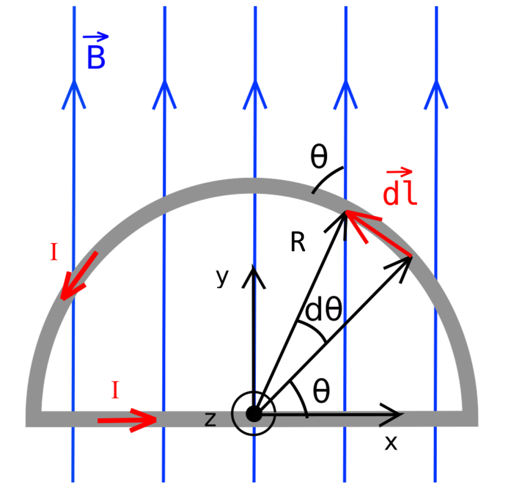
16 Mai 2025 *Richard Ducker*

Série 11

Exercice 1: Force de Lorentz sur un fil

Dans le plan xy le circuit fermé de la figure est parcouru par un courant I, constant dans le temps, et est soumis à un champ magnétique externe et uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_y$. Établir l'amplitude et la direction de la force magnétique agissant sur les portions droites et courbées du circuit.



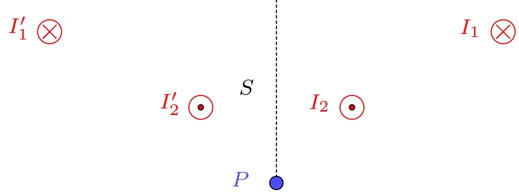
Exercice 2: Détermination de la direction du champ magnétique

Comme pour la direction du champ électrique dans des situations de symétries de la distribution des charges (voir Série 8 Ex. 3), des règles existent pour déduire la direction du champ magnétique lorsque la distribution des courants possède une certaine symétrie. Plus précieusement, pour un point P donné :

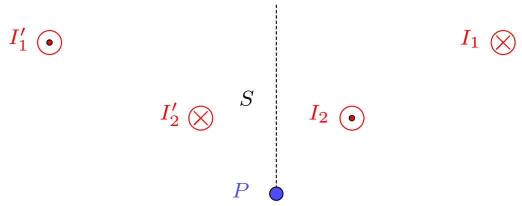
— (B1) : si ce point appartient à un plan de symétrie de la distribution des courants, alors le champ magnétique en ce point est perpendiculaire à ce plan

— (B2) : si ce point appartient à un plan d'anti-symétrie de la distribution des courants (c'est à dire invariant par symétrique et inversion du sens des courants), alors le champ magnétique en ce point est contenu dans ce plan

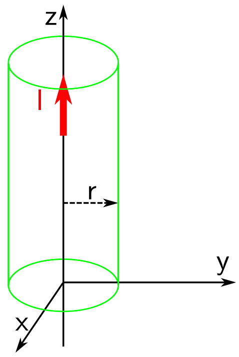
(a) Considérez les fils rectilignes I_1 et I_2 et leurs symétriques I_1' et I_2' par rapport au plan S comme indiqué sur la figure ci-dessous (nous avons donc $I_1 = I_1'$ et $I_2 = I_2'$). Convainquez-vous par la méthode de votre choix, mais sans utiliser les règles (B1) et (B2), qu'en tout point P appartenant à ce plan de symétrie, le champ magnétique est en effet perpendiculaire à ce plan.



(b) Considérez maintenant les fils rectilignes I_1 et I_2 et leurs anti-symétriques I_1' et I_2' par rapport au plan S comme indiqué sur la figure ci-dessous (nous avons encore $I_1 = I_1'$ et $I_2 = I_2'$, mais les sens de circulation du courant sont opposés). Convainquez-vous par la méthode de votre choix, mais sans utiliser les règles (B1) et (B2), qu'en tout point P appartenant à ce plan de symétrie, le champ magnétique est en effet contenu dans ce plan.



(c) Soit un cylindre de longueur infini et de rayon r parcouru par un courant I. À travers la section du cylindre, la densité de courant est constante. En utilisant les règles (B1) et/ou (B2), déterminez la direction du champ magnétique en tout point de l'espace.



Exercice 3: Loi d'Ampère I (câble coaxial)

Un câble coaxial consiste en un conducteur solide intérieur, de rayon R_1, entouré par un tuyau cylindrique concentrique, de rayon intérieur R_2 et rayon extérieur R_3 (voir la figure). Les conducteurs portent deux courants I_0 égales et opposés en direction, distribuées uniformément à travers leurs sections transversales.

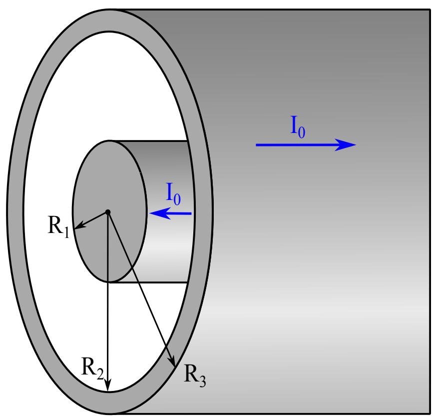
Déterminer le champ magnetique à une distance r de l'axe centrale, pour

— $r \leq R_1$

— $R_1 \leq r \leq R_2$

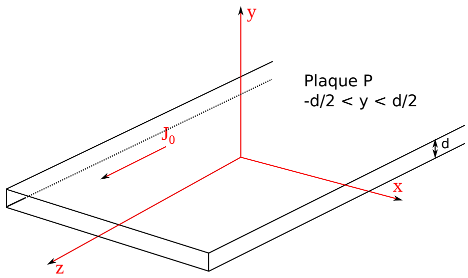
— $R_2 \leq r \leq R_3$

— $r \geq R_3$



Exercice 4: Loi d'Ampère II

On considère une plaque P d'épaisseur d dans la direction y et infinie dans les directions x et z. Cette plaque est traversée par la densité de courant $\vec{j}_0$, orientée selon $\vec{e}_z$. Cette densité de courant est uniforme dans le volume de la plaque ($-\frac{d}{2} < y < \frac{d}{2}$) et nulle en dehors.



(a) Le champ $\vec{B}$ dépend-t-il de y, x et z ?

(b) Quelle est la direction et le sens de $\vec{B}$ pour $y > 0$ et pour $y < 0$?

(c) Déterminer la norme de $\vec{B}$ en fonction de y.

Exercice 5: Loi d'Ampère III

Soit un conducteur cylindrique de longueur infinie avec la distribution de densité de courant suivante (figure 1) :

$$\vec{j} = \begin{cases} \vec{j}_0 & \text{dans la partie hachurée} \\ 0 & \text{dans la partie non hachurée} \end{cases}$$

(a) Quelle est l'unité de la norme de $\vec{j}$?

(b) Calculez le champ magnétique $\vec{B}$ au point P. P est aligné avec O et O'.
Indication : Utiliser le principe du superposition du champ magnétique.

(c) Pourquoi l'application de la loi d'Ampère n'est-elle pas simple ?

(d) Comment changerait le calcul demandé à la question b) si P n'était pas aligné avec O et O' ?

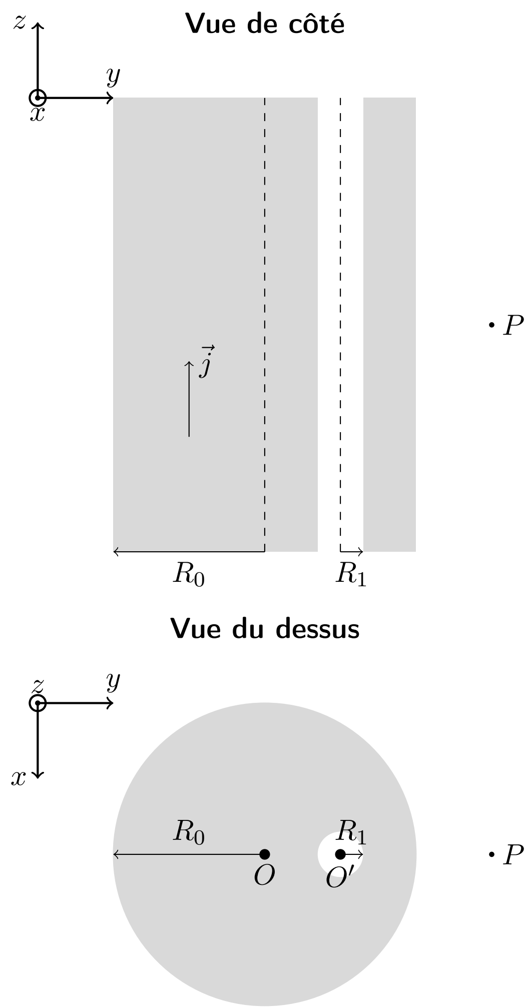


FIGURE 1 – Répartition de la densité de courant dans le cylindre considéré

Exercice 6: Trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

On se place dans le repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. On considère le champ $\vec{B} = (0, 0, B_0)$ uniforme dans l'espace. Une particule de charge q et de masse m est initialement située à l'origine du repère (0,0,0) avec une vitesse $\vec{v}_0 = (v^0_\perp, 0, v^0_\parallel)$. La force de gravité sur la particule pourra être négligée par rapport aux autres forces en présence.

(a) Écrivez la Deuxième Loi de Newton pour la particule chargée et l'utiliser pour trouver sa vitesse $\vec{v}(t)$.

(b) En déduire la trajectoire de la particule $\vec{x}(t)$.

(c) Calculer la variation de l'énergie cinétique de la particule.