend un bâton d’ambre (ou équivalent) et une peau de chat, on frotte le bâton avec la peau de chat, et on approche des filaments couverts d’une couche conductrice, on n’observe pas d’effet. Mais, si on touche les filaments, ils s’éloignent les uns des autres. Si on éloigne le bâton et puis on le rapproche, on a répulsion !

Interprétation

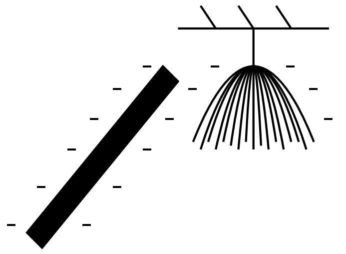


ambre (= $\acute{\eta}\lambda\varepsilon\chi\tau\rho o\nu$)

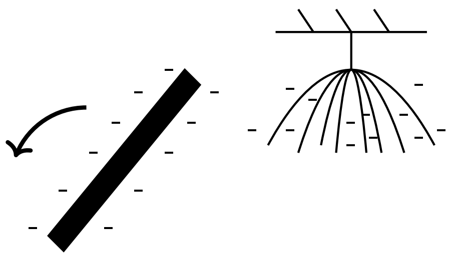


filaments

On touche



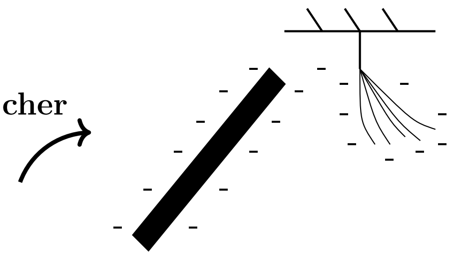
même charge sur les deux objets



éloigner

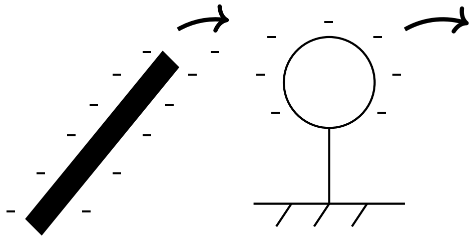
répulsion entre filaments

rapprocher

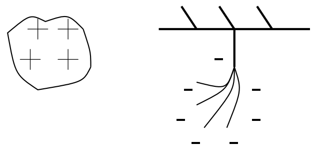


répulsion entre charges de même type!

Même chose avec le ballon :



Mais avec la peau de chat :



attraction

Conclusion #1 : il y a deux types de charges : + -
Conclusion #2 : la force peut être attractive ou répulsive.
Donc la matière a une nouvelle propriété : la **charge électrique** ;
A la charge est associée une force : la **force électrique** ;
Deux types de charges → **force attractive** ou **répulsive** ;

Note 1.3. *Les Grecs anciens se sont arrêtés là, car sans la méthode scientifique ils ne pouvaient pas établir les lois précises et mathématiques pour ces phénomènes.*

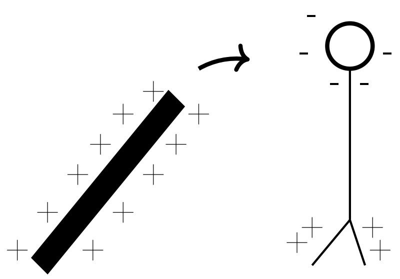
Note 1.4. *Plus tard, et jusqu'au 18$^{\text{ème}}$ siècle, on pensait que la charge était associée à un fluide. Depuis, on a compris qu'elle est bien entendu associée à des particules.*

Question : quand je frotte la peau de chat sur l'ambre (ou équivalent), est-ce que je crée des charges ou je les déplace simplement d'un objet à l'autre ?
⇒ La charge est déplacée, elle n'est pas créé ni détruite.
La charge est conservée ;
La charge a un signe +, -

Note 1.5. *Ces observations expérimentales nous rappellent aussi que la force électromagnétique agit sur des distances macroscopiques, et qu'elle est bien plus 'intense' que la force gravitationnelle.*

Électrostatique : les phénomènes ne dépendent pas du mouvement des charges.

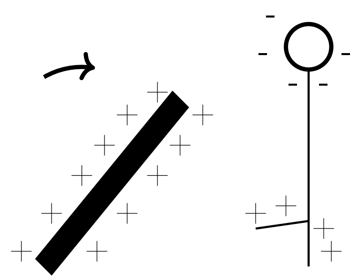
Regardons les propriétés de la force électrique. Comment est-ce qu'elle dépend de la quantité de charge et de la distance ? On visualise la force par un 'électroscope'.



métal = conducteur
(les charges peuvent bouger)

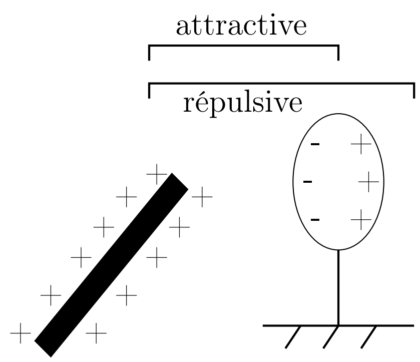
La force se manifeste sans contact ! L'électroscope reste neutre, mais les charges sont déplacées : c'est "induction" électrostatique [= "séparation de charge dans conducteur"]

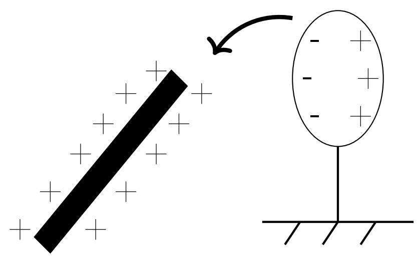
si on approche le bâton chargé,
l'effet augmente



Idée : Si les charges peuvent être séparées sans toucher (dans un conducteur), et si la force augmente lorsque la distance diminue, on pourrait avoir une force nette sur un conducteur même sans toucher ! Ça a l'air bizarre mais ça arrive dans la réalité !

Par exemple, on le voit avec une balle conductrice





attraction!

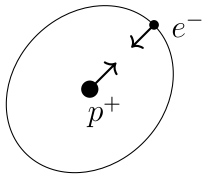
C'est une confirmation que la force diminue avec la distance.

Et plus on met de charges sur l'électroscope, plus on voit que la force augmente proportionnellement à la charge.
Nous mettrons ensemble ces informations dans une loi physique (la loi de Coulomb, 1786).

1.4 La charge et structure de la matière

La force électrostatique est responsable de la stabilité de la matière.

Ex. : atome d'hydrogène

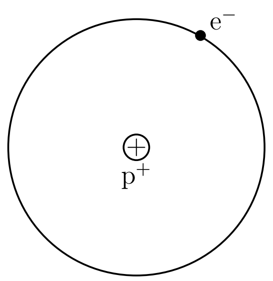


proton $m_p \sim 1.6 \times 10^{-27}$ kg
électron $m_e \sim 9.3 \times 10^{-31}$ kg

Proton et électron ont des masses très différentes, mais la même charge : $\begin{cases} +e \\ -e \end{cases}$; e est la plus petite charge observée dans la nature.
La charge est mesurée en Coulombs : $[q] =$ C.

$$e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} \qquad [1\,\mathrm{C} \rightarrow \text{beaucoup d'électrons !}]$$

Toutes les charges sont multiples de e : $Q = Ne, N = 0, \pm 1, \pm 2, ...$
On peut voir cela comme une version 'microscopique' du concept de la conservation de la charge : 'charger' un objet veut dire déplacer des électrons (ou des ions).
En résumé, nous avons vu que la matière possède une propriété nouvelle : la charge.
A la charge, est associée une force (électrique). Il y a deux types de charges ("+" ou "−") $\leftrightarrow$ force répulsive ou attractive. Et la charge est conservée.
"Charger" un objet en effet correspond à déplacer des charges. Microscopiquement, cela veut dire déplacer des électrons (plus mobiles ou des ions), car la matière est faite d'électrons en orbite autour des noyaux.



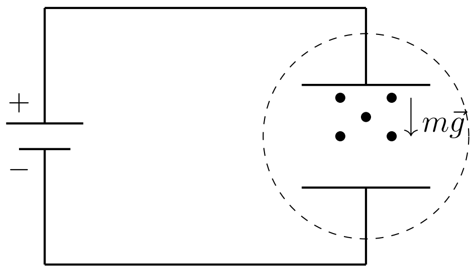
$+e$ proton

$-e$ électron

Électrons et protons sont des masses très différentes, mais la même charge. Toutes les charges sont des multiples des e :

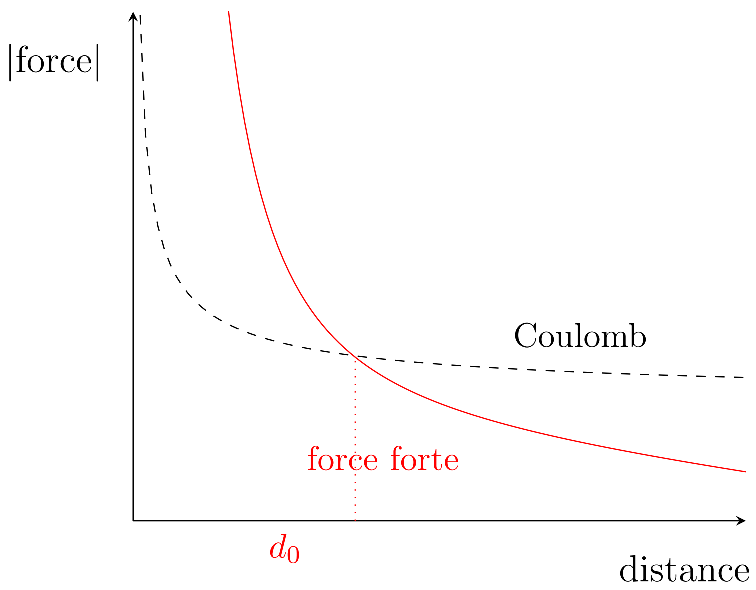
$$Q = Ne \qquad N = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

Une dernière observation sur la charge : sa valeur est discrète ("quantisée"). Elle apparaît toujours en multiples entiers de e, qui est la charge de base. Ceci a été déterminé lors d'une fameuse expérience par Millikan en (1909). L'idée était de charger des petites gouttes et de mesurer leur chute dans un système qui produise une force électrique connue (plus la gravité, évidemment).



On ajuste le force électrique [la tension, donc le champ] pour que les gouttelettes ne tombent pas. Et effet c'était une expérience controversée ... Il avait considéré seulement un sous-ensemble de gouttelettes parmi toutes celles qui étaient produites et peut être "retouché" un peu les résultats ...

Les atomes sont gardés ensemble par la force de Coulomb.
Pourquoi, vu l'attraction entre proton et électron, l'atome ne collapse pas ?
$\rightarrow$ parce que l'électron bouge ...
Qu'est-ce qu'il se passe si on arrête un électron dans un atome ?
$\rightarrow$ impossible de l'arrêter à un endroit à cause du principe d'indétermination de Heisenberg
$\Delta p \Delta x \geq \hbar$ (si Δx est petit, Δp ne peut pas l'être !)
Et les autres éléments (que l'hydrogène) ? Le noyau n'a plus qu'un proton !
Comment restent-t-ils ensemble ? C'est une autre force qui les garde ensemble, la force forte.
Alors, peut-on avoir des noyaux arbitrairement grands ? Non, car à plus grandes distances, la force de Coulomb (répulsive) gagne !

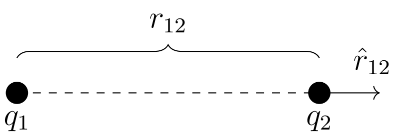


1.5 La loi de Coulomb

Loi de Coulomb (1786)

Nos premières observations nous ont permis de conclure que la force électrique $\propto \begin{cases} q_1 q_2 \\ \text{décroît avec distance} \end{cases}$

L'expression de la force électrostatique ("de Coulomb") entre deux charges ponctuelles q_1 et q_2 est



$$\vec{F}_{q_1 \to q_2} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{1\to 2} \qquad \text{(loi de Coulomb)}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8.8 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}$$

et le "Coulomb" C est l'unité de mesure de la charge.

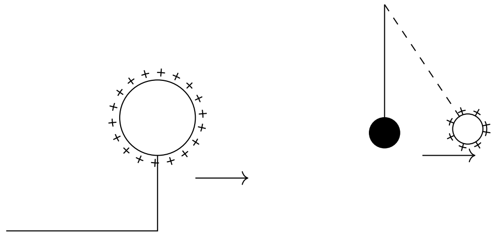
Note 1.6. $\hat{r}_{12} = \dfrac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$ *est le vecteur unitaire qui donne direction et sens entre* q_1 *et* q_2 *;* $|\hat{r}_{12}| = 1$.

Note 1.7. $e = 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \qquad \to 1\,\mathrm{C}$ *est une énorme quantité d'électrons...*

Nous voulons vérifier expérimentalement la loi de Coulomb, et notamment la dépendance de la force avec la distance, qui est une propriété fondamentale.
En effet il a fallu attendre $\sim$ 2000 ans entre la découverte des phénomènes et la conclusion quantitative que $F \propto \frac{1}{r^2}$!

Démonstration de la loi de Coulomb

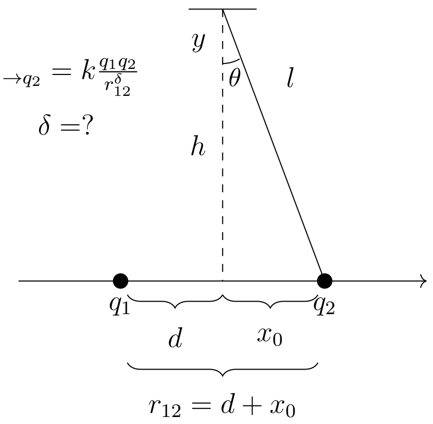
Pour faire l'expérience on se base sur une force connue, la gravité



Théorie

$F_{q_1 \to q_2} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^\delta}$

$\delta = ?$



Équilibre des forces, tenant compte de la tension de la corde à laquelle q_2 est attachée ($\vec{t}$)

$$(x)\ \ |F_{q_1 \to q_2}| = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^\delta} = |t_x| = t\sin\theta$$

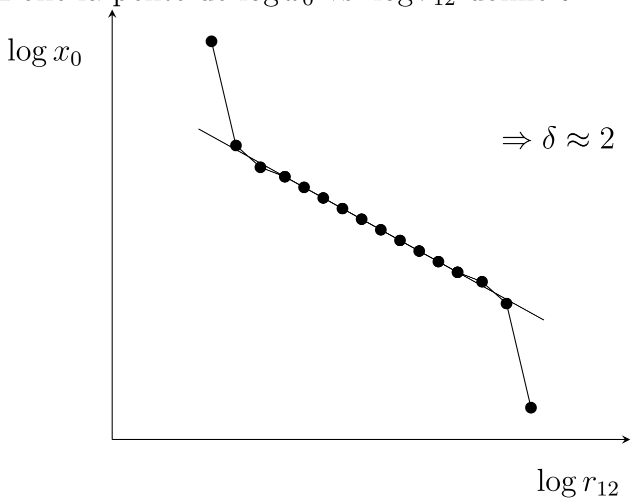
$$(y)\ \ mg = |t_y| = t\cos\theta \quad \Rightarrow \quad t = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \qquad k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^\delta} = t\sin\theta = \frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta = mg\tan\theta \approx mg\sin\theta = mg\frac{x_0}{l}$$

(petits angles si $\theta << 1$, $\tan\theta \simeq \sin\theta$) $\Rightarrow$

$$x_0 = \underbrace{\left[k\frac{q_1 q_2}{mg}l\right]}_{A=const.} r_{12}^{-\delta} \overset{\log}{\Longrightarrow} \log x_0 = \log A - \delta \log r_{12}$$

Donc la pente de $\log x_0$ vs. $\log r_{12}$ donne δ



Pourquoi le graphe semble s'éloigner de $\delta = 2$ à petites et à grandes distances ? Discussion

- balles $\neq$ points $\to$ effet d'induction (distribution des charges sur les balles) ;
- approx. des petits angles plus valables, perte de charge à travers l'humidité de l'air, ...

Note 1.8. *Naturellement, si*

$$\vec{F}_{q_1 \to q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \quad , \tag{1.5}$$

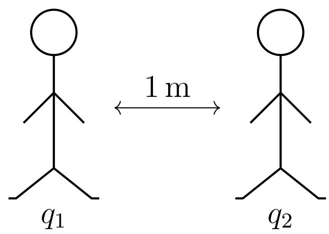
$$\vec{F}_{q_2 \to q_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{21} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} = -\vec{F}_{q_1 \to q_2} \qquad \textit{principe action et réaction} \tag{1.6}$$

Nous avons vu que, sur les différentes échelles spatiales, il y en a beaucoup au niveau sub-atomique qui sont "vides" : il n'y a rien dans l'"énorme" (proportionnellement à la taille des particules) espace entre électrons et noyau. Nous sommes essentiellement fait de vide ...

La force d'attraction est équilibrée sur ces distances par le mouvement (donc l'effet centrifuge) des électrons. Mais il y a un autre type d'équilibre remarquable : nous sommes faits de cellules, qui sont faites de molécules, faites d'atomes, avec charges + et − : l'équilibre entre charges + et − dans ce système complexe est extraordinairement précis !

S'il n'y avait pas un équilibre si précis, il y aurait une force gigantesque → application numérique de la loi de Coulomb.

<u>Ex.</u> deux personnes à 1 m de distance ; admettons que chacune ait un "déséquilibre" de charges positives et négatives de 1% → force ?



Corps humain : $\sim 10^{28}$ atomes ; prenons chaque atome avec $Z = 5$ en moyenne (5 charges "e" de chaque signe).

$$q_{tot} \sim 5 \cdot 10^{28}\, e;$$

$$q_1 = q_2 = \underbrace{0.01}_{1\%} \times 5 \cdot 10^{28} \times 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

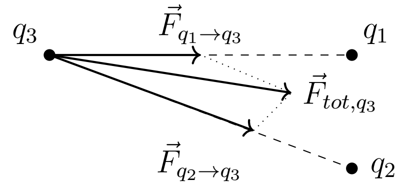
$$F_{q_1 \to q_2} = 9 \cdot 10^9 \times \frac{(8 \cdot 10^7)^2}{1}\,\mathrm{N} = 6 \cdot 10^{25}\,\mathrm{N}$$

Force-poids de la terre entière : $m_{terre} g \approx 6 \cdot 10^{24} \times 9.8\,\mathrm{N} = 6 \cdot 10^{25}\,\mathrm{N}$.

1.6 Principe de superposition et distribution de charges

Distribution discrète de charges

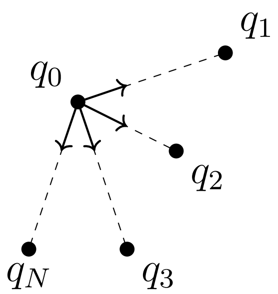
Deux charges agissant sur une 3ème



$$\vec{F}_{tot,q_3} = \vec{F}_{q_1 \to q_3} + \vec{F}_{q_2 \to q_3} \tag{1.7}$$

[dans le dessin on considère, par ex., $q_1 q_2 > 0$, et $q_3 < 0$]

Si nous avons N charges agissant sur une charge "test" q_0



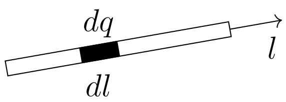
$$\vec{F}_{q_1, q_2, \ldots, q_N \to q_0} = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_j q_0}{r^2_{q_j \to q_0}} \hat{r}_{q_j \to q_0} \tag{1.8}$$

[par ex. $q_0 < 0$ et $q_1, q_2, ..., q_N > 0$ dans le dessin]

Dans beaucoup de cas nous avons un très grand nombre de charges, distribuées sur un corps d'une forme donnée.
Nous devons donc faire une somme sur toutes les charges pour obtenir la force totale.

Distribution continue de charges

(1) Ligne

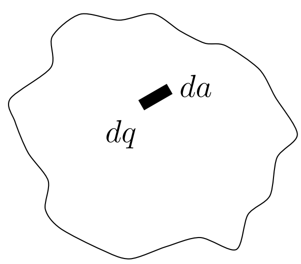


$$dq = \lambda dl; \qquad \lambda = \frac{dq}{dl} \tag{1.9}$$

$$[\lambda] = \frac{\text{C}}{\text{m}} \qquad \text{densité de charge linéaire} \tag{1.10}$$

Note 1.9. *Dans beaucoup de cas, la charge est distribuée uniformément. Dans ces cas,* $\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{Q}{L}$, *ou* $\begin{cases} Q = \text{charge totale} \\ L = \text{longueur totale} \end{cases}$

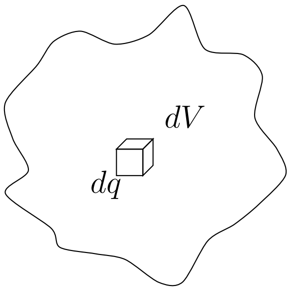
(2) Surface



$$dq = \sigma da; \quad \sigma = \frac{dq}{da} \tag{1.11}$$

$$[\sigma] = \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \quad \text{densité superficielle de charge} \tag{1.12}$$

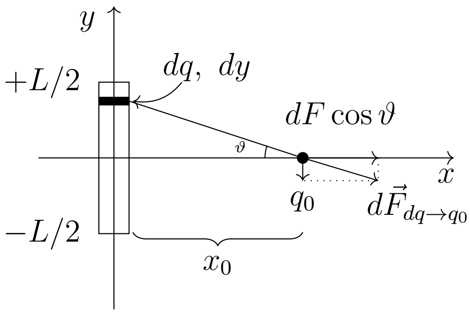
(3) Volume



$$dq = \rho dV; \quad \rho = \frac{dq}{dV} \tag{1.13}$$

$$[\rho] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^3} : \text{densité volumique de charge} \tag{1.14}$$

<u>Ex. de calcul dans le cas linéaire</u>



Force sur q_0 par une tige chargée avec Q sur sa longueur, à distance x_0 (q_0, Q choisies > 0)

Force due au petit segment $dl = dy$:

$$d\vec{F}_{dq\to q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq q_0}{x_0^2+y^2}\hat{r}; \qquad dq = \lambda dy = \frac{Q}{L}dy \tag{1.15}$$

Symétrie : q_0 ne subira pas de force verticale
Force horizontale :

$$dF_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q/Ldyq_0}{x_0^2+y^2}\cos\vartheta \tag{1.16}$$

Mais $\cos\vartheta = \frac{x_0}{(x_0^2+y^2)^{1/2}}$

$$\Rightarrow dF_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 L}\frac{Qq_0}{(x_0^2+y^2)}\frac{x_0}{(x_0^2+y^2)^{1/2}}dy \tag{1.17}$$

Principe de superposition : somme $\to$ intégrale pour la distribution continue

$$F_{tot_x} = \int_{\substack{\text{distribution}\\ \text{des charges}}} dF_x = \int_{-L/2}^{+L/2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x_0}{L}\frac{Qq_0dy}{(x_0^2+y^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x_0}{L}Qq_0\underbrace{\int_{-L/2}^{+L/2}\frac{dy}{(x_0^2+y^2)^{3/2}}}_{I} \tag{1.18}$$

$$I = \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{dy}{(x_0^2+y^2)^{3/2}} = \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{d(\overbrace{y/x_0}^{=\xi})}{x_0^2(1+(\underbrace{y/x_0}_{=\xi})^2)^{3/2}} = \frac{1}{x_0^2}\left[\frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}}\right]_{\frac{-L}{2x_0}}^{\frac{L}{2x_0}} =$$

$$= \frac{1}{x_0^2}\left[\frac{\frac{L}{2x_0}}{\sqrt{1+\frac{L^2}{4x_0^2}}} + \frac{\frac{L}{2x_0}}{\sqrt{1+\frac{L^2}{4x_0^2}}}\right] = \frac{1}{x_0^2}\frac{L}{\sqrt{x_0^2+\frac{L^2}{4}}} \tag{1.19}$$

$$\Rightarrow \underbrace{F_{tot_x}}_{=F_{tot}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x_0}{L}Qq_0\frac{1}{x_0^2}\frac{L}{\sqrt{x_0^2+\frac{L^2}{4}}} = \frac{Qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x_0\sqrt{x_0^2+\frac{L^2}{4}}} \tag{1.20}$$

Limite des grandes distances (auxquelles la tige "devient" comme un point) :

$$\lim_{x_0\to\infty} F_{tot} = \frac{Qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x_0^2}$$

OK, comme la loi de Coulomb pour deux charges ponctuelles.

Limite petites distances (auxquelles la tige est comme "infinie") :

$$\lim_{x_0\to 0} F_{tot} = \frac{Qq_0}{{}_2\cancel{4}\pi\varepsilon_0}\frac{\cancel{2}}{Lx_0}$$

mais $\frac{Q}{L} = \lambda$ (densité linéaire de charge), $F_{tot} = \frac{\lambda q_0}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x_0}$

1.7 Le champ électrique

Nous avons appris à calculer la force produite par une ou plusieurs charges (distribuées de façon discrète ou continue) sur une autre charge. La force agit entre charges. On peut la calculer pour chaque paire de charges, puis faire la somme, en appliquant le principe de superposition.
Elle agit sur une distance (en termes modernes, à travers son propagateur, le photon).
Pour la charge qui 'subit' la force, c'est comme si les autres charges (ou distributions de charges) modifiaient l'espace autour d'elles. Et c'est comme ça que la petite charge 'sait' que les autres sont là, à travers la force. Supposons que vous soyez chargés, et moi j'ai aussi une petite charge nette. Si j'arrive dans la salle, je ressens une force due à votre présence. Je ne ressentais pas grande chose quand j'étais loin...
Donc la force dépend du fait que je suis dans la salle. Si je pars, la force n'est plus là, mais la distribution des charges qui l'a générée oui. Donc la source de la force est encore là.
Si je reviens avec une charge différente dans la main, je ressens une force différente même si je ne bouge pas, car l'espace autour de vous a été modifié par votre présence [vous êtes chargés !], et cette modification reste.
On aimerait décrire cette modification de l'espace, de façon à être prêt à calculer la force pour n'importe quelle charge qui y rentrerait, sans devoir calculer chaque fois toutes les forces entre paires de charges et les additionner.