

Exercices - Série 1

1. Problème de Fermi à New York

Le prix Nobel de physique de 1938, Enrico Fermi, avait l'habitude d'aborder toutes sortes de problèmes scientifiques en commençant par une estimation de l'ordre de grandeur du résultat. Vous êtes invités à faire comme lui, voici un exercice du style "problèmes de Fermi".

Combien d'accordeurs de piano y a-t-il à New York ? Guidez-vous de la logique suivante.

- a) Combien d'habitants y a-t-il à New York : 10^6 , 10^7 , 10^8 ?
- b) Est-ce que chaque habitant possède un piano ?
- c) Serait-il raisonnable d'affirmer que les personnes habitant seules ne possèdent pas de piano, mais que les familles en possèdent un ?
- d) Combien de familles habitent NY : $1/2$, $1/5$, $1/20$ de la population totale ?
- e) Est-ce que chaque famille possède un piano ? oui, $1/5$, $1/20$ des familles.
- f) À partir des réponses données jusqu'ici, estimez le nombre de pianos à New York.
- g) Parmi ces pianos, combien sont-ils accordés à New York chaque année ?
- h) Combien d'accordages sont-ils effectués par un accordeur chaque année : 80, 800, 8000 ?
- i) Finalement, combien d'accordeurs de piano y a-t-il à New York ? Comparez avec vos collègues.

2. Ordres de grandeur

Le but de cet exercice est de faire des estimations pour s'exercer avec les ordres de grandeurs et pour comprendre les importances relatives de certaines quantités essentielles.

- a) Combien de personnes sont-elles nées pendant l'heure qui a suivi votre propre naissance ?
- b) Quelle quantité d'eau est-elle annuellement consommée par personne en Suisse (besoin ménagers) ?
- c) Combien de fois le coeur d'un homme bat-il durant sa vie ?
- d) Combien de temps prend une goutte d'eau qui sort du lac Léman pour arriver à la Méditerranée ?
- e) Combien de fois faudrait-il plier une feuille de papier pour atteindre le sommet du Cervin ?
- f) Quelle est la puissance moyenne consommée par le corps humain (comparer à une lampe) ?
- g) Combien d'atomes y a-t-il dans le corps humain (masse d'un proton $\sim 10^{-27}$ kg) ?
- h) Estimer le rapport des forces électrique et gravitationnelle entre un proton et un électron.

Information : la masse et la charge d'un électron sont d'environ 10^{-30} kg et 10^{-19} C, et les constantes gravitationnelle et électrostatique valent environ $G = 6.7 \times 10^{-11}$ et $k = 9 \times 10^9$ en unités SI.

1. crédit : Dr. J. Loizu, Prof. A. Fasoli

- i) Estimer la charge sur deux chats telle que la répulsion électrique à 1 mètre dépasse leur poids.

3. Equilibres stables et instables

La force électrique entre deux charges Q_A et Q_B séparées d'une distance r a une amplitude

$$F = k \frac{|Q_A Q_B|}{r^2}$$

où $k \approx 8.98 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}$ est la constante électrostatique. On place deux charges positives $Q_A = Q_0$ et $Q_B = 2Q_0$ à une distance de 8 cm et on les fixe dans l'espace à l'aide d'un support.

- Calculer la force qu'il faut appliquer sur les charges pour les maintenir fixes si $Q_0 = 5 \mu\text{C}$.
- On veut placer une charge libre $q > 0$ entre les deux charges Q_A et Q_B . Calculer sa position pour qu'elle soit à l'équilibre.
- On applique maintenant une petite perturbation à la position d'équilibre de la charge q , dans la direction de l'une des deux charges fixes Q_A ou Q_B . Que se passe-t-il ? En conclure s'il s'agit d'un équilibre stable ou instable (raisonner qualitativement).
- Reprendre les question (b) et (c) dans le cas où $q < 0$.

4. Force générée par une tige chargée

Une tige de longueur L chargée de façon homogène avec une charge Q s'étire entre $(x, y) = (0, -L/2)$ et $(x, y) = (0, +L/2)$ le long de l'axe y . Calculez la force exercée par la tige sur une charge q_0 située à $(x, y) = (x_0, 0)$.

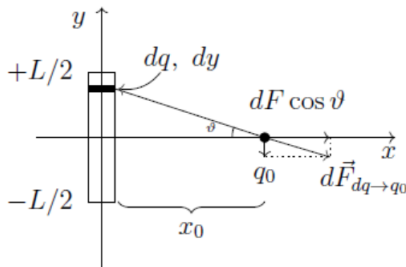


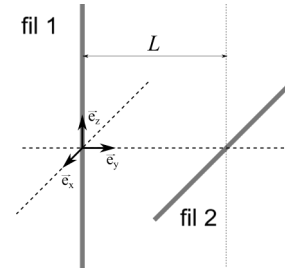
Schéma représentant la force appliquée par une tige chargée de Q sur sa longueur sur q_0 , placée à une distance x_0 (q_0, Q choisies > 0).

- Dans quelle direction la force est-elle exercée ?
- Calculer la force dF sur q_0 dans cette direction, exercée par un petit segment de longueur dy et d'une charge $dq = \frac{Q}{L} dy$, à une hauteur y .
- Calculer la force F_{tot} totale en intégrant cette force dF sur toute la longueur L du fil.
Indication : l'intégrale suivante est utile :

$$\int_{-\xi_0}^{+\xi_0} \frac{d\xi}{(1 + \xi^2)^{3/2}} = \left[\frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} \right]_{-\xi_0}^{+\xi_0} = \frac{2\xi_0}{\sqrt{1 + \xi_0^2}} \quad (1)$$

5. Force entre deux fils

Calculer la force d'interaction entre deux fils droits infinis chargés uniformément avec des densités de charge linéaires λ_1 et λ_2 . Les fils sont perpendiculaires et séparés par une distance L .



- Calculer la force du fil 1 sur une petite section de longueur dx_2 et de charge dq_2 , située à une position (x, L) par rapport au point le plus proche du fil 1. (Intégration selon le fil 1)
- Calculer la force exercée par le fil 1 sur toute la longueur du fil 2. (Intégration selon le fil 2)

Application : $\lambda_1 = 4 \mu\text{C/m}$, $\lambda_2 = 9 \mu\text{C/m}$, $L = 25 \text{ cm}$.

Indication : les intégrales suivantes sont utiles :

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{et} \quad \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x$$